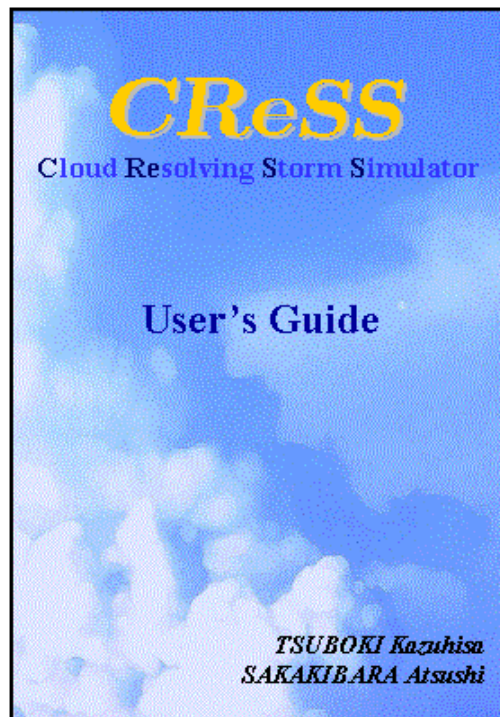


# *CReSS*

## ユーザーズガイド 第2版



坪木 和久      榊原 篤志



本モデルの「公開」は、「完全なる自由な利用」を意味するものではありません。  
次項に示されている事柄を、必ず遵守してください。

本モデルの開発者ならびに該当する所属機関の権利は、堅く守られています。

名古屋大学地球水循環研究センター  
坪木 和久

財団法人高度情報科学技術研究機構  
榊原 篤志

ここで開発された気象モデル *CReSS* ( Cloud Resolving Storm Simulator ) は、開発途上の特別な理由がある場合を除いて、その利用目的が営利、非営利にかかわらず、紳士の姿勢であることを前提として、かつ、下記の点を了承する限りにおいて、原則的に完全公開とします。

- 一、完全公開とは、その利用において、個人、団体、営利目的、非営利目的、日本国の内外を問わないということです。ただし、非平和的活動に関する目的の場合はこの限りではありません。
- 一、公開されるモデルの利用は、全て利用者の責任においてなされるものとします。本モデルを利用したことにより生じた如何なる損害についても、たとえそれが公開されたプログラムソースに含まれるバグに原因があったとしても、その開発者、提供者、および、管理者等に、その責任を問うことはできません。
- 一、本モデルの変更は利用者の自由ですが、その結果生じた如何なる損害についても、前項と同様に責任を問うことはできません。
- 一、本モデルを利用する場合は、その開発者の名誉を尊重して下さい。論文、報告書等、本モデルを利用したことにより生じた如何なる結果についても、その本文、謝辞、または、それに該当するものにおいて、本モデルを利用したことを必ず明記して下さい。これは、ユーザズマニュアル等、本モデルに関連する全てのものに適用されます。
- 一、本モデル、あるいは、その改造版を第三者に提供することは自由ですが、その場合も前項の全ての条件が適用されます。
- 一、本モデルは絶えずそのバージョンの更新がなされます。そのため、古いバージョンで得られた結果やモデルに用いるデータが、更新されたバージョンにおいても同じように得られる、あるいは、用いられることは保証しません。
- 一、本モデルの利用にあたり、人的資源の問題から、基本的にサポート体制はとりません。バグレポート、バージョンアップ等は、利用者自身で確認する必要があります。
- 一、本モデルの利用において、発見したバグ、あるいは、変更したほうがよい点、その他の意見等は、可能な限り開発者に連絡をして下さい。また、利用者が開発したものの本モデルへの提供は、何らの障害もありません。
- 一、本モデルの利用者は、その利用にあたり如何なる場合も紳士的であることを前提としています。

上記事項に同意する方に限り、*CReSS* を [http://www.tokyo.rist.or.jp/CReSS\\_Fujin](http://www.tokyo.rist.or.jp/CReSS_Fujin) からダウンロードすることができます。

# はじめに

近年の大規模コンピューターの進歩はめざましく、20世紀の終わりに至っては、その理論性能はテラ FLOPS、主記憶はギガバイト、ストレージはテラバイトに達するようになった。21世紀初頭にはこれまで考えられなかった超大規模計算が可能になることは明白である。その計算機能力を使って、我々は何をするべきか。気象学・大気科学の一つの側面は、より高速でより大規模な数値モデルの追求であったといってもよい。その中で雲そのものを表現するモデル、それは、連続体としての大気および水蒸気と、様々な大気中に生成消滅する雲・降水粒子との複雑な相互作用を表現するもので、気象学・大気物理学の領域の中で発展した最も大規模な数値モデルの一つである。

雲・降水さらにはメソスケールの気象学を、計算科学のうちに行なう研究はまだ黎明期にあると言える。計算機を用いたメソスケールの気象学、これを「計算メソ気象学」と名付けるとすると、それはまだごく限られた一部の研究者によってしか行なわれていない。物理過程の定式化、その効率がよくかつ誤差の少ない計算方法、さらにはその計算に現れる問題点などまだ未知の部分が非常に多くある。多様で実に複雑な大気中の現象、それそのものにも未知で未発見のものがあまりに多くあるのだが、それを計算機の中で再現し、様々な数値実験によってその本質を発見し、あるいは、計算そのものの中に新たな発見を見出すためには、我々はそれにかけるべき時間と労力のほんの一部しか未だにそれに投入することができていないと言わざるをえない。

それではこの計算メソ気象学の研究を発展させるためには何が必要か。それには研究者を含むより多くの人が、様々な観点から数値モデルを開発し、それをシミュレーションや数値実験に利用し、あるいはそれを検証しなければならない。その膨大な計算と長い道のりの過程で、様々な発見があり、様々な進歩があり、その上に立って、モデルそのものが発展していくことが期待される。

最近のモデルは非常に大規模で、複雑で、精緻になってきている。それを個々の研究者が最初からつくることはほとんど無理であるし、またそれは効率的ではない。また、個々の研究者にはある特定の目的がある。それらは、数値モデルの計算法や物理過程の開発、実際の現象のシミュレーション、さまざまな数値実験、さらには気象の予報実験など多岐にわたる。これらを実現するためには基礎となるモデルが必要であり、それが使い易いように整備してあれば、その上に自分の問題を載せることで研究を進めることが可能になる。我々は科学技術振興調整費「ダウンバースト現象の高度シミュレーションに関する研究」(研究代表者：神谷信彦教授)において、雲そのものからメソスケールの気象についての数値モデルを開発している。このモデルは上記のような研究のプラットフォームとなることを目的としている。

最近では、非静力学・圧縮系で、雲を表現できるモデル、さらには雲物理学過程を詳細に表現するようなモデルが開発されてきている。我々はこの開発において、オクラホマ大学で開発された ARPS (Advanced Regional Prediction System) や、気象研究所の非静力学モデルを参考にした。数値モデルは気象学・大気物理学と計算科学における叡智の集積であり、人類の貴重な財産である。我々はこうした先人の築きあげた知識体系を使わせてもらっており、ここで開発するモデルもそうした先人の努力の上に成り立っているものであり、ここに記してその叡智と努力に敬意を表したい。

コンピューターは特にハードウェアにおいて急速に進歩している。ややしばらく前までは、単一で高速のベクトルプロセッサが大規模計算の主体であった。それが最近、多数のプロセッサを用いる並列計算機に取って代わった。それを踏まえ、ここで開発する数値モデルは並列計算機で効率よく計算できるものを目標としている。雲を表現できるモデルは、計算領域については全球モデルや気候モデルと比べてはるかに小さいが、その代わりに解像度が高く考慮しなければならない物理過程が非常に多く、その計算量は膨大で、並列計算機によってはじめて実現できるものであるからである。

ここで開発するモデル *CReSS* (Cloud Resolving Storm Simulator) はその名前が示すように、雲を表現すると共にそれが組織化したメソスケールの降水システムをシミュレーションできるものである。そのために水平と鉛直の解像度が可能な限り高く、雲の中で起こっている雲・降水に関する物理過程を可能な限り表現したものを目標としている。雲・降水は非常に複雑で実際の気象中の現象においても未解明なものが非常にたくさんある。それらのなかには観測だけでは解明できないものがある。今後、観測と共にこうした雲のモデルを並行して研究することで、雲・降水の物理過程とその組織化したメソ降水システムの未解明な部分が明らかになり、さらにこれによって豪雨の予測に貢献することが *CReSS* の開発の究極の目標である。

*CReSS* はその公開条項にあるように、完全な公開方針を採っている。ここにまとめるユーザーズガイドは、その原理からプログラムコードの内容およびその具体的実行方法をユーザーが理解できることを目的として書かれた。*CReSS* に興味を持っていただく方が、これを読むことで雲解像モデルを用いた研究を少しでも進めることができれば本望である。しかしながら一方で、数値モデルが改良されていくとともにその解説書も改訂されていくべきものである。著者の不勉強と至らなさをゆえに、不足の点、分かりにくい点などまだまだ改訂しなければならない部分も多くあると思われる。モデルそのものの改良点ならびにこの解説書の改訂点をご指摘頂き、*CReSS* がより良いものになるようにご協力をお願いしたい次第である。

---

本研究は、科学技術振興調整費「高精度の地球変動予測のための並列ソフトウェア開発に関する研究」における「ダウンバースト現象の高度シミュレーションに関する研究」の一環として、研究代表者である愛知学泉大学コミュニティ政策学部 神谷 信彦 教授 の指導のもとで行われています。神谷 信彦 教授 にはこの研究の機会を与えていただき、*CReSS* の開発を行っております。この研究を支援していただいた科学技術庁ならびに財団法人高度情報科学技術研究機構に対して、ここに記して感謝申し上げます。特に、東京大学気候システム研究センター長 住 明正 教授、名古屋大学大気水圏科学研究所 武田 喬男 教授、財団法人高度情報科学技術研究機構 山岸 米二郎 氏 ならびに 中村 壽 氏 には、この研究開始から様々な面でご指導いただきました。また、同財団の 荒川 隆 氏 には開発において様々な情報交換をしていただきました。ここに深く感謝申し上げます。

---

*CReSS* の開発は名古屋大学大気水圏科学研究所で行われています。開発において東京大学情報基盤研究センターの日立 SR8000、名古屋大学大型計算機センターの富士通 VPP5000、日本原子力研究所の NEC SX4 ならびに日立 SR2201、航空技術研究所の数値風洞、コンパックコンピュータ株式会社のワークステーションを使用しています。また、この研究開発において株式会社シーティーアイからはソフトウェア的支援を頂きました。その関係各位に記してお礼申し上げます。

平成 12 年 9 月

坪木 和久  
神原 篤志

平成 13 年 4 月より、「名古屋大学大気水圏科学研究所」は「名古屋大学地球水循環研究センター」に改組されております。





## 第2版によせて

この *CReSS* ユーザーズガイドの初版は、2000年9月22日に財団法人高度情報科学技術研究機構の主催により行なわれた「第1回 並列気象モデルセミナー」の資料として作成された。その後も私たちは *CReSS* の開発を進め、2001年9月21日に同セミナーの第2回目を同財団の主催により行なうこととなった。この第2版では、初版で不十分であったところを修正し、新しい内容を付け加えた。特に、数値計算法や大気境界層・地表面過程および新しい実験としてスコールラインのシミュレーションの結果などが新しくなっている。

現在、*CReSS* は物理過程として、雲物理、乱流、および大気境界層・地表面過程を導入し、放射が重要な層雲などを除いてほとんどの気象現象のモデルとして用いることができるところまで発展した。さらに3次元の時間変化するデータを初期値・境界値として与え、予報実験も行ないつつある。現実にはまだ多くの開発課題が残されているが、雲解像モデルとしては第1段階の開発がほぼ完了したといえる。一方で、モデルの発展とともにユーザーズガイドの整備を進めることが重要である。こうして、このユーザーズガイドが *CReSS* をより多くの人に使っていただくための助けになるようにと、「第2回並列気象モデルセミナー」にあわせて第2版を印刷することにした。まだ改訂の必要な部分は多々あると思われるが、現時点での *CReSS* に関する最新の情報が含まれている。

今後も私たちは *CReSS* の開発とともに、より多くの人に *CReSS* を理解し使っていただくために、このユーザーズガイドを充実させていきたいと考えている。著者の浅学非才ゆえに思わぬ誤りなどがあるかも知れない。その場合は是非その点をご指摘いただき、寛大なるご叱正をお願いしたい次第である。

*CReSS* の開発には、初版序文にあげた方々をはじめとする多くの方々や機関からのご指導やご支援をいただいています。ここに関係各位に記してお礼申し上げますとともに、今後ともご支援いただくようお願い申し上げます。

平成13年9月

坪木 和久  
榊原 篤志



# 目次

はじめに	v
第2版によせて	ix
第I部 モデルの概要と定式化	1
第1章 <i>CReSS</i> の概要	3
1.1 開発の経緯	4
1.2 モデルの概要	5
第2章 基本方程式系の定式化	7
2.1 基本方程式系 — 地形を含まない場合	8
2.2 基本方程式系 — 地形を含む場合	9
2.2.1 一般曲線座標	9
2.2.2 地形に沿う座標系	12
2.2.3 地形に沿う座標系における基本方程式	15
2.3 基本方程式系 — 地図投影	17
2.3.1 直交曲線座標	18
2.3.2 地図投影座標系における基本方程式系 — 地形を含まない場合	20
2.3.3 地図投影座標系における基本方程式系 — 地形を含む場合	24
2.3.4 正角投影図法	27
第3章 サブグリッドスケールの拡散	31
3.1 乱流輸送のパラメタリゼーション	32
3.2 渦粘性モデル	33
3.2.1 拡散項の定式化	33
3.2.2 スマゴリンスキーの1次のクロージャー	35
3.2.3 乱流運動エネルギーを用いた1.5次のクロージャー	36
3.2.4 地図投影座標系における拡散項の定式化	39

<b>第 4 章</b>	<b>雲・降水の物理過程</b>	<b>43</b>
4.1	暖かい雨のバルク法のパラメタリゼーション	44
4.1.1	暖かい雨における雲・降水過程の方程式系	44
4.1.2	微物理過程	45
4.2	氷相を含む雲・降水過程のパラメタリゼーション	46
4.2.1	氷相を含むバルク法のパラメタリゼーション	46
4.2.2	雲・降水過程の方程式系	47
4.2.3	雲・降水粒子の表現	51
4.2.4	生成・消滅項の各物理過程の定式化	56
4.2.5	湿潤飽和調節法	79
4.2.6	沈降（降水）による混合比・数密度の変化項の定式化	80
4.2.7	さまざまな物理量	80
<b>第 5 章</b>	<b>大気境界層・地表面過程・地温</b>	<b>83</b>
5.1	大気境界層の基礎理論	84
5.1.1	大気境界層の構造	84
5.1.2	乱流輸送のパラメタリゼーション	84
5.1.3	混合距離理論	85
5.1.4	接地境界層	86
5.1.5	鉛直フラックス	88
5.2	大気境界層・地表面過程・地温の計算	91
5.2.1	雲量	92
5.2.2	太陽放射・下向長波長放射	94
5.2.3	地表面フラックス	97
5.2.4	大気境界層過程	105
5.2.5	地温	113
<b>第 6 章</b>	<b>数値計算法</b>	<b>117</b>
6.1	基礎方程式系の離散化	118
6.1.1	数値解法の概要	118
6.1.2	モデル格子と変数の配置	118
6.1.3	有限差分法による基本方程式の離散化	120
6.2	人工的な数値粘性項	134
6.2.1	数値粘性項の必要性	134
6.2.2	2次と4次の拡散項をもつ数値粘性	134
6.3	境界条件	138
6.3.1	側面境界条件	138
6.3.2	上・下面境界条件	143
6.3.3	スポンジ層	144
<b>第 II 部</b>	<b>モデルの実装と実行方法</b>	<b>147</b>
<b>第 7 章</b>	<b>並列プログラムの実装</b>	<b>149</b>
7.1	並列化手法	150
7.1.1	2次元領域分割	150
7.1.2	並列化の具体例	151

7.2	並列プログラムの検査	153
7.2.1	計算結果の一致の検査	153
7.2.2	プログラムの並列化効率	153
<b>第 8 章</b>	<b>プログラムのリストとツリー図</b>	<b>155</b>
8.1	プログラムのリスト	156
8.1.1	<i>CReSS</i> のプログラム	156
8.1.2	サブルーチンリスト	156
8.1.3	インクルードファイルリスト	164
8.1.4	MPI ルーチンリスト	165
8.2	プログラムのツリー図	165
8.2.1	主プログラム <i>solver</i> の構造	165
8.2.2	プリプロセッサ <i>gridata</i> の構造	185
8.2.3	プリプロセッサ <i>radata</i> の構造	188
8.2.4	プリプロセッサ <i>terrain</i> の構造	191
8.2.5	プリプロセッサ <i>surface</i> の構造	192
8.2.6	ポストプロセッサ <i>unite</i> の構造	194
<b>第 9 章</b>	<b><i>CReSS</i> の設定と実行</b>	<b>195</b>
9.1	設定ファイル	196
9.1.1	設定の注意点	196
9.1.2	設定の詳細	196
9.2	データフローとファイルフォーマット	220
9.2.1	データフローの概要	220
9.2.2	入出力ファイルの概要	221
9.2.3	ユーザー操作のファイルフォーマット	223
9.3	<i>CReSS</i> の実行	227
9.3.1	<i>solver</i> の実行方法	227
9.3.2	<i>unite</i> の実行方法	229
9.3.3	<i>terrain</i> の実行方法	230
9.3.4	<i>surface</i> の実行方法	231
9.3.5	<i>gridata</i> の実行方法	233
9.3.6	<i>radata</i> の実行方法	235
<b>第 10 章</b>	<b>さまざまな実験例</b>	<b>237</b>
10.1	乾燥大気の実験	238
10.1.1	山岳波の実験	238
10.1.2	ケルビンヘルムホルツ不安定波の実験	242
10.1.3	乾燥ダウンバーストの実験	243
10.2	湿潤大気の実験	245
10.2.1	竜巻のシミュレーション実験	245
10.2.2	スコールラインのシミュレーション実験	250



## 第I部

# モデルの概要と定式化





# 第1章

## *CR<sub>e</sub>SS* の概要

本章では、*CR<sub>e</sub>SS* の開発の経緯とモデルの概要を説明する。

*CR<sub>e</sub>SS* (Cloud Resolving Storm Simulator) は雲スケールからメソスケールの現象の高精度シミュレーションを行うことを目的として開発された、雲解像の非静力学気象モデルである。

雲、特に強い降水をもたらす積乱雲とその組織化したものは、非常に複雑なシステムで、流れの場と雲物理の複雑な非線形相互作用でその発展が規程される。このような降水システムを数値モデルによってシミュレーションするためには、流れの場のプロセスとともに雲物理学過程を詳細に計算することが本質的に重要である。

*CR<sub>e</sub>SS* は大規模な並列計算機で効率よく実行できるように設計され、その並列計算により雲の詳細な時間発展のシミュレーションを行うことができるモデルである。

## 1.1 開発の経緯

CReSS (Cloud Resolving Storm Simulator) は、科学技術振興調整費「高精度の地球変動予測のための並列ソフトウェア開発に関する研究」における「ダウンバースト現象の高度シミュレーションに関する研究」の一環として、愛知学泉大学コミュニティ政策学部 神谷 信彦 教授 の指導のもと、名古屋大学地球水循環研究センター（2000 年 4 月に大気圏科学研究所より改組）坪木 和久、財団法人高度情報科学技術研究機構 榊原 篤志 により開発が進められているものである。

本研究計画では、ダウンバースト・マイクロバーストの数値シミュレーションを並列計算機で行えるような数値モデルを開発し、それによりダウンバーストの発生と下降流及びその発散流の振る舞いを調べることが目標にしている。

ダウンバーストは強力に発達した積乱雲から発生し、その形成には雲物理学過程が深く関与している。これを十分シミュレーションできるモデルは積乱雲にかかわる現象を力学的にも雲物理学的にも詳細に表現できるものである。気候モデルにおいて雲は大気の駆動源として重要であるが、このようなモデルは雲の内部構造を、時間変化を含めてモデル化し、雲の気候モデルにおけるパラメーターを明らかにすることにも用いることが期待される。また、マイクロバースト（強風域の直径が 4km 程度以下のダウンバースト）は現象のスケールが個々の積乱雲程度の大きさであるため、そのシミュレーションには雲を解像する数値モデルが不可欠である。下降気流を起こす負の浮力の生成は、降水粒子の相変化による大気の冷却と降水粒子の加重が大気を引きずり下ろすことによって起る。マイクロバーストの生成のシミュレーションには積乱雲の中で降水粒子がどのように形成され、どのように振る舞うかを正確にシミュレートする必要がある（図 1.1）。

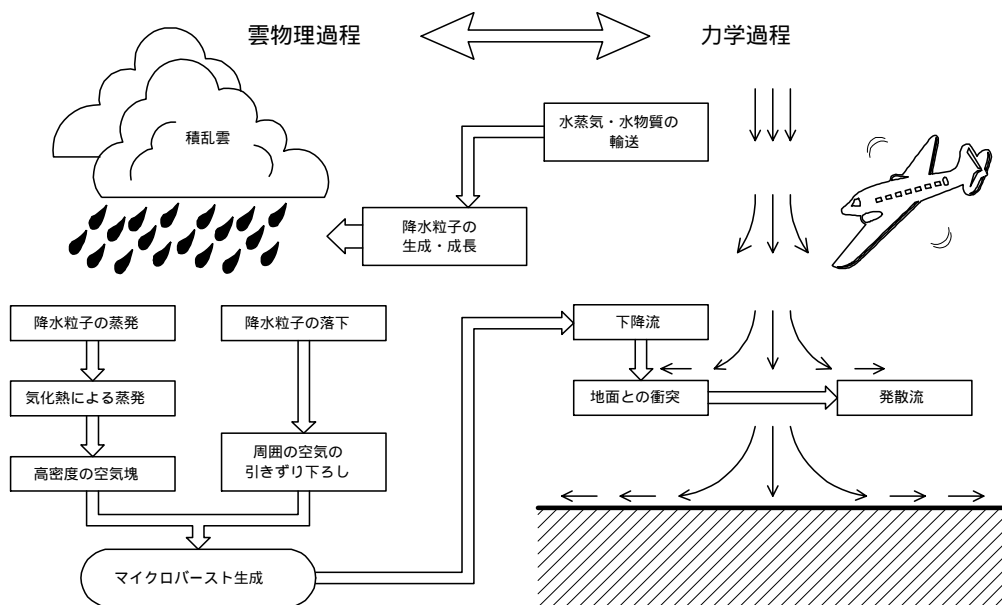


図 1.1. マイクロバーストシミュレーションモデルの概念図。

CReSS を開発することにより、このような大気場と降水粒子の振る舞いをシミュレートでき、その数値モデルを並列計算機で最適化された実行ができるようにすることが目標である。

## 1.2 モデルの概要

*CReSS* は、ダウンバースト・マイクロバーストをシミュレーションできるような雲解像モデルで、メソスケール（中規模）の領域を計算領域とするモデルとして開発されたものである。以下に *CReSS* の特徴を挙げる。

- 並列計算機用に設計されており、大規模計算が実行できる。一方で、1つのノードだけを用いるバージョンも用意されており、PC-UNIX でも実行可能である。
- 雲物理学過程を可能なだけ詳細に取り入れた雲モデルである。一方で、ドライのモデルとして詳細な流れの場のシミュレーションも可能である。
- 単独で雲のシミュレーション実験を行うことができるだけでなく、実際の地形と初期場および時間発展する境界条件を与えて、予報実験を行なうことも可能なように設計されている。
- コードはスタンダードな FORTRAN77 ベース（本来の文法規則にはない拡張機能を使用されている）で記述されており、可読性に優れ、かつ、ほとんどの計算機プラットフォームで実行が可能である。

次に、実装されている具体的な機能は以下のとおりである。

- 力学過程の基礎方程式系は非静力学・圧縮系で、地形に沿う座標系の3次元領域で計算を実行する。
- 力学過程の従属変数は、速度の3成分、温位偏差、気圧偏差、乱流運動エネルギーである。
- 雲物理学過程として「暖かい雨のバルク法のパラメタリゼーション」と「氷相を含むバルク法のパラメタリゼーション」を導入している。
- 雲物理学過程の従属変数は、水蒸気・雲水・雨水の混合比に加えて、「氷相を含むバルク法のパラメタリゼーション」では、雲氷・雪・霰の混合比とそれらの数密度である。
- 空間微分は差分法を用い、鉛直水平とも陽解法（HE-VE）または水平陽解法・鉛直陰解法（HE-VI）を用いることができる。
- 時間積分は音波関連項とそれ以外の項を分ける時間分割法で、音波関連項以外の積分には中点蛙飛び法を Asselin のフィルターを併用して用いている。
- 乱流はスマゴリンスキーの1次のクロージャーまたは乱流運動エネルギーを用いた1.5次のクロージャーによるパラメタリゼーションを導入している。
- 移流の計算は、4次または2次精度の中心差分を4次または2次の数値粘性を併用して用いている。
- 初期条件には、高層観測などから1次元プロファイルを水平一様に与えるか、広領域モデルにネステイングする場合は、その出力値を補間した3次元の非均一データを与える。
- 境界条件には、固定壁条件（鏡像条件）、周期境界条件、傾き零の条件、放射境界条件を用いることができる。
- 上部にスポンジ層を用いることができる。
- 並列計算には MPI（Message Passing Interface）を用い、矩形の2次元領域分割により並列計算を実現している。

このユーザズガイドにより、上記に挙げた機能（力学過程・物理過程）の詳細、並列プログラムの実装方法、また、具体的なモデルの実行方法や検証実験の結果を順を追って見るることができる。



## 第2章

# 基礎方程式系の定式化

*CReSS* の支配方程式系は、運動方程式（地球の回転を考慮した ナビエ・ストークス方程式）、熱力学方程式、圧縮系の連続方程式、水蒸気混合比の式、雲・降水粒子の混合比の式、および、雲・降水粒子の数密度の式で記述される。これらの式に様々な物理過程を定式化したものと境界値の定式化が加わり、モデルが構成される。本章では、このうち基本方程式系の定式化についてまとめる。

*CReSS* は地形に沿う座標系を取ることで、地形の効果を取り入れることができる。この座標系を座標変換することにより、矩形の格子で計算を実行する。ここではモデルを理解しやすくするために、はじめに地形を含まない場合を述べ、次に地形を考慮するための座標変換とその場合の方程式系についてまとめる。

さらに、*CReSS* では、地球の曲率の効果や地図投影によるゆがみの効果も取り入れることができるので、その場合の方程式系と地図投影法についてもまとめる。

なお、ここに現れる変数は、SI 単位系である。他の単位系として読み替えてもほとんど支障ないが、数字で表わされている係数が変わる。

## 2.1 基本方程式系 — 地形を含まない場合

モデルの独立変数は空間の座標、 $x, y, z$  と時間  $t$  である。これらの関数として定義される従属変数は、*CReSS* で採用している準圧縮性の方程式系では、速度の水平2成分  $u, v$  と鉛直成分  $w$ 、基準状態からの温位偏差  $\theta'$ 、基準状態からの気圧偏差  $p'$ 、水蒸気混合比  $q_v$ 、水物質の混合比  $q_x$ 、および、水物質の数密度  $N_x$  である。ここで  $q_x, N_x$  は、水蒸気以外の水物質で、雲・降水過程をどのように表現するかでその変数の数が決まり、それに応じて時間発展方程式系の数が変わる。ここで、これらの従属変数のうち、圧力、温位、水蒸気、また、水蒸気と水物質を考慮した湿潤大気密度  $\rho$  については、以下の静力学平衡、

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = -\bar{\rho}g \quad (2.1)$$

を満たす基準状態と、それからの偏差の関係が、

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.2)$$

$$\theta = \bar{\theta} + \theta' \quad (2.3)$$

$$q_v = \bar{q}_v + q'_v \quad (2.4)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (2.5)$$

のように与えられる。また、密度は状態方程式、

$$\rho = \frac{p}{R_d T} \left(1 - \frac{q_v}{\epsilon + q_v}\right) \left(1 + q_v + \sum q_x\right) \quad (2.6)$$

により診断的に求められる。ここで、 $g$  は重力加速度、 $T$  は温度、 $\epsilon$  は水蒸気と乾燥空気の分子量の比、 $R_d$  は乾燥空気の気体定数である。

準圧縮系の基礎方程式では、密度以外の従属変数はすべて時間発展方程式系で表現される。*CReSS* においては地形に沿う座標系が採用されているが、ここではまず、基礎方程式系を理解しやすくするために地形を含まない場合の時間発展方程式系を与える。

運動方程式

$$\frac{\partial \bar{\rho}u}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial p'}{\partial x} + \bar{\rho} (f_s v - f_c w) + \text{Turb.}u \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}v}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{\partial p'}{\partial y} - f_s \bar{\rho}u + \text{Turb.}v \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}w}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{\partial p'}{\partial z} - \bar{\rho} \text{Buoy.}w + f_c u + \text{Turb.}w \quad (2.9)$$

ここで、 $f_s, f_c$  はコリオリ係数、 $\text{Buoy.}w$  は浮力項である。

気圧偏差の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial t} = & - \left( u \frac{\partial p'}{\partial x} + v \frac{\partial p'}{\partial y} + w \frac{\partial p'}{\partial z} \right) + \bar{\rho} g w \\ & - \bar{\rho} c_s^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \bar{\rho} c_s^2 \left( \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

ここで、 $c_s$  は空気中の音速、 $Q = 1 + 0.61q_v + \sum q_x$  である。

温位偏差の方程式

$$\frac{\partial \bar{\rho} \theta'}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( u \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'}{\partial y} + w \frac{\partial \theta'}{\partial z} \right) - \bar{\rho} w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \text{Turb.} \theta + \bar{\rho} \text{Src.} \theta \quad (2.11)$$

水蒸気および水物質の混合比の方程式

$$\frac{\partial \bar{\rho} q_v}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( u \frac{\partial q_v}{\partial x} + v \frac{\partial q_v}{\partial y} + w \frac{\partial q_v}{\partial z} \right) + \text{Turb.} q_v + \bar{\rho} \text{Src.} q_v \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} q_x}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( u \frac{\partial q_x}{\partial x} + v \frac{\partial q_x}{\partial y} + w \frac{\partial q_x}{\partial z} \right) + \text{Turb.} q_x + \bar{\rho} \text{Src.} q_x + \bar{\rho} \text{Fall.} q_x \quad (2.13)$$

水物質の数密度の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left[ u \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + w \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) \right] \\ & + \text{Turb.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \bar{\rho} \text{Src.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \bar{\rho} \text{Fall.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

これ以上の変数についての詳細は、節 2.2 で改めて述べる。また、気圧の方程式以外に現れるサブグリッドスケールの拡散項  $\text{Turb.} \phi$  については、第 3 章「サブグリッドスケールの拡散」で、温位と水物質の方程式に現れる生成・消滅項  $\text{Src.} \phi$  と落下項  $\text{Fall.} \phi$  については、第 4 章「雲・降水の物理過程」で述べる。

## 2.2 基本方程式系 — 地形を含む場合

### 2.2.1 一般曲線座標

*CReSS* は地形を含むために、地形に沿う座標系を採用している。デカルト座標系のベクトルが正規直交基底で表現されるのとは異なり、この座標系における基底は必ずしも直交基底にはならない。これは曲線座標系の線形代数学の範疇にはいるもので、ここではその基礎知識をまとめる。

反変成分と共変成分

正規でも直交でもない一般の 1 次独立な基底 ( $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ ) を導入すると、任意のベクトル  $\mathbf{A}$  は、その 1 次結合として、

$$\mathbf{A} = A^1 \mathbf{e}_1 + A^2 \mathbf{e}_2 + A^3 \mathbf{e}_3 \quad (2.15)$$

で表される。一方で、この規定の逆基底 ( $f^1, f^2, f^3$ ) を、

$$\mathbf{f}^i \cdot \mathbf{e}_j = \delta_j^i \quad (2.16)$$

と定義すると、

$$\mathbf{f}^i \cdot \mathbf{A} = A^i \quad (2.17)$$

のようにその成分が得られる。ここで、クロネッカーのデルタを、次のように定義している。

$$\delta_j^i = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.18)$$

正規直交基底の場合には座標成分は基底ベクトルと任意のベクトルのスカラー積で与えられるが、一般の基底ではその成分を求めるためには、逆基底ベクトルとのスカラー積を取らなければならない。このようなもとの基底に関する座標成分を「反変成分」といい、上付き添字で表す。一方で、逆基底に関する座標成分を下付き添字で表し、それを「共変成分」とよぶ。

さて、任意のベクトル  $\mathbf{B}$  を逆基底ベクトルで表すと、

$$\mathbf{B} = B_1 \mathbf{f}^1 + B_2 \mathbf{f}^2 + B_3 \mathbf{f}^3 \quad (2.19)$$

のようになり、これらのベクトルの内積を取ると、次のようになる。

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A^i B_i \quad (2.20)$$

このように、共変成分と反変成分を同時に使うと、スカラー積は対応する座標の成分の積の和という簡単な形に表される。正規直交基底の場合、逆基底がもとの基底と同じになるので、反変成分と共変成分の区別がなくなり、

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A^i B^i \quad (2.21)$$

のように表すことができる。また、任意のベクトル  $\mathbf{A}$  と、基底 ( $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ ) との内積は、ベクトル  $\mathbf{A}$  の基底 ( $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ ) に関する共変成分を与える。

$$A_i = \mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_i \quad (2.22)$$



次に、基底  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  について、9個の内積、

$$G_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j \quad (2.23)$$

を作ることができる。この行列  $G_{ij}$  を「計量行列」という。これはまた2次のテンソルであることが示され、これを計量テンソルともいう。これを用いて、

$$A^i = G_{ji} A_j \quad (2.24)$$

のように、共変成分と反変成分の関係が表される。

### 曲線座標

直交直線座標  $(x, y, z)$  の関数として、空間のある領域で定義される3つの関数  $F^i(x, y, z)$  を考える。これらは  $(x, y, z)$  について何度でも微分可能とする。

$$\xi = F^1(x, y, z) \quad (2.25)$$

$$\eta = F^2(x, y, z) \quad (2.26)$$

$$\zeta = F^3(x, y, z) \quad (2.27)$$

とおいたとき、領域内の各点  $P(x, y, z)$  に対して  $(\xi, \eta, \zeta)$  が対応する。この対応が1対1のとき、領域内に曲線座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  が設定されたという。さらに、次のことが成り立っていると仮定する。

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (2.28)$$

さて、直交座標系について、ベクトル  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

を定義する。ここで、ベクトル  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  を曲線座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  の「基底」または「基本ベクトル」という。これを用いて、任意のベクトル場  $\mathbf{A}$  は、その1次結合として、

$$\mathbf{A} = A^1 \mathbf{e}_1 + A^2 \mathbf{e}_2 + A^3 \mathbf{e}_3 \quad (2.30)$$

のように表される。このとき  $A^i$  をベクトル場  $\mathbf{A}$  の曲線座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  に関する「反変成分」という。これについての共変成分は (2.22) で与えられる。同様に、基底  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  について、9個の内積、

$$G_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j \quad (2.31)$$

を作ることができる。行列  $G_{ij}$  を曲線座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  の「計量行列」という。共変成分と反変成分の関係は同様に (2.24) で与えられる。

### 2.2.2 地形に沿う座標系

先に述べたように多くの気象モデルでは地形を考慮するために、地形に沿った座標系を採用している。そのような座標系は、曲線座標系の特別な関係に基づいて位置づけられる。

他の気象モデルなどと同様に、*CReSS* でも次のような座標系を用いている。

$$\xi = x \quad (2.32)$$

$$\eta = y \quad (2.33)$$

$$\zeta = \zeta(x, y, z) \quad (2.34)$$

この場合、デカルト座標系の速度ベクトル成分  $(u, v, w)$  は、地形に沿う座標系の速度ベクトル成分（反変成分） $(U, V, W)$  を用いて (2.30) と同様に、次のように表すことができる（本来、 $(U, V, W)$  は反変成分であるので、 $(u^1, u^2, u^3)$  のように上付き添字で表現するべきものであるが、簡単のためにこのように表記する）。

$$u = U \frac{\partial x}{\partial \xi} + V \frac{\partial x}{\partial \eta} + W \frac{\partial x}{\partial \zeta} \quad (2.35)$$

$$v = U \frac{\partial y}{\partial \xi} + V \frac{\partial y}{\partial \eta} + W \frac{\partial y}{\partial \zeta} \quad (2.36)$$

$$w = U \frac{\partial z}{\partial \xi} + V \frac{\partial z}{\partial \eta} + W \frac{\partial z}{\partial \zeta} \quad (2.37)$$

今、条件 (2.28) が成り立っていると仮定しているので、(2.35)~(2.37) を  $(U, V, W)$  について解いて、速度ベクトル表現の逆変換を作ることができる。

$$UG^{\frac{1}{2}} = uJ_{\eta\zeta}^{yz} + vJ_{\eta\zeta}^{zx} + wJ_{\eta\zeta}^{xy} \quad (2.38)$$

$$VG^{\frac{1}{2}} = uJ_{\zeta\xi}^{yz} + vJ_{\zeta\xi}^{zx} + wJ_{\zeta\xi}^{xy} \quad (2.39)$$

$$WG^{\frac{1}{2}} = uJ_{\xi\eta}^{yz} + vJ_{\xi\eta}^{zx} + wJ_{\xi\eta}^{xy} \quad (2.40)$$

ここで、 $J$  はヤコビアンで、例えば、

$$J_{\eta\zeta}^{yz} \equiv \frac{\partial(y, z)}{\partial(\eta, \zeta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (2.41)$$

のように、また、 $G^{\frac{1}{2}}$  は  $(\xi, \eta, \zeta)$  と  $(x, y, z)$  の間の座標変換のヤコビアンで、次のように定義される。

$$G^{\frac{1}{2}} \equiv \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (2.42)$$

さて、(2.32) ~ (2.34) で定義される地形に沿う座標系の場合、(2.38) ~ (2.40) に現れるヤコビアンは、

$$\begin{aligned} J_{\eta\zeta}^{yz} &= \frac{\partial z}{\partial \zeta}, & J_{\eta\zeta}^{zx} &= 0, & J_{\eta\zeta}^{xy} &= 0, \\ J_{\zeta\xi}^{yz} &= 0, & J_{\zeta\xi}^{zx} &= \frac{\partial z}{\partial \zeta}, & J_{\zeta\xi}^{xy} &= 0, \\ J_{\xi\eta}^{yz} &= -\frac{\partial z}{\partial \xi}, & J_{\xi\eta}^{zx} &= -\frac{\partial z}{\partial \eta}, & J_{\xi\eta}^{xy} &= 1 \end{aligned} \quad (2.43)$$

のようになる。また、3次元の場合の  $(\xi, \eta, \zeta)$  と  $(x, y, z)$  の間の座標変換のヤコビアン  $G^{\frac{1}{2}}$  は、

$$G^{\frac{1}{2}} = \left| \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right| \quad (2.44)$$

である。ここで、ヤコビアンの各成分のうち変数成分のみについて、次のように、

$$J_{31} \equiv J_{\xi\eta}^{yz} = -\frac{\partial z}{\partial \xi} \quad (2.45)$$

$$J_{32} \equiv J_{\xi\eta}^{zx} = -\frac{\partial z}{\partial \eta} \quad (2.46)$$

$$J_d \equiv J_{\eta\zeta}^{yz} = J_{\zeta\xi}^{zx} = \frac{\partial z}{\partial \zeta} \quad (2.47)$$

また、 $\zeta$  を、地表面の高さ  $z_{sfc}(x, y)$  とモデルの領域の高さ  $z_{top}$  を用いて、

$$\zeta(x, y, z) = \frac{z_{top}[z - z_{sfc}(x, y)]}{z_{top} - z_{sfc}(x, y)} \quad (2.48)$$

または、

$$z(\xi, \eta, \zeta) = z_{sfc}(\xi, \eta) + \zeta \left[ 1 - \frac{z_{sfc}(\xi, \eta)}{z_{top}} \right] \quad (2.49)$$

のように定義する。

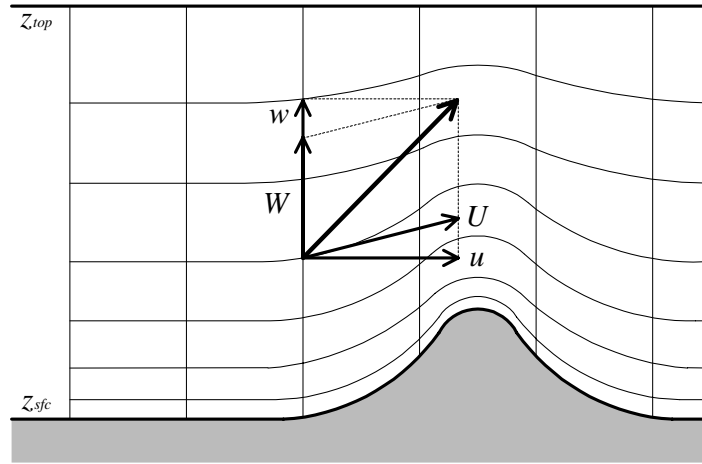


図 2.1. 地形に沿う座標系とベクトルの向き。

この場合、ヤコビアンの変数成分は、

$$J_{31} = -\frac{\partial z}{\partial \xi} = \left( \frac{\zeta}{z_{top}} - 1 \right) \frac{\partial z_{sfc}(\xi, \eta)}{\partial \xi} \quad (2.50)$$

$$J_{32} = -\frac{\partial z}{\partial \eta} = \left( \frac{\zeta}{z_{top}} - 1 \right) \frac{\partial z_{sfc}(\xi, \eta)}{\partial \eta} \quad (2.51)$$

$$J_d = \frac{\partial z}{\partial \zeta} = 1 - \frac{z_{sfc}(\xi, \eta)}{z_{top}} \quad (2.52)$$

のようになる。この場合のように  $\zeta$  が  $z$  について単調増加関数の場合、

$$G^{\frac{1}{2}} = |J_d| = J_d \quad (2.53)$$

となる。結局、(2.38) ~ (2.40) で与えられる地形に沿う座標系の速度（反変速度）は、次のように変換される。

$$U = u \quad (2.54)$$

$$V = v \quad (2.55)$$

$$W = (uJ_{31} + vJ_{32} + w) / G^{\frac{1}{2}} \quad (2.56)$$

上記の関係を用いて、デカルト座標系から地形に沿う座標系に変換されるとき、ある変数  $\phi$  の空間微分は以下のように変換される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} \phi) \right] \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} \phi) \right] \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \quad (2.59)$$

### 2.2.3 地形に沿う座標系における基本方程式

地形に沿う場合にも地形を含まない場合と同様に、従属変数のうちの温位と圧力、また、水物質と水蒸気を考慮した密度  $\rho$  については、以下の地形の影響を考慮した静力学平衡、

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \zeta} = -G^{\frac{1}{2}} \bar{\rho} g \quad (2.60)$$

を満たす基準状態とそれからの偏差に分ける。また、表記を簡便にするため、次の変数変換

$$\rho^* = G^{\frac{1}{2}} \bar{\rho} \quad (2.61)$$

を用いて、各予報変数を以下のように表わす。

$$u^* = \rho^* u \quad (2.62)$$

$$v^* = \rho^* v \quad (2.63)$$

$$w^* = \rho^* w \quad (2.64)$$

$$W^* = \rho^* W \quad (2.65)$$

$$\theta^* = \rho^* \theta' \quad (2.66)$$

$$q_v^* = \rho^* q_v \quad (2.67)$$

$$q_x^* = \rho^* q_x \quad (2.68)$$

上記の変換を用いて、本章の節 2.1 で示した地形を含まない座標系における基本方程式系は、地形に沿う座標系では次のようになる。

運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t} = & - \left( u^* \frac{\partial u}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial u}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) \\ & - \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \{ J_d (p' - \alpha Div^*) \} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \{ J_{31} (p' - \alpha Div^*) \} \right] + (f_s v^* - f_c w^*) + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} u \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^*}{\partial t} = & - \left( u^* \frac{\partial v}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial v}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) \\ & - \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} \{ J_d (p' - \alpha Div^*) \} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \{ J_{32} (p' - \alpha Div^*) \} \right] - f_s u^* + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} v \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w^*}{\partial t} = & - \left( u^* \frac{\partial w}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial w}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial \zeta} (p' - \alpha Div^*) - \rho^* \text{Buoy.} w + f_c u^* + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} w \end{aligned} \quad (2.71)$$

ここで浮力項の  $\text{Buoy.} w$  は、

$$\text{Buoy.} w = -g \frac{\rho'}{\bar{\rho}} = g \left( \frac{\theta'}{\bar{\theta}} - \frac{p'}{\bar{\rho} c_s^2} + \frac{q'_v}{\epsilon + \bar{q}_v} - \frac{q'_v + \sum q_x}{1 + \bar{q}_v} \right) \quad (2.72)$$

である。ただし、 $\epsilon$  は水蒸気と乾燥空気の分子量の比を表わし、 $c_s$  は空気中の音速で、

$$c_s = \sqrt{\gamma R_d \bar{T}}, \quad \gamma \equiv C_p / C_v \quad (2.73)$$

で与えられる。ここで、 $g$  は重力加速度、 $\bar{T}$  は基準状態の温度、 $R_d$  は乾燥空気の気体定数、 $C_p, C_v$  はそれぞれ乾燥空気の定圧・定積比熱である。また、 $f_s, f_c$  はコリオリ係数で、地球の回転の角速度を  $\omega$ 、緯度を  $\varphi$  として次のように表わされる。

$$f_s = 2\omega \sin \varphi \quad (2.74)$$

$$f_c = 2\omega \cos \varphi \quad (2.75)$$

さらに、気圧の項に現れる  $\alpha Div^*$  は人工的に入れた音波の減衰項で、

$$Div^* = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{\partial u^*}{\partial \xi} + \frac{\partial v^*}{\partial \eta} + \frac{\partial W^*}{\partial \zeta} \right) \quad (2.76)$$

である。

気圧偏差の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} p'}{\partial t} = & - \left( G^{\frac{1}{2}} u \frac{\partial p'}{\partial \xi} + G^{\frac{1}{2}} v \frac{\partial p'}{\partial \eta} + G^{\frac{1}{2}} W \frac{\partial p'}{\partial \zeta} \right) + G^{\frac{1}{2}} \bar{\rho} g w \\ & - \bar{\rho} c_s^2 \left( \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} u}{\partial \xi} + \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} v}{\partial \eta} + \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} W}{\partial \zeta} \right) + G^{\frac{1}{2}} \bar{\rho} c_s^2 \left( \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.77)$$

ここで、 $Q = 1 + 0.61q_v + \sum q_x$  である。

温位偏差の方程式

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t} = - \left( u^* \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial \theta'}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial \theta'}{\partial \zeta} \right) - \bar{\rho} w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \zeta} + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \theta + \rho^* \text{Src.} \theta \quad (2.78)$$

水蒸気および水物質の混合比の方程式

$$\frac{\partial q_v^*}{\partial t} = - \left( u^* \frac{\partial q_v}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial q_v}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial q_v}{\partial \zeta} \right) + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} q_v + \rho^* \text{Src.} q_v \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial q_x^*}{\partial t} = - \left( u^* \frac{\partial q_x}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial q_x}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial q_x}{\partial \zeta} \right) + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} q_x + \rho^* \text{Src.} q_x + \rho^* \text{Fall.} q_x \quad (2.80)$$

水物質の数密度の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} N_x}{\partial t} = & - \left[ u^* \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + v^* \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + W^* \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) \right] \\ & + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \rho^* \text{Src.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \rho^* \text{Fall.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} \end{aligned} \quad (2.81)$$

地形を含まない場合と同様に、これらの式の外に乱流運動エネルギー  $E$  についての時間発展方程式があるが、それとこれらの式に現れるサブグリッドスケールの拡散項  $\text{Turb.} \phi$  については、第3章「サブグリッドスケールの拡散」で、また、温位と水物質の式に現れる生成・消滅項  $\text{Src.} \phi$  と落下項  $\text{Fall.} \phi$  については、第4章「雲・降水の物理過程」で述べる。

## 2.3 基本方程式系 — 地図投影

これまでの雲の数値モデルは地球の曲率を十分無視できる程度の領域で用いられることがほとんどであったので、地球の曲率の効果や地図投影によるゆがみの効果を考慮する必要はなかった。しかしながら、近年の並列コンピューターの大規模化・高速化とともに、雲を解像しながらでも、それらが無視できないほど広い領域での計算が可能になってきた。例えば、日本海を含む領域の計算や、台風を十分に広い領域でシミュレーションしようとする、地球の曲率の効果は無視できなくなり、地図投影が必要になる。その効果を取り入れるために、基本方程式系に地図係数 (map factor) を導入する。

通常、気象学で用いる地図投影図法や緯度経度座標系は、直交曲線座標系の一つと考えることができ、地形を含まない場合にはデカルト座標から直交曲線座標系への変換を行えばよい。しかしながら、地形を含

む場合は水平方向の座標は直交しているが、それらに対して鉛直座標はもはや直交しておらず、一般の曲線座標となる。

そこで、ここでは一般の曲線座標として座標変換のテンソルを計算するのではなく、簡単のために、まず直交曲線座標系における地形を考えない地図投影の方程式系を求めておいてから、それに地形の効果を取り入れる方法をとる。まずはじめに、直交曲線座標系を用いる場合の微分作用素について整理しておく。

### 2.3.1 直交曲線座標

第2.2節にあるように、直交直線座標系  $(x, y, z)$  の関数として空間のある領域で必要なだけ微分可能な3つの一価関数が定義されており、式(2.28)のようにその関数行列式が0でない場合は、曲線座標が定義される。その特別な場合として、基底が作る計量テンソル  $G_{ij}$  の対角成分のみがゼロでない場合、その基底は直交しており、そのような曲線座標を直交曲線座標という。

緯度経度座標や気象学で通常用いる地図投影座標系は、2次元の直交曲線座標系とみなすことができ、座標変換のテンソル解析を用いなくてもベクトル解析の範囲で定式化ができる。地図投影は2次元であるが、ここでは便宜上水平座標に直交する鉛直座標  $z$  を含めて3次元の直交曲線座標を考える。ここでは一般的に直交曲線座標を考えるので、次のような座標系を定義する。

$$\xi = \xi(x, y, z) \quad (2.82)$$

$$\eta = \eta(x, y, z) \quad (2.83)$$

$$\zeta = \zeta(x, y, z) \quad (2.84)$$

さて、第2.2節では、正規でも直交でもない1次独立な基底  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  を導入したが、ここでは直交曲線座標を考えるので、これらは単位ベクトルでかつお互いに直交していると仮定する。すなわち、

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \delta_{ij} \quad (2.85)$$

である。ここでは、基底が直交しているので、反変成分と共変成分は同じになり区別する必要はない。このとき、デカルト座標での線元素  $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$  は、

$$ds^2 = (h_1 d\xi)^2 + (h_2 d\eta)^2 + (h_3 d\zeta)^2 \quad (2.86)$$

と与えられる。ここで、 $h_i$  はメトリック係数(第1基本量)とよばれ、

$$h_1 = \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.87)$$

$$h_2 = \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial \eta} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.88)$$

$$h_3 = \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial \zeta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.89)$$



と与えられるので、 $\xi$  曲線、 $\eta$  曲線、 $\zeta$  曲線の弧長  $s_1, s_2, s_3$  は、それぞれ、

$$ds_1 = h_1 d\xi \quad (2.90)$$

$$ds_2 = h_2 d\eta \quad (2.91)$$

$$ds_3 = h_3 d\zeta \quad (2.92)$$

と表わされる。

これらを用いて、直交曲線座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  における勾配、発散、回転などを与えることができる。まず、任意のスカラー関数を  $\phi(\xi, \eta, \zeta)$  とすると、直交曲線座標における勾配は、

$$\nabla\phi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \mathbf{e}_1 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \mathbf{e}_2 + \frac{1}{h_3} \frac{\partial\phi}{\partial\zeta} \mathbf{e}_3 \quad (2.93)$$

と与えられる。ただし、 $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  は、直交曲線座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  についての正規直交基底（単位接ベクトル）である。

さて、一般に、直交曲線座標の場合、任意のベクトル  $\mathbf{A} = A^\xi \mathbf{e}_1 + A^\eta \mathbf{e}_2 + A^\zeta \mathbf{e}_3$  の座標成分  $(A^\xi, A^\eta, A^\zeta)$  だけでなく、その単位接ベクトル  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  も座標  $(\xi, \eta, \zeta)$  の関数であるので、ベクトル量  $\mathbf{A}$  に微分演算子を作用させるときは単位接ベクトルも微分されなければならない、例えば、

$$\frac{\partial A^\xi \mathbf{e}_1}{\partial\eta} = \mathbf{e}_1 \frac{\partial A^\xi}{\partial\eta} + A^\xi \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial\eta} \quad (2.94)$$

のようになる。また、単位接ベクトルの 9 個の微分  $\frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial \xi_j}$  は、それぞれ、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial \xi} &= -\frac{1}{h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \mathbf{e}_2 - \frac{1}{h_3} \frac{\partial h_1}{\partial \zeta} \mathbf{e}_3, & \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial \eta} &= \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \mathbf{e}_2, & \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial \zeta} &= \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_3}{\partial \xi} \mathbf{e}_3, \\ \frac{\partial \mathbf{e}_2}{\partial \xi} &= \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \mathbf{e}_1, & \frac{\partial \mathbf{e}_2}{\partial \eta} &= -\frac{1}{h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \zeta} \mathbf{e}_3 - \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \mathbf{e}_1, & \frac{\partial \mathbf{e}_2}{\partial \zeta} &= \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_3}{\partial \eta} \mathbf{e}_3, \\ \frac{\partial \mathbf{e}_3}{\partial \xi} &= \frac{1}{h_3} \frac{\partial h_1}{\partial \zeta} \mathbf{e}_1, & \frac{\partial \mathbf{e}_3}{\partial \eta} &= \frac{1}{h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \zeta} \mathbf{e}_2, & \frac{\partial \mathbf{e}_3}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{h_1} \frac{\partial h_3}{\partial \xi} \mathbf{e}_1 - \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_3}{\partial \eta} \mathbf{e}_2 \\ & & & & \dots\dots\dots & (2.95) \end{aligned}$$

と与えられる。よって、任意のベクトル  $\mathbf{A}$  の直交曲線座標における発散は、

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 h_3 A^\xi) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_3 h_1 A^\eta) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (h_1 h_2 A^\zeta) \right] \quad (2.96)$$

のように、また、回転は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{A} &= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ h_2 h_3 & h_3 h_1 & h_1 h_2 \\ \frac{\partial}{\partial \xi} & \frac{\partial}{\partial \eta} & \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ h_1 A^\xi & h_2 A^\eta & h_3 A^\zeta \end{vmatrix} \\ &= \frac{\mathbf{e}_1}{h_2 h_3} \left[ \frac{\partial (h_3 A^\zeta)}{\partial \eta} - \frac{\partial (h_2 A^\eta)}{\partial \zeta} \right] + \frac{\mathbf{e}_2}{h_3 h_1} \left[ \frac{\partial (h_1 A^\xi)}{\partial \zeta} - \frac{\partial (h_3 A^\zeta)}{\partial \xi} \right] + \frac{\mathbf{e}_3}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial (h_2 A^\eta)}{\partial \xi} - \frac{\partial (h_1 A^\xi)}{\partial \eta} \right] \\ &\dots\dots (2.97) \end{aligned}$$

最後に、任意のスカラー関数  $\phi(\xi, \eta, \zeta)$  のラプラシアンは、

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) \right] \quad (2.98)$$

と与えられる。

### 2.3.2 地図投影座標系における基本方程式系 — 地形を含まない場合

地球上の各点は、緯度経度座標や地図投影上の点と1対1の対応関係を与えることができるので、曲線座標とみなすことができる。さらに、緯度経度座標や気象学で用いる地図投影は、水平方向の座標はお互いに直交しており、鉛直方向を第3の座標とすると、地形を含まない基礎方程式系の場合には、これらは3次元の直交曲線座標として扱うことができる。ここでは、水平方向の座標を  $(\xi, \eta)$ 、鉛直方向の座標を  $z$ 、それぞれの単位接ベクトルを  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  として、地図投影座標系における基礎方程式を求める。

まず、メトリック係数(拡大因数)を、

$$h_1 = \frac{1}{m} \quad (2.99)$$

$$h_2 = \frac{1}{n} \quad (2.100)$$

$$h_3 = 1 \quad (2.101)$$

としておく。さて、 $m, n$  は次の節で地図係数として扱われるが、ここでは、一般性を持たせるために拡大因数としておく。例えば、球面座標であれば、

$$m = \frac{1}{a \cos \phi} \quad (2.102)$$

$$n = \frac{1}{a} \quad (2.103)$$

である。ただし、 $a$  は地球の半径、 $\phi$  は緯度である。拡大因数がこれらの形をとると、後に求める拡大因数を含む方程式系は球面の方程式系に帰着できる。

さて、このとき、ある点  $P$  とその近傍の座標を  $(\xi, \eta, z)$  と  $(\xi + d\xi, \eta + d\eta, z + dz)$  とすると、各座標軸上の距離  $ds_1, ds_2, ds_3$  は、

$$ds_1 = \frac{d\xi}{m} \quad (2.104)$$

$$ds_2 = \frac{d\eta}{n} \quad (2.105)$$

$$ds_3 = dz \quad (2.106)$$

また、単位接ベクトルの座標軸方向の微分は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial \xi} &= -n \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \mathbf{e}_2 - \frac{1}{am} \mathbf{e}_3, & \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial \eta} &= m \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{n} \right) \mathbf{e}_2, & \frac{\partial \mathbf{e}_1}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{e}_2}{\partial \xi} &= n \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \mathbf{e}_1, & \frac{\partial \mathbf{e}_2}{\partial \eta} &= -\frac{1}{an} \mathbf{e}_3 - m \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{n} \right) \mathbf{e}_1, & \frac{\partial \mathbf{e}_2}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{e}_3}{\partial \xi} &= \frac{1}{am} \mathbf{e}_1, & \frac{\partial \mathbf{e}_3}{\partial \eta} &= \frac{1}{an} \mathbf{e}_2, & \frac{\partial \mathbf{e}_3}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (2.107)$$

のようになる。以下ではこれらを用いて、運動方程式、熱力学方程式、圧縮系の連続方程式、水蒸気混合比の式、雲・降水粒子の混合比の式、および、雲・降水粒子の数密度の式を書き換える。

まず、運動方程式について考える。地形を含まない場合の運動方程式 (2.7) ~ (2.9) をこの直交座標系  $(\xi, \eta, z)$  で表すことが、この目標である。

速度ベクトル  $\mathbf{u}$  を  $(\xi, \eta, z)$  の座標で表すと、

$$\mathbf{u} = u\mathbf{e}_1 + v\mathbf{e}_2 + w\mathbf{e}_3 \quad (2.108)$$

であるが、(2.104) ~ (2.106) を考慮すると速度の各成分は、次のようになる。

$$u = \frac{ds_1}{dt} = \frac{1}{m} \frac{d\xi}{dt} \quad (2.109)$$

$$v = \frac{ds_2}{dt} = \frac{1}{n} \frac{d\eta}{dt} \quad (2.110)$$

$$w = \frac{ds_3}{dt} = \frac{dz}{dt} \quad (2.111)$$

地図投影における全微分は、

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{d\xi}{dt} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{d\eta}{dt} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.112)$$

であり、式 (2.109) ~ (2.111) を考慮すると、

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + mu \frac{\partial}{\partial \xi} + nv \frac{\partial}{\partial \eta} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.113)$$

となる。よって、曲線座標系における速度 (2.108) の時間微分は、

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{du}{dt} \mathbf{e}_1 + \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_2 + \frac{dw}{dt} \mathbf{e}_3 + u \frac{d\mathbf{e}_1}{dt} + v \frac{d\mathbf{e}_2}{dt} + w \frac{d\mathbf{e}_3}{dt} \quad (2.114)$$

となり、単位接ベクトルの時間微分を (2.107) および (2.113) を考慮すると、(2.114) の右辺後半の単位接ベクトルの時間微分の項は、

$$\begin{aligned} u \frac{d\mathbf{e}_1}{dt} + v \frac{d\mathbf{e}_2}{dt} + w \frac{d\mathbf{e}_3}{dt} &= -\mathbf{e}_1 mnv \left[ v \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{n} \right) - u \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \right] + \mathbf{e}_1 \frac{uw}{a} \\ &\quad + \mathbf{e}_2 mnu \left[ v \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{n} \right) - u \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \right] + \mathbf{e}_1 \frac{vw}{a} - \mathbf{e}_3 \frac{u^2 + v^2}{a} \end{aligned} \quad (2.115)$$

のようになる。これらの項は座標系が直線ではなく、単位ベクトルが場所によって変化することによって現れる項で、曲率項あるいはメトリック項と呼ばれる。

次に、コリオリ力の項は、 $2\Omega$  の座標系  $(\xi, \eta, z)$  の各成分を  $(f_\xi, f_\eta, f_z)$  で表すと、

$$\begin{aligned} 2\Omega \times \mathbf{u} &= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ 2\Omega_\xi & 2\Omega_\eta & 2\Omega_z \\ u & v & w \end{vmatrix} \\ &= \mathbf{e}_1 (f_\eta w - f_z v) + \mathbf{e}_2 (f_z u - f_\xi w) + \mathbf{e}_3 (f_\xi v - f_\eta u) \end{aligned} \quad (2.116)$$

また、気圧傾度力は (2.93) より、

$$\nabla p' = m \frac{\partial p'}{\partial \xi} \mathbf{e}_1 + n \frac{\partial p'}{\partial \eta} \mathbf{e}_2 + \frac{\partial p'}{\partial z} \mathbf{e}_3 \quad (2.117)$$

と与えられる。

これらを用いると、運動方程式 (2.7) ~ (2.9) は、以下ようになる。

運動方程式

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial u}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial u}{\partial \xi} + nv \frac{\partial u}{\partial \eta} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ & -m \frac{\partial p'}{\partial \xi} + \bar{\rho}(f_{\eta}w - f_z v) + \bar{\rho}mnv \left[ v \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{n} \right) - u \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \right] - \bar{\rho} \frac{uw}{a} + \text{Turb.}u \end{aligned} \quad (2.118)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial v}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial v}{\partial \xi} + nv \frac{\partial v}{\partial \eta} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ & -n \frac{\partial p'}{\partial \eta} + \bar{\rho}(f_z u - f_{\xi}w) - \bar{\rho}mnu \left[ v \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{n} \right) - u \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \right] - \bar{\rho} \frac{vw}{a} + \text{Turb.}v \end{aligned} \quad (2.119)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial w}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial w}{\partial \xi} + nv \frac{\partial w}{\partial \eta} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ & - \frac{\partial p'}{\partial z} - \bar{\rho} \text{Buoy.}w + \bar{\rho}(f_{\xi}v - f_{\eta}u) + \bar{\rho} \frac{u^2 + v^2}{a} + \text{Turb.}w \end{aligned} \quad (2.120)$$

ここで、 $\bar{\rho} = \bar{\rho}(z)$  は基本場の密度で、鉛直座標のみの関数である。また、 $\text{Buoy.}w$  は浮力項である。

同様にして、気圧偏差の式 (2.10)、温位偏差の式 (2.11)、および、水蒸気や雲物理に関する式 (2.12) ~ (2.14) を書きかえると、以下ようになる。

気圧偏差の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial t} = & - \left( mu \frac{\partial p'}{\partial \xi} + nv \frac{\partial p'}{\partial \eta} + w \frac{\partial p'}{\partial z} \right) + \bar{\rho}gw \\ & - \bar{\rho}c_s^2 \left[ mn \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{u}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{v}{n} \right) + \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \bar{\rho}c_s^2 \left( \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.121)$$

温位偏差の方程式

$$\bar{\rho} \frac{\partial \theta'}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} + nv \frac{\partial \theta'}{\partial \eta} + w \frac{\partial \theta'}{\partial z} \right) - \bar{\rho}w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \bar{\rho} \text{Src.}\theta + \text{Turb.}\theta \quad (2.122)$$

水蒸気および水物質の混合比の方程式

$$\bar{\rho} \frac{\partial q_v}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial q_v}{\partial \xi} + nv \frac{\partial q_v}{\partial \eta} + w \frac{\partial q_v}{\partial z} \right) + \bar{\rho} \text{Src.}q_v + \text{Turb.}q_v \quad (2.123)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial q_x}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial q_x}{\partial \xi} + nv \frac{\partial q_x}{\partial \eta} + w \frac{\partial q_x}{\partial z} \right) + \bar{\rho} \text{Fall.}q_x + \bar{\rho} \text{Src.}q_x + \text{Turb.}q_x \quad (2.124)$$

水物質の数密度の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left[ mu \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + nv \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + w \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) \right] \\ & + \bar{\rho} \text{Src.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \bar{\rho} \text{Fall.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \text{Turb.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} \end{aligned} \quad (2.125)$$

なお、この他に乱流に関わるものとして、乱流運動エネルギーの時間発展方程式と各式に現れる拡散項  $\text{Turb.}\phi$  も変更されなければならないが、これについては第3章「サブグリッドスケールの拡散」で述べる。

### 2.3.3 地図投影座標系における基本方程式系 — 地形を含む場合

前節までで、地図係数を入れた基本方程式系を求める準備ができたので、本節では、地図係数を含む地形に沿う座標系の基本方程式を求める。先に述べたように地形に沿う座標系を鉛直座標として選ぶと、その座標系はもはや直交座標系にはならず、一般の曲線座標系になる。しかしながら、地図係数は鉛直方向の座標の関数ではないので、ここでは前節で求めた直交曲線座標系に、第2.2節の地形の導入と同じ手続きで地形に沿う座標系に直すことができる。

さて、前節までは、 $m, n$  は拡大係数として扱ってきたが、ここでは通常気象学で用いられる地図投影の地図係数 (map factor) と考える。気象学で用いられる地図投影法は、平射図法 (ステレオ図法)、ランベルト正角円錐図法、正角円筒図法 (メルカトル図法) などの正角図法である。正角図法とは「角が正しい」または「形が正しい」もので、水平方向の2つの座標方向のメトリック係数が地図上のすべての点において等しいものである。すなわち、

$$\left( h_1 = \frac{1}{m} \right) = \left( h_2 = \frac{1}{n} \right) \quad (2.126)$$

である。一般には、これらの地図係数は緯度と経度の関数である。

この座標系での全微分は、(2.109) ~ (2.111) を考慮すると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + \frac{d\xi}{dt} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{d\eta}{dt} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{d\zeta}{dt} \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} + mu \frac{\partial}{\partial \xi} + mv \frac{\partial}{\partial \eta} + W \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad (2.127)$$

となり、鉛直速度  $W$  は、

$$\begin{aligned} W = \frac{d\zeta}{dt} &= mu \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} + mv \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} + w \frac{\partial \zeta}{\partial z} \\ &= \left[ mu \left( -\frac{\partial z}{\partial \xi} \right) + mv \left( -\frac{\partial z}{\partial \eta} \right) + w \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right] \frac{\partial \zeta}{\partial z} \\ &= \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} (mu J_{31} + mv J_{32} + w) \end{aligned} \quad (2.128)$$

のようになる。また、ある変数  $\phi$  の空間微分は、

$$m \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \rightarrow m \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} \phi) \right] \quad (2.129)$$

$$m \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \rightarrow m \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} \phi) \right] \quad (2.130)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \rightarrow \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \quad (2.131)$$

のように変換される。

これらを用いて方程式系を書き換えると、以下のように与えられる。

運動方程式

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial u}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial u}{\partial \xi} + mv \frac{\partial u}{\partial \eta} + W \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) - m \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d p') + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} p') \right] \\ & + \bar{\rho} (f_\eta w - f_z v) + \bar{\rho} m^2 v \left[ v \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{m} \right) - u \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \right] - \bar{\rho} \frac{uw}{a} + \text{Turb.}u \end{aligned} \quad (2.132)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial v}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial v}{\partial \xi} + mv \frac{\partial v}{\partial \eta} + W \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) - m \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d p') + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} p') \right] \\ & + \bar{\rho} (f_z u - f_\xi w) - \bar{\rho} m^2 u \left[ v \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{m} \right) - u \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \right] - \bar{\rho} \frac{vw}{a} + \text{Turb.}v \end{aligned} \quad (2.133)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial w}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial w}{\partial \xi} + mv \frac{\partial w}{\partial \eta} + W \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) \\ & - \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial p'}{\partial \zeta} - \bar{\rho} \text{Buoy.}w + \bar{\rho} (f_\xi v - f_\eta u) + \bar{\rho} \frac{u^2 + v^2}{a} + \text{Turb.}w \end{aligned} \quad (2.134)$$

気圧偏差の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial t} = & - \left( mu \frac{\partial p'}{\partial \xi} + mv \frac{\partial p'}{\partial \eta} + W \frac{\partial p'}{\partial \zeta} \right) + \bar{\rho} gw \\ & - \bar{\rho} c_s^2 \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ m^2 \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{G^{\frac{1}{2}} u}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{G^{\frac{1}{2}} v}{m} \right) + \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} w}{\partial \zeta} \right] + \bar{\rho} c_s^2 \left( \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.135)$$

温位偏差の方程式

$$\bar{\rho} \frac{\partial \theta'}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} + mv \frac{\partial \theta'}{\partial \eta} + W \frac{\partial \theta'}{\partial \zeta} \right) - \bar{\rho} w \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \zeta} + \bar{\rho} \text{Src.} \theta + \text{Turb.} \theta \quad (2.136)$$

水蒸気および水物質の混合比の方程式

$$\bar{\rho} \frac{\partial q_v}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial q_v}{\partial \xi} + mv \frac{\partial q_v}{\partial \eta} + W \frac{\partial q_v}{\partial \zeta} \right) + \bar{\rho} \text{Src}.q_v + \text{Turb}.q_v \quad (2.137)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial q_x}{\partial t} = -\bar{\rho} \left( mu \frac{\partial q_x}{\partial \xi} + mv \frac{\partial q_x}{\partial \eta} + W \frac{\partial q_x}{\partial \zeta} \right) + \bar{\rho} \text{Fall}.q_x + \bar{\rho} \text{Src}.q_x + \text{Turb}.q_x \quad (2.138)$$

水物質の数密度の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial t} = & -\bar{\rho} \left[ mu \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + mv \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + W \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) \right] \\ & + \bar{\rho} \text{Src} \cdot \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \bar{\rho} \text{Fall} \cdot \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \text{Turb} \cdot \frac{N_x}{\bar{\rho}} \end{aligned} \quad (2.139)$$

以上で地形に沿う地図投影座標の方程式系が求められたが、これらの表記を簡便にするために、アスタリスクの付いた変数 (2.61) ~ (2.68) を用い、また、

$$m^2 \left[ v \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{m} \right) - u \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{m} \right) \right] = u \frac{\partial m}{\partial \eta} - v \frac{\partial m}{\partial \xi} \quad (2.140)$$

であることに注意して、これらを書き換えて形を整えると、以下ようになる。

運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t} = & - \left( mu^* \frac{\partial u}{\partial \xi} + mv^* \frac{\partial u}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right) - m \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d p') + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} p') \right] \\ & + (f_\eta w^* - f_z v^*) + v^* \left[ u \frac{\partial m}{\partial \eta} - v \frac{\partial m}{\partial \xi} \right] - u^* \frac{w}{a} + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.u \end{aligned} \quad (2.141)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^*}{\partial t} = & - \left( mu^* \frac{\partial v}{\partial \xi} + mv^* \frac{\partial v}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right) - m \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d p') + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} p') \right] \\ & + (f_z u^* - f_\xi w^*) - u^* \left[ u \frac{\partial m}{\partial \eta} - v \frac{\partial m}{\partial \xi} \right] - v^* \frac{w}{a} + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.v \end{aligned} \quad (2.142)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w^*}{\partial t} = & - \left( mu^* \frac{\partial w}{\partial \xi} + mv^* \frac{\partial w}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) \\ & - \frac{\partial p'}{\partial \zeta} - \rho^* \text{Buoy}.w + (f_\xi v^* - f_\eta u^*) + \frac{u^* u + v^* v}{a} + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.w \end{aligned} \quad (2.143)$$

気圧偏差の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} p'}{\partial t} = & -G^{\frac{1}{2}} \left( mu \frac{\partial p'}{\partial \xi} + mv \frac{\partial p'}{\partial \eta} + W \frac{\partial p'}{\partial \zeta} \right) + gw^* \\ & - \bar{\rho} c_s^2 \left[ m^2 \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{G^{\frac{1}{2}} u}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{G^{\frac{1}{2}} v}{m} \right) + \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} w}{\partial \zeta} \right] + G^{\frac{1}{2}} \bar{\rho} c_s^2 \left( \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.144)$$



温位偏差の方程式

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t} = - \left( mu^* \frac{\partial \theta'}{\partial \xi} + mv^* \frac{\partial \theta'}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial \theta'}{\partial \zeta} \right) - \bar{\rho} w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \zeta} + \rho^* \text{Src.} \theta + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \theta \quad (2.145)$$

水蒸気および水物質の混合比の方程式

$$\frac{\partial q_v^*}{\partial t} = - \left( mu^* \frac{\partial q_v}{\partial \xi} + mv^* \frac{\partial q_v}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial q_v}{\partial \zeta} \right) + \rho^* \text{Src.} q_v + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} q_v \quad (2.146)$$

$$\frac{\partial q_x^*}{\partial t} = - \left( mu^* \frac{\partial q_x}{\partial \xi} + mv^* \frac{\partial q_x}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial q_x}{\partial \zeta} \right) + \rho^* \text{Fall.} q_x + \rho^* \text{Src.} q_x + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} q_x \quad (2.147)$$

水物質の数密度の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} N_x}{\partial t} = & - \left[ mu^* \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + mv^* \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) + W^* \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{N_x}{\bar{\rho}} \right) \right] \\ & + \rho^* \text{Src.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} + \rho^* \text{Fall.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} + G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} \end{aligned} \quad (2.148)$$

なお、実際の計算では音波による計算不安定を抑えるため、気圧偏差  $p'$  は人工的に入れた音波の減衰項  $\alpha \text{Div}^*$  を含む、 $p' - \alpha \text{Div}^*$  で置き換えられる。この項の地図投影座標系における表記は、次のように与えられる。

$$\text{Div}^* = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ m^2 \left( \frac{\partial u^*}{\partial \xi} \frac{1}{m} + \frac{\partial v^*}{\partial \eta} \frac{1}{m} \right) + \frac{\partial W^*}{\partial \zeta} \right] \quad (2.149)$$

前節と同様に、乱流運動エネルギーの時間発展方程式と各式に現れる拡散項  $\text{Turb.} \phi$  の変換については、第3章「サブグリッドスケールの拡散」で述べる。

### 2.3.4 正角投影図法

先にも述べたとおり、一般に領域気象モデルで採用される地図投影は、正角投影法である。それは、拡大係数  $m, n$  の方向性を考えなくてもよくなり、基礎方程式系への導入が容易になるからである。

しかしながら、投影方法により歪の分布は異なるので、地球のどの一部分を切り出しても計算できるようにするためには、種々の投影法を採用しなければならない。CReSS では、計算領域の緯度分布に対して次の3種類の投影図法を採用しており、ここでは、それらの詳細について述べる。

- 平射図法（ステレオ図法）：高緯度における計算に用いる。
- ランベルト正角円錐図法：中緯度における計算に用いる。
- 正角円筒図法（メルカトル図法）：低緯度における計算に用いる。

平射図法（ステレオ図法）

図より、緯度・経度方向のそれぞれの拡大率は、 $p = \frac{\pi}{2} - \phi$  を用いて、

$$m_\lambda = \frac{1}{a} \frac{\delta r}{\delta p} \quad (2.150)$$

$$n_\phi = \frac{r\lambda}{a\lambda \sin p} = \frac{r}{a \sin p} \quad (2.151)$$

であるが、この図法は正角投影であり、 $m_\lambda = n_\phi$  でなければならないので、

$$\frac{1}{a} \frac{\delta r}{\delta p} = \frac{r}{a \sin p} \quad (2.152)$$

であり、結局、次の微分方程式が得られる。

$$\frac{\delta r}{r} = \frac{\delta p}{\sin p} \quad (2.153)$$

これを解くと、 $c$  を積分定数として、

$$r = c \left( \tan \frac{p}{2} \right) \quad (2.154)$$

が得られるが、ある基準緯度  $p$  では歪がないので、式 (2.151) を用いて、

$$n_\phi = \frac{c \tan \frac{p}{2}}{2a \sin \frac{p}{2} \cos \frac{p}{2}} = \frac{c}{2a \cos^2 \frac{p}{2}} = 1 \quad (2.155)$$

となる。

ランベルト正角円錐図法

正角円筒図法（メルカトル図法）

緯度  $\phi$  における緯線方向の拡大率は、

$$n_\phi = \frac{2\pi a}{2\pi a \cos \phi} = \sec \phi \quad (2.156)$$

である。この図法は正角投影であるので、経度方向の拡大率についても、

$$m_\lambda = \sec \phi \quad (2.157)$$

でなければならない。

さて、正角円筒図法では、図で見るとおり、経度方向を  $x$ 、緯度方向を  $y$  に単純に置き換えることができる。今、地図上における基準経度からの経度  $\lambda$  までの距離を  $x$ 、赤道からの緯度  $\phi$  までの距離を  $y$  とすれば、

$$x = a\lambda \quad (2.158)$$

$$\delta y = a \sec \phi \delta \phi \quad (2.159)$$

書くことができる。 $y$  方向については、微分方程式を解いて、

$$y = a \ln \left[ \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \right] \quad (2.160)$$

となる。



## 第3章

# サブグリッドスケールの拡散

数値モデルは、連続体である大気を離散的な格子点の値として表現するものである。しかし、実際の大気中にはその格子間隔より小さなスケールの運動が必ず存在する。これはその間隔をいかに小さくしても存在するもので、サブグリッドスケールの運動とよばれ、一般には拡散として作用する。また、実際の現象としては乱流に対応するもので、「乱流拡散」とよばれることもある。

格子間隔を細かくとって表現できないのであれば、理論的にサブグリッドスケールの運動の時間発展方程式を導くことが考えられる。例えば、速度を平均量とそれからの偏差に分ければよい。このとき、平均量の方程式には未知量としてレイノルズ応力とよばれる偏差の2重相関が現れるので、それらの時間発展を与える式を考える。しかし、今度はそれらの中に3重相関が現れてしまう。同様の操作を繰り返してもさらに未知量が含まれ、方程式系は閉じない。これは乱流の非線形性によるもので、Kellar and Friedmann (1924) によって初めて認識されたこの問題を「クロージャー問題」という。

この困難から抜け出す方法の一つとしては、有限の数の方程式を用いて、残りの未知数を既知の量で表す方法がある。これは「クロージャー仮定」と呼ばれ、予報される相関の次数により、1次のクロージャー、2次のクロージャー、…のように呼ばれる。これらに対応して、あるモーメントの方程式系の一部のみをクロージャー仮定として用いる方法もある。こうして、サブグリッドスケールの運動の表現は2重相関の扱いに関して言えば、2つに大別される。

- 2重相関を直接扱い、その時間発展方程式に現れる未知数をモデル化する。
- 2重相関を渦粘性の概念のもとに平均速度および乱流運動エネルギーと散逸率等の乱流を特徴付けるスカラー量を用いて表現し、これらについての時間発展方程式を別にモデル化する。

本章では、これら2つの方法によるサブグリッドスケールの運動の定式化について述べる。なお、ここに現れる変数は、SI単位系である。他の単位系として読み替えてもほとんど支障ないが、数字で表わされている係数が変わる。

### 3.1 乱流輸送のパラメタリゼーション

大気中には様々なスケールの運動があるが、そのうちの数値モデルなどの格子点で表現できる運動を格子点スケールの平均運動 (grid-scale motion) または平均運動 (mean motion)、格子点以下のスケールの運動を乱流運動 (subgrid-scale motion, eddy motion) という。

これらを分離するために、速度や温度、水蒸気混合比といった物理量  $A$  を、次のように、格子点で表現できる平均量とそれからの偏差量に分ける。

$$A = \bar{A} + A'' \quad (3.1)$$

ここで、 $\bar{\quad}$  は平均量、 $''$  をつけた量は平均量からのずれ、偏差量である。

物理量の平均には様々な方法があるが、ここでは詳細には触れない。ちなみに、偏差量の平均と2つの物理量の積の平均について、

$$\overline{A''} = 0 \quad (3.2)$$

$$\overline{AB} = \bar{A}\bar{B} + \overline{A''B''} \quad (3.3)$$

である。すなわち積の量を平均しても個々の平均の積には必ずしもならず、上式の第2項が現れる。これを運動方程式の  $x$  成分に適用する。ここでは簡単のため非圧縮流体 ( $\rho = \text{const}$ ) を考えると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - f\bar{v} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \\ &- \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial x} \overline{\rho u'' u''} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{\rho u'' v''} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho u'' w''} \right) + \nu \nabla^2 \bar{u} \end{aligned} \quad (3.4)$$

のように、平均量とそれからのずれによって表わすことができる。この式に現れる  $-\overline{\rho u'' u''}$ ,  $-\overline{\rho u'' v''}$ ,  $-\overline{\rho u'' w''}$  の項は、乱流による応力を表しており、渦動応力 (eddy stress) あるいはレイノルズ応力 (Reynolds stress) と呼ぶ。これらは運送量の輸送と考えることができ、渦により運動量が輸送されることが応力となっている。

同様に、温位や混合比などについても、

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x} \overline{u'' \theta''} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'' \theta''} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'' \theta''} \quad (3.5)$$

と表わされる。

これらのプライムの付いた量は格子点で表現できないので、モデルで扱うためにはこれらの量を格子点の量で (平均の量で) 表現しなければ、これらの効果すなわち格子点以下の渦運動による輸送の効果を反映することができない。このようなプライムのついた渦による偏差を格子点量で如何に表現するのかということが、乱流のパラメタリゼーションの問題である。なお、ここに現れる  $\overline{\quad}$  のついた量は、第2章などに現れるものと定義が異なることに注意されたい。

## 3.2 渦粘性モデル

### 3.2.1 拡散項の定式化

本節では、節 2.2.3 で述べた地形に沿う座標系での基本方程式において、運動方程式 (2.69) ~ (2.71)、温位の式 (2.78)、水蒸気と水物質の混合比の式 (2.80)、および、水物質の数密度の式 (2.81) に現れる拡散項（乱流混合の項） $G^{\frac{1}{2}}\text{Turb.}\phi$  の定式化を行う。

さて、運動方程式中の拡散項は、応力テンソル  $\tau_{ij}$  を用いて次のように表現される。

$$\begin{aligned} G^{\frac{1}{2}}\text{Turb.}u &= G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial\tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{12}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{13}}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial\xi} (J_d\tau_{11}) + \frac{\partial}{\partial\eta} (J_d\tau_{12}) + \frac{\partial}{\partial\zeta} (\tau_{13} + J_{31}\tau_{11} + J_{32}\tau_{12}) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} G^{\frac{1}{2}}\text{Turb.}v &= G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial\tau_{21}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{22}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{23}}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial\xi} (J_d\tau_{21}) + \frac{\partial}{\partial\eta} (J_d\tau_{22}) + \frac{\partial}{\partial\zeta} (\tau_{23} + J_{31}\tau_{21} + J_{32}\tau_{22}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} G^{\frac{1}{2}}\text{Turb.}w &= G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial\tau_{31}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{32}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{33}}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial\xi} (J_d\tau_{31}) + \frac{\partial}{\partial\eta} (J_d\tau_{32}) + \frac{\partial}{\partial\zeta} (\tau_{33} + J_{31}\tau_{31} + J_{32}\tau_{32}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

ここで、応力テンソル  $\tau_{ij}$  は、せん断応力とレイノルズ応力からなる。レイノルズ応力は平均量からの変動成分からなるので、平均量を用いた形式に何らかのモデル化をする必要がある。そこで、せん断応力からの類推で、粘性係数を用いた勾配拡散の形式に表すことを考えると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \bar{\rho}\nu_{\tau h} \left( S_{11} - \frac{2}{3}Div \right), & \tau_{12} &= \bar{\rho}\nu_{\tau h} S_{12}, & \tau_{13} &= \bar{\rho}\nu_{\tau v} S_{13}, \\ \tau_{21} &= \bar{\rho}\nu_{\tau h} S_{12}, & \tau_{22} &= \bar{\rho}\nu_{\tau h} \left( S_{22} - \frac{2}{3}Div \right), & \tau_{23} &= \bar{\rho}\nu_{\tau v} S_{23}, \\ \tau_{31} &= \bar{\rho}\nu_{\tau h} S_{13}, & \tau_{32} &= \bar{\rho}\nu_{\tau h} S_{23}, & \tau_{33} &= \bar{\rho}\nu_{\tau v} \left( S_{33} - \frac{2}{3}Div \right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

ただし、 $\nu_{\tau h}, \nu_{\tau v}$  は運動量に関する水平と鉛直方向の渦粘性係数であり、せん断応力に表れる分子粘性係数は渦粘性係数に比較して非常に小さいので無視する。また、 $S_{ij}$  は変形速度テンソルで、曲線座標系では、

$$S_{11} = 2\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial\xi} (J_d u) + \frac{\partial}{\partial\zeta} (J_{31} u) \right] \quad (3.10)$$

$$S_{22} = 2\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{2}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial\eta} (J_d v) + \frac{\partial}{\partial\zeta} (J_{32} v) \right] \quad (3.11)$$

$$S_{33} = 2\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{2}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial w}{\partial\zeta} \quad (3.12)$$

$$S_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d u) + \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} u + J_{31} v) \right] \quad (3.13)$$

$$S_{13} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d w) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (u + J_{31} w) \right] \quad (3.14)$$

$$S_{23} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d w) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (v + J_{32} w) \right] \quad (3.15)$$

のように、 $Div$  は発散であり、次のように与えられる。

$$Div = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (G^{\frac{1}{2}} u) + \frac{\partial}{\partial \eta} (G^{\frac{1}{2}} v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (G^{\frac{1}{2}} W) \right] \quad (3.16)$$

温位、水蒸気と水物質の混合比、および、水物質の数密度の拡散項については、それらの変数を  $\phi$  で代表して、

$$\begin{aligned} G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \phi &= G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial H_{\phi 1}}{\partial x} + \frac{\partial H_{\phi 2}}{\partial y} + \frac{\partial H_{\phi 3}}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d H_{\phi 1}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d H_{\phi 2}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (H_{\phi 3} + J_{31} H_{\phi 1} + J_{32} H_{\phi 2}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

のように定式化する。ここで、 $H_{\phi 1}, H_{\phi 2}$  は  $x, y$  方向の、 $H_{\phi 3}$  は  $z$  方向の、上式に該当するスカラー量  $\phi$  の分子拡散と乱流（サブグリッドスケールの）フラックスで、速度の場合と同様に勾配拡散の形式で、

$$H_{\phi 1} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} \phi) \right] \quad (3.18)$$

$$H_{\phi 2} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} \phi) \right] \quad (3.19)$$

$$H_{\phi 3} = \bar{\rho} \nu_{Hv} \frac{\partial \phi}{\partial z} = \bar{\rho} \nu_{Hv} \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \quad (3.20)$$

のように与えられる。ただし、 $\nu_{Hh}, \nu_{Hv}$  はスカラー量に関する水平と鉛直方向の渦拡散係数で、分子拡散係数は小さいので無視する。

このように、レイノルズ応力を渦粘性係数を用いた形式にモデル化し、これらの式中に現れた渦粘性係数  $\nu_{\tau h}, \nu_{\tau v}$  と渦拡散係数  $\nu_{Hh}, \nu_{Hv}$  を評価する方法を渦粘性モデルという。

以下の節では、 $CReSS$  に実装されている次の2つの渦粘性モデルを説明する。

- スマゴリンスキーの1次のクロージャー
- 乱流運動エネルギーを用いた1.5次のクロージャー



### 3.2.2 スマゴリンスキーの1次のクロージャー

Smagorinsky (1963), Lilly (1962) に基づいて、次のように渦粘性係数を与える。まず鉛直と水平方向に等方的である場合を考え、 $\nu_{\tau h} = \nu_{\tau v} = \nu_{\tau}$  として、

$$\nu_{\tau} = \begin{cases} (C_S \Delta)^2 \left( Def^2 - \frac{N^2}{Pr} \right), & \nu_{\tau} > 0 \\ 0, & \nu_{\tau} \leq 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

のように定式化する。ここで、 $C_S$  はスマゴリンスキー定数で、Deardorff (1972a) に従い、 $C_S = 0.21$  とする。 $\Delta$  は数値モデルの平均の格子間隔、

$$\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}} \quad (3.22)$$

である。また、 $Def$  は変形の大きさで、

$$Def^2 = \frac{1}{2} (S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2) + S_{12}^2 + S_{13}^2 + S_{23}^2 - \frac{2}{3} Div^2 \quad (3.23)$$

のように、 $N$  はブラント・バイサラ振動数で、

$$N^2 = \begin{cases} \frac{g}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \ln \theta}{\partial \zeta}, & q_v < q_{vsw} \\ \frac{g}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{1 + \mathcal{L}_v q_{vsw} / R_d T}{1 + \mathcal{L}_v^2 q_{vsw} / C_p R_v T^2} \left( \frac{\partial \ln \theta}{\partial \zeta} + \frac{\mathcal{L}_v}{C_p T} \frac{\partial q_{vsw}}{\partial \zeta} \right) - \frac{\partial q_w}{\partial \zeta} \right], & q_v \geq q_{vsw} \end{cases} \quad (3.24)$$

のように、 $Pr$  は乱流プラントル数で、

$$Pr = \nu_{\tau} / \nu_H \quad (3.25)$$

$$\nu_H = \nu_{Hh} = \nu_{Hv} \quad (3.26)$$

のように与えられ、これを用いてスカラー量  $\phi$  に関する渦拡散係数を求めればよい。ここで、 $g$  は重力加速度、 $T$  は温度、 $R_d, R_v$  はそれぞれ乾燥空気と水蒸気の気体定数、 $C_p$  は乾燥空気の定圧比熱、 $q_w$  は水蒸気・雲水・雨水の混合比の和である。また、水飽和混合比  $q_{vsw}$  は Tetens の式を用いて、

$$q_{vsw} = \epsilon \frac{610.78}{p} \exp \left( 17.269 \frac{T - 273.16}{T - 35.86} \right) \quad (3.27)$$

のように、水の蒸発の潜熱  $\mathcal{L}_v$  は、

$$\mathcal{L}_v = 2.50078 \times 10^6 \left( \frac{273.16}{T} \right)^{(0.167+3.67 \times 10^{-4}T)} \quad (3.28)$$

のように与えられる。 $\epsilon$  は水蒸気の分子量と乾燥空気の分子量の比である。

次に、鉛直と水平に非等方である場合は、

$$\nu_{\tau h} = \begin{cases} (C_S \Delta_h)^2 \left( Def^2 - \frac{N^2}{Pr} \right), & \nu_{\tau h} > 0 \\ 0, & \nu_{\tau h} \leq 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

$$\nu_{\tau v} = \begin{cases} (C_S \Delta_v)^2 \left( Def^2 - \frac{N^2}{Pr} \right), & \nu_{\tau v} > 0 \\ 0, & \nu_{\tau v} \leq 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

のようにして各方向の渦粘性係数を与える。ここで、

$$\Delta_h = (\Delta x \Delta y)^{\frac{1}{2}} \quad (3.31)$$

$$\Delta_v = \Delta z \quad (3.32)$$

であり、スカラー量  $\phi$  に関する各方向の渦拡散係数  $\nu_{Hh}, \nu_{Hv}$  は、同じ乱流プラントル数  $Pr$  を用いて、次のように求めればよい。

$$Pr = \nu_{\tau h} / \nu_{Hh} = \nu_{\tau v} / \nu_{Hv} \quad (3.33)$$

### 3.2.3 乱流運動エネルギーを用いた 1.5 次のクロージャー

1.5 次のクロージャーでは、乱流運動エネルギーについての時間発展方程式を用いる。この乱流運動エネルギーは、各速度成分について、平均流からの偏差に  $''$  を付して、

$$E = \frac{1}{2} \left( \overline{u''^2 + v''^2 + w''^2} \right) \quad (3.34)$$

と表され、その時間発展方程式は、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^* E}{\partial t} = & - \left( u^* \frac{\partial E}{\partial \xi} + v^* \frac{\partial E}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial E}{\partial \zeta} \right) + \text{Buoy.} \cdot E + \rho^* \left( \frac{1}{2} \nu_E Def^2 - \frac{2}{3} E Div \right) - \rho^* \frac{C_e}{l_h} E^{\frac{3}{2}} \\ & + \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d H_{E1}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d H_{E2}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (H_{E3} + J_{31} H_{E1} + J_{32} H_{E2}) \right] \end{aligned} \quad (3.35)$$

まず、式 (3.35) の右辺第 2 項に現れる  $\text{Buoy}.E$  は、位置エネルギーと運動エネルギーの変換項で、

$$\text{Buoy}.E = \begin{cases} -g\bar{\rho}\nu_{Hv} \left( A \frac{\partial\theta_e}{\partial\zeta} - \frac{\partial q_{all}}{\partial\zeta} \right), & q_v \geq q_{vs w} \text{ or } q_c + q_i > 0 \\ -g\bar{\rho}\nu_{Hv} \left( \frac{1}{\theta} \frac{\partial\theta}{\partial\zeta} + 0.61 \frac{\partial q_v}{\partial\zeta} \right), & q_v < q_{vs w} \text{ or } q_c + q_i = 0 \end{cases} \quad (3.36)$$

のように与えられる。ただし  $A$  は、

$$A = \frac{1}{\theta} \frac{1 + 1.61\epsilon\mathcal{L}_v q_v / R_d T}{1 + \epsilon\mathcal{L}_v^2 q_v / C_p R_d T^2} \quad (3.37)$$

であり、 $g$  は重力加速度、 $T$  は温度、 $\epsilon$  は水蒸気の分子量と乾燥空気の分子量の比、 $q_{all}$  は水蒸気・雲水・雲氷の混合比の和、 $\theta_e$  は相当温位、 $C_p, R_d$  はそれぞれ乾燥空気の定圧比熱と気体定数、 $\mathcal{L}_v$  は水の蒸発の潜熱である。

次に、右辺第 3 項の  $Div, Def$  はそれぞれ、節 3.2.1、3.2.2 で示したものと同じであり、

$$Div = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial\xi} \left( G^{\frac{1}{2}} u \right) + \frac{\partial}{\partial\eta} \left( G^{\frac{1}{2}} v \right) + \frac{\partial}{\partial\zeta} \left( G^{\frac{1}{2}} W \right) \right] \quad (3.38)$$

$$Def^2 = \frac{1}{2} (S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2) + S_{12}^2 + S_{13}^2 + S_{23}^2 - \frac{2}{3} Div^2 \quad (3.39)$$

のように、また、右辺第 4 項の散逸項の係数  $C_e$  は、

$$C_e = \begin{cases} 3.9, & \text{最下層} \\ 0.93, & \text{それ以外} \end{cases} \quad (3.40)$$

と与えられ、右辺最後の項の乱流運動エネルギーのフラックスは、

$$H_{E1} = \bar{\rho}\nu_E \frac{\partial E}{\partial x} = \bar{\rho}\nu_E \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial\xi} (J_d E) + \frac{\partial}{\partial\zeta} (J_{31} E) \right] \quad (3.41)$$

$$H_{E2} = \bar{\rho}\nu_E \frac{\partial E}{\partial y} = \bar{\rho}\nu_E \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial\eta} (J_d E) + \frac{\partial}{\partial\zeta} (J_{32} E) \right] \quad (3.42)$$

$$H_{E3} = \bar{\rho}\nu_E \frac{\partial E}{\partial z} = \bar{\rho}\nu_E \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial E}{\partial\zeta} \quad (3.43)$$

のように表される。ここで、 $\nu_E$  は乱流運動エネルギーに対する渦粘性係数である。

結局、渦粘性係数  $\nu_{\tau h}, \nu_{\tau v}$  は乱流運動エネルギー  $E$  の関数として、

$$\nu_{\tau h} = 0.1E^{\frac{1}{2}}l_h \quad (3.44)$$

$$\nu_{\tau v} = 0.1E^{\frac{1}{2}}l_v \quad (3.45)$$

のように与えられる。ここで、 $l_h, l_v$  はそれぞれ水平・鉛直方向の混合長スケールで、格子間隔が鉛直と水平でほぼ同じ場合には、

$$l = l_h = l_v = \begin{cases} \Delta s, & \text{不安定または中立の場合} \\ \min(\Delta s, l_s), & \text{安定な場合} \end{cases} \quad (3.46)$$

のように与えられる。ただし、

$$\Delta s = \Delta s_h = \Delta s_v = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}} \quad (3.47)$$

$$l_s = 0.76E^{\frac{1}{2}} \left| \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right|^{-\frac{1}{2}} \quad (3.48)$$

である。また、格子間隔が鉛直と水平で大きく異なる場合には、

$$l_h = \Delta s_h \quad (3.49)$$

$$l_v = \begin{cases} \Delta s_v, & \text{不安定または中立の場合} \\ \min(\Delta s_v, l_s), & \text{安定な場合} \end{cases} \quad (3.50)$$

のように与えられる。ただし、

$$\Delta s_h = (\Delta x \Delta y)^{\frac{1}{2}}, \quad \Delta s_v = \Delta z \quad (3.51)$$

であり、 $l_s$  は式 (3.48) で与えられたものと同じである。

最終的に、渦粘性係数  $\nu_{\tau h}, \nu_{\tau v}$  は乱流運動エネルギー  $E$  の関数として、

$$\nu_{\tau h} = \max \left( 0.1E^{\frac{1}{2}}l_h, \alpha \Delta s_h^2 \right) \quad (3.52)$$

$$\nu_{\tau v} = \max \left( 0.1E^{\frac{1}{2}}l_v, \alpha \Delta s_v^2 \right) \quad (3.53)$$

のように与えられる。ここで  $\alpha$  は小さい数で、 $\alpha = 10^{-6}$  などである。また、スカラー量  $\phi$  に対する渦拡散係数  $\nu_{Hv}, \nu_{Hh}$  と乱流運動エネルギー  $E$  に対する渦粘性係数  $\nu_E$  は、

格子間隔が水平と鉛直方向でほぼ同じ場合、

$$\frac{\nu_{\tau h}}{\nu_{Hh}} = \frac{\nu_{\tau v}}{\nu_{Hv}} = \frac{1}{1 + 2l/\Delta s} \quad (= Pr) \quad (3.54)$$

$$\nu_E = 2\nu_{\tau h} = 2\nu_{\tau v} \quad (3.55)$$

格子間隔が水平と鉛直方向で大きく異なる場合、

$$\frac{\nu_{\tau h}}{\nu_{Hh}} = \frac{1}{1 + 2l_h/\Delta s_h} = \frac{1}{3} \quad (3.56)$$

$$\frac{\nu_{\tau v}}{\nu_{Hv}} = \frac{1}{1 + 2l_v/\Delta s_v} \quad (= Pr) \quad (3.57)$$

$$\nu_E = 2\nu_{\tau h} \quad (3.58)$$

のように求める。

### 3.2.4 地図投影座標系における拡散項の定式化

本節では、節 2.3 で述べた地図投影座標系における、運動方程式、温位の式、水蒸気と水物質の混合比の式、および、水物質の数密度の式に現れる拡散項（乱流混合の項）と乱流運動エネルギーの時間発展方程式の定式化を行う。

さて、運動方程式中の拡散項 (3.6) ~ (3.8) は、地図投影座標系においては次のように表現される。

$$\begin{aligned} G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} u &= G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial z} \right) \\ &= m^2 \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{J_d \tau_{11}}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{J_d \tau_{12}}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\tau_{13} + J_{31} \tau_{11} + J_{32} \tau_{12}) \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} v &= G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial z} \right) \\ &= m^2 \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{J_d \tau_{21}}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{J_d \tau_{22}}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\tau_{23} + J_{31} \tau_{21} + J_{32} \tau_{22}) \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} w &= G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{33}}{\partial z} \right) \\ &= m^2 \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{J_d \tau_{31}}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{J_d \tau_{32}}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\tau_{33} + J_{31} \tau_{31} + J_{32} \tau_{32}) \end{aligned} \quad (3.61)$$

ここで、応力テンソル  $\tau_{ij}$  の表記は、式 (3.9) と同様であるが、変形速度テンソル  $S_{ij}$  については、

$$S_{11} = 2m \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d u) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} u) \right] \quad (3.62)$$

$$S_{22} = 2m \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{2m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} v) \right] \quad (3.63)$$

$$S_{33} = 2 \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{2}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial w}{\partial \zeta} \quad (3.64)$$

$$S_{12} = m \frac{\partial u}{\partial y} + m \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d u) + \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} u + J_{31} v) \right] \quad (3.65)$$

$$S_{13} = \frac{\partial u}{\partial z} + m \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d w) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} w) \right] + \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial u}{\partial \zeta} \quad (3.66)$$

$$S_{23} = \frac{\partial v}{\partial z} + m \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d w) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} w) \right] + \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial v}{\partial \zeta} \quad (3.67)$$

のように、発散  $Div$  については、

$$Div = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ m^2 \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{G^{\frac{1}{2}} u}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{G^{\frac{1}{2}} v}{m} \right) + \frac{\partial W}{\partial \zeta} \right] \quad (3.68)$$

のように変形される。

温位、水蒸気と水物質の混合比、および、水物質の数密度の拡散項 (3.17) については、

$$\begin{aligned} G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \phi &= G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial H_{\phi 1}}{\partial x} + \frac{\partial H_{\phi 2}}{\partial y} + \frac{\partial H_{\phi 3}}{\partial z} \right) \\ &= m^2 \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{J_d H_{\phi 1}}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{J_d H_{\phi 2}}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (H_{\phi 3} + J_{31} H_{\phi 1} + J_{32} H_{\phi 2}) \end{aligned} \quad (3.69)$$

のように表現される。ここで、分子拡散と乱流フラックス  $H_{\phi 1}, H_{\phi 2}, H_{\phi 3}$  は、

$$H_{\phi 1} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} \phi) \right] \quad (3.70)$$

$$H_{\phi 2} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} \phi) \right] \quad (3.71)$$

$$H_{\phi 3} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{\partial \phi}{\partial z} = \bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \quad (3.72)$$

のように与えられる。

次に、1.5 次のクロージャーでは、乱流運動エネルギーについての時間発展方程式を用いるので、それについても地函係数を導入したものに変更しなければならない。この変更も同様の方法で行なわれ、地形を含み地函係数を導入した乱流運動エネルギーの時間発展方程式は、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^* E}{\partial t} = & - \left( mu^* \frac{\partial E}{\partial \xi} + mv^* \frac{\partial E}{\partial \eta} + W^* \frac{\partial E}{\partial \zeta} \right) + \text{Buoy} \cdot E + \rho^* \left( \frac{1}{2} \nu_E \text{Def}^2 - \frac{2}{3} E \text{Div} \right) - \rho^* \frac{C_e}{l_h} E^{\frac{3}{2}} \\ & + \left[ m^2 \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{J_d H_{E1}}{m} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{J_d H_{E2}}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (H_{E3} + J_{31} H_{E1} + J_{32} H_{E2}) \right] \end{aligned} \quad (3.73)$$

ここで、右辺最後の項の乱流運動エネルギーのフラックスは、

$$H_{E1} = \bar{\rho} \nu_E \frac{\partial E}{\partial x} = \bar{\rho} \nu_E \frac{m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (J_d E) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{31} E) \right] \quad (3.74)$$

$$H_{E2} = \bar{\rho} \nu_E \frac{\partial E}{\partial y} = \bar{\rho} \nu_E \frac{m}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (J_d E) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (J_{32} E) \right] \quad (3.75)$$

$$H_{E3} = \bar{\rho} \nu_E \frac{\partial E}{\partial z} = \bar{\rho} \nu_E \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial E}{\partial \zeta} \quad (3.76)$$

のように表される。





## 第4章

# 雲・降水の物理過程

雲物理学 (cloud physics) は大きく分けて、雲微物理学 (cloud microphysics) と雲力学 (cloud dynamics) に分けられる。これらは密接に関係しており、雲力学の理解のためには雲物理学の知識は不可欠である。

水蒸気を含む空気塊が大気中を上昇するとき、水蒸気から雲・降水粒子への変換が起こり、雲が生成され降水が起こる。降水の形成過程は大きく「暖かい雨」と「冷たい雨 (氷相雨)」に分けられる。暖かい雨とは氷相過程を全く経ずに雲から降る雨をいい、雲のすべての領域が  $0^{\circ}\text{C}$  以上にある。そのような雲を「暖かい雲 (warm clouds)」という。一方、氷相雨というのは、降水粒子の成長過程の主要な部分に氷相過程が関与するような雨で、そのような雨をもたらす雲を「冷たい雲 (cold clouds)」という。この場合、雲の一部または全部は  $0^{\circ}\text{C}$  以下にあり、通常は液相と固相の水が両方存在する。これらの雲のモデル化には、以下のカテゴリーがある。

- 暖かい雨のバルク法のパラメタリゼーション
- 氷相を含むバルク法のパラメタリゼーション
- 液相の粒子の粒径をいくつものビンに分け、粒径分布の時間発展を予報する方法
- 上記のビン法を氷相まで含める方法
- さらに、ビン法において元になるエアロゾルについても分類する方法
- 液相についてはビン法、氷相についてはバルク法を用いる方法 (ハイブリッド型)

*CReSS* には、「暖かい雨のバルク法」と「氷相を含むバルク法」が実装されているので、これら2つのモデル化について詳述する。

## 4.1 暖かい雨のバルク法のパラメタリゼーション

### 4.1.1 暖かい雨における雲・降水過程の方程式系

暖かい雨のバルク法のパラメタリゼーションでは、水物質を次のような3つのカテゴリーに分ける<sup>1</sup>。

記号	意味	内容
$q_v$	水蒸気混合比	気体の状態で大気中に存在する水。
$q_c$	雲水混合比	落下速度を零として扱う。実際の大气中の雲粒に対応し、これは通常 100 $\mu\text{m}$ 以下の微小な液体粒子（微水滴）である。
$q_r$	雨水混合比	有意な落下速度を持つ液体の粒子で、実際の大气中の雨粒に対応する。

この過程に関係するモデル変数は水物質に関する3つの変数 [ $\text{kg kg}^{-1}$ ] と温位（温度）[K] で、その時間発展の方程式系は、節 2.1 で示した方程式系を簡便に記述して（ここでは地形を含まない方程式系を示しているが、今後の説明には何らの支障もない）

$$\frac{\partial \bar{\rho}\theta}{\partial t} = \text{Adv.}\theta + \text{Turb.}\theta - \bar{\rho}w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{\bar{\rho}\mathcal{L}_v}{C_p\Pi} (CN_{vc} - EV_{cv} - EV_{rv}) \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_v}{\partial t} = \text{Adv.}q_v + \text{Turb.}q_v - \bar{\rho} (CN_{vc} - EV_{cv} - EV_{rv}) \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_c}{\partial t} = \text{Adv.}q_c + \text{Turb.}q_c + \bar{\rho} (CN_{vc} - EV_{cv} - CN_{cr} - CL_{cr}) \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_r}{\partial t} = \text{Adv.}q_r + \text{Turb.}q_r + \bar{\rho} (CN_{cr} + CL_{cr} - EV_{rv}) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\rho}U_r q_r) \quad (4.4)$$

となる。ここで、 $\text{Adv.}\phi$  は移流項、 $\text{Turb.}\phi$  はサブグリッドスケールの乱流項を表し、 $\mathcal{L}_v$  は水の蒸発の潜熱 [ $\text{J kg}^{-1}$ ]、 $C_p$  は乾燥空気の定圧比熱 [ $\text{J K kg}^{-1}$ ]、 $\Pi$  はエクスター関数である。また、式 (4.4) の右辺の最後の項は雨水の落下による  $q_r$  のフラックス発散を示している。また、考慮する微物理過程は以下のとおりである。

記号	内容
$CN_{vc}$	凝結による水蒸気から雲水への変換（condensation）。
$EV_{cv}$	蒸発による雲水から水蒸気への変換（evaporation）。
$EV_{rv}$	蒸発による雨水から水蒸気への変換（evaporation）。
$CN_{cr}$	併合成長による雲水から雨水への変換。併合や水蒸気拡散により、雲粒子が雨粒の大きさに成長することに対応する（autoconversion）。
$CL_{cr}$	衝突併合による雲水から雨水への変換。大水滴が小水滴を衝突併合する過程を表す（collection）。

これらの量はすべて正の値として定義される。また、水蒸気が直接雨水に凝結する過程は無視される。これらの各プロセスは次節に示すように計算される。

<sup>1</sup> 雨水のうち直径 0.1 ~ 0.5mm の水滴を霧雨（drizzle）と呼んで区別することがあるが、ここでは雨水に含める。

### 4.1.2 微物理過程

水蒸気と雲水の間の変換：  $-CN_{vc} + EV_{cv}$

Klemp and Wilhelmson (1978) と同様に Soong and Ogura (1973) の湿潤飽和調節法をもちいる。これは、節 4.2.5 で説明する。

飽和混合比 (Tetens の式):  $q_{vsw}$

飽和混合比  $q_{vsw}$  は Tetens の式を用いて、次のように表す。

$$q_{vsw} = \epsilon \frac{610.78}{p} \exp \left( 17.269 \frac{\Pi\theta - 273.16}{\Pi\theta - 35.86} \right) \quad (4.5)$$

ここで、 $\epsilon$  は水蒸気と乾燥空気の分子量の比である。

雲水から雨水への変換：  $CN_{cr}, CL_{cr}$

併合成長 ( $CN_{cr}$ ) と衝突併合による雲水から雨水への変換 ( $CL_{cr}$ ) は Kessler (1969) のパラメタリゼーションを用いて、

$$CN_{cr} = k_1 (q_c - a) \quad (4.6)$$

$$CL_{cr} = k_2 q_c q_r^{0.875} \quad (4.7)$$

と計算される。ここで、

$$k_1 = 0.001 \text{ [ s}^{-1} \text{ ]} \quad (4.8)$$

$$a = 0.001 \text{ [ kg kg}^{-1} \text{ ]} \quad (4.9)$$

$$k_2 = 2.2 \text{ [ s}^{-1} \text{ ]} \quad (4.10)$$

である。

雨水の蒸発：  $EV_{rv}$

Ogura and Takahashi (1971), Klemp and Wilhelmson (1978) と同様に、

$$EV_{rv} = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{(1 - q_v / q_{vsw}) C (\bar{\rho} q_r)^{0.525}}{5.4 \times 10^5 + 2.55 \times 10^6 / (p q_{vsw})} \quad (4.11)$$

と表される。ここで  $C$  は ventilation factor で、次のように与えられる。

$$C = 1.6 + 124.9 (\bar{\rho} q_r)^{0.2046} \quad (4.12)$$

雨水の落下速度：  $U_r$

式 (4.4) 右辺の最後の項の雨水の終端落下速度  $U_r$  は、Soong and Ogura (1973) に密度の変化を加えて、

$$U_r = 36.34 (\bar{\rho} q_r)^{0.1346} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right) \quad (4.13)$$

と与えられる。ここで、 $\rho_0$  は基本場の地上面での密度 [ $\text{kg m}^{-3}$ ] で、 $U_r$  の単位は [ $\text{m s}^{-1}$ ] である。この落下速度を用いて地上での降水が計算される。また、 $z^*$  系 ( $\zeta$  系) での微分では、式 (2.59) で見られるように、メトリックがかかることに注意しなければならない。

## 4.2 氷相を含む雲・降水過程のパラメタリゼーション

### 4.2.1 氷相を含むバルク法のパラメタリゼーション

氷相を含む雲・降水過程のバルク法によるパラメタリゼーションについて、雲のモデルで用いられるものを定式化する。ここで考えるものは、水物質の変換とそれによる温度と水蒸気混合比の変化である。バルク法では大気中の水物質を雨や雪、霰といったいくつかのカテゴリーに分けて、それらを代表的変数 (通常は混合比、または、混合比と数濃度) で定式化し、その時間発展を解くものである。それゆえにバルク法を用いる場合、各変数の定義、あるいは、その意味するところが明確でなければならない。モデルによってカテゴリー分けや変数をどのようにとるのが異なる。

氷相を含むパラメタリゼーションの定式化では、以下の物理過程が考慮され、粒子のタイプによってそれぞれ定式化されなければならない。

- 1 次的、および 2 次的な氷晶の核形成
- 水蒸気拡散による粒子の成長と消耗
- 粒子間の衝突成長
- 粒子の分裂 (雨粒子の分裂)
- 別のカテゴリーへの変換 (雲水 雨水、雲氷 雪、雪 霰など)
- 凍結と融解
- 未凍結水の剥離
- 重力落下

さて、モデルによって雲物理の変数の定義やその扱いは異なるが、ここでは次の 2 つのタイプの氷相のモデルを考える。

- 各カテゴリーの混合比の時間発展方程式のみを解くもの
- 上記のほかに雲氷、雪、霰について、その数濃度についても時間発展方程式を解くもの

以下ではこれらについて、村上 (1999), Murakami et al. (1994), Murakami (1990) を中心に定式化をまとめる。

さて、次のように、ここで考える「氷相を含むバルク法」の雲・降水の物理過程のカテゴリーは、水蒸気のほかに、雲・降水粒子として、雲水、雨水、雲氷、雪、霰の5つである。これ以外に、霧水と雹を別のカテゴリーとするモデルもある。

記号	意味	内容
$\theta$	温位	ここでは $\theta = \bar{\theta} + \theta'$ である。
$q_v$	水蒸気混合比	気体の状態で大気中に存在する水。
$q_c$	雲水の混合比	液体の水で粒径が小さく落下速度が無視できるほどで、大気の運動とともに移動する。
$q_r$	雨水の混合比	通常は直径 100 $\mu\text{m}$ 以上の液体の粒子を雨と呼び、モデルでは「雨水」として表現する。粒子の大きさによって決まる落下速度が有意であり、水平には大気とともに動くが、鉛直に落下し空気塊から脱落する。
$q_i$	雲氷の混合比	雲物理では「氷晶」と呼ばれ、通常は 100 $\mu\text{m}$ 以下の氷の微小な結晶のこと。落下速度は無視できるほど小さい。
$q_s$	雪の混合比	モデルでは密度が 0.1 $\text{g cm}^{-3}$ 程度で、落下速度が 1 $\text{m s}^{-1}$ 程度の固体降水粒子を意味し、実際の雲粒子では雪結晶、雪片などが対応する。
$q_g$	霰の混合比	モデルでは密度が 0.4 $\text{g cm}^{-3}$ 程度で、落下速度が 1~4 $\text{m s}^{-1}$ 程度の固体降水粒子を意味し、実際の雲粒子では、雲粒つき雪結晶、雲粒つき雪片、霰などが対応する。
$q_h$	雹の混合比	モデルでは密度が 0.9 $\text{g cm}^{-3}$ 程度で、落下速度が 10 $\text{m s}^{-1}$ にも達する固体降水粒子を意味し、実際の雲粒子では、凍雨、雹などが対応する。CReSS では雹は霰に含まれている。
$N_i$	雲氷の数濃度	雲氷を表現する場合、数濃度をもう一つの変数とすることがある。
$N_s$	雪の数濃度	雪の場合も同様である。
$N_g$	霰の数濃度	霰の場合も同様である。

ここで、温位の単位は [K]、混合比は [ $\text{kg kg}^{-1}$ ]、数濃度は [ $\text{m}^{-3}$ ] である。ただし計算では混合比の単位は [ $\text{g kg}^{-1}$ ] にして計算することがある。これに伴って係数が変わる。

#### 4.2.2 雲・降水過程の方程式系

ここで用いる方程式系は、温位と水蒸気、それにそれぞれの雲・降水粒子の時間発展方程式である。さらに数濃度を考慮する場合は、雲氷、雪、霰の数濃度の時間発展方程式が加わる。これらは、節 2.1 で示した方程式系を簡便に記述したものである（地形を含まない方程式系を示す理由は節 4.1.1 と同様）。

まず、温位と水物質の混合比の時間発展方程式は、

$$\frac{\partial \bar{\rho}\theta}{\partial t} = \text{Adv.}\theta + \text{Turb.}\theta - \bar{\rho}w\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \bar{\rho}(\text{Src.}\theta_V + \text{Src.}\theta_S + \text{Src.}\theta_F) \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_v}{\partial t} = \text{Adv.}q_v + \text{Turb.}q_v + \bar{\rho}\text{Src.}q_v \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_c}{\partial t} = \text{Adv.}q_c + \text{Turb.}q_c + \bar{\rho}\text{Src.}q_c + \bar{\rho}\text{Fall.}q_c \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_r}{\partial t} = \text{Adv.}q_r + \text{Turb.}q_r + \bar{\rho}\text{Src.}q_r + \bar{\rho}\text{Fall.}q_r \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_i}{\partial t} = \text{Adv.}q_i + \text{Turb.}q_i + \bar{\rho}\text{Src.}q_i + \bar{\rho}\text{Fall.}q_i \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_s}{\partial t} = \text{Adv.}q_s + \text{Turb.}q_s + \bar{\rho}\text{Src.}q_s + \bar{\rho}\text{Fall.}q_s \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}q_g}{\partial t} = \text{Adv.}q_g + \text{Turb.}q_g + \bar{\rho}\text{Src.}q_g + \bar{\rho}\text{Fall.}q_g \quad (4.20)$$

と表される。ここで、下つき添え字  $v, c, r, i, s, g$  はそれぞれ水蒸気、雲水、雨水、雲氷、雪、霰を表し、以後  $x$  や  $y$  で代表することがある。

各項の意味は、以下のとおりである。

Adv. $\phi$	温位または水物質の混合比の移流項
Turb. $\phi$	サブグリッドスケールの乱流による温位または水物質の混合比の拡散項
Src. $\theta_V$	温位の生成・消滅項で凝結・蒸発に関するもの
Src. $\theta_S$	温位の生成・消滅項で昇華に関するもの
Src. $\theta_F$	温位の生成・消滅項で凍結・融解に関するもの
Src. $q_x$	水物質の混合比の生成・消滅項
Fall. $q_x$	水物質の沈降（降水）の項

次に、雲氷、雪、霰の数濃度の時間発展方程式は、

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = \text{Adv.}\frac{N_i}{\bar{\rho}} + \text{Turb.}\frac{N_i}{\bar{\rho}} + \bar{\rho}\text{Src.}\frac{N_i}{\bar{\rho}} + \bar{\rho}\text{Fall.}\frac{N_i}{\bar{\rho}} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial N_s}{\partial t} = \text{Adv.}\frac{N_s}{\bar{\rho}} + \text{Turb.}\frac{N_s}{\bar{\rho}} + \bar{\rho}\text{Src.}\frac{N_s}{\bar{\rho}} + \bar{\rho}\text{Fall.}\frac{N_s}{\bar{\rho}} \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial N_g}{\partial t} = \text{Adv.}\frac{N_g}{\bar{\rho}} + \text{Turb.}\frac{N_g}{\bar{\rho}} + \bar{\rho}\text{Src.}\frac{N_g}{\bar{\rho}} + \bar{\rho}\text{Fall.}\frac{N_g}{\bar{\rho}} \quad (4.23)$$

である。ここで、下つき添え字  $i, s, g$  は混合比の場合と同様にそれぞれ雲氷、雪、霰を表し、以後  $x$  や  $y$  で代表することがある。

各項の意味は以下の通りである。

Adv. $N_x/\bar{\rho}$	固体の水物質の数濃度移流項
Turb. $N_x/\bar{\rho}$	サブグリッドスケールの乱流による固体の水物質の数濃度の拡散項
Src. $N_x/\bar{\rho}$	固体の数濃度の生成・消滅項
Fall. $N_x/\bar{\rho}$	沈降（降水）による固体の数濃度の変化の項

これらの式の生成・消滅項は以下ようになる。

温位  $\theta$  の式 (4.14) の生成・消滅項： Src. $\theta_V$  + Src. $\theta_S$  + Src. $\theta_F$

$$\text{Src.}\theta_V = \frac{\mathcal{L}_v}{C_p \bar{\Pi}} V D_{vr} \quad (4.24)$$

$$\text{Src.}\theta_S = \frac{\mathcal{L}_s}{C_p \bar{\Pi}} (N U A_{vi} + V D_{vi} + V D_{vs} + V D_{vg}) \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \text{Src.}\theta_F = \frac{\mathcal{L}_f}{C_p \bar{\Pi}} & (N U F_{ci} + N U C_{ci} + N U H_{ci} + C L_{cs} + C L_{cg} + C L_{ri} + C L_{rs} + C L_{rg} \\ & - M L_{ic} - M L_{sr} - M L_{gr} + F R_{rg} - S H_{sr} - S H_{gr}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

水蒸気混合比  $q_v$  の式 (4.15) の生成・消滅項： Src. $q_v$

$$\text{Src.}q_v = -N U A_{vi} - V D_{vr} - V D_{vi} - V D_{vs} - V D_{vg} \quad (4.27)$$

雲水の混合比  $q_c$  の式 (4.16) の生成・消滅項： Src. $q_c$

$$\text{Src.}q_c = -N U F_{ci} - N U C_{ci} - N U H_{ci} - C L_{cr} - C L_{cs} - C L_{cg} - C N_{cr} + M L_{ic} \quad (4.28)$$

雨水の混合比  $q_r$  の式 (4.17) の生成・消滅項： Src. $q_r$

$$\begin{aligned} \text{Src.}q_r = & V D_{vr} + C L_{cr} - C L_{ri} - C L_{rs} - C L_{rg} + C N_{cr} \\ & + M L_{sr} + M L_{gr} - F R_{rg} + S H_{sr} + S H_{gr} \end{aligned} \quad (4.29)$$

雲氷の混合比  $q_i$  の式 (4.18) の生成・消滅項： Src. $q_i$

$$\begin{aligned} \text{Src.}q_i = & N U A_{vi} + N U F_{ci} + N U C_{ci} + N U H_{ci} \\ & + V D_{vi} - C L_{ir} - C L_{is} - C L_{ig} - C N_{is} - M L_{ic} + S P_{si} + S P_{gi} \end{aligned} \quad (4.30)$$

雪の混合比  $q_s$  の式 (4.19) の生成・消滅項： Src. $q_s$

$$\begin{aligned} \text{Src.}q_s = & -S P_{si} + V D_{vs} + C L_{cs} + C L_{rs} \alpha_{rs} + C L_{is} - C L_{sr} (1 - \alpha_{rs}) - C L_{sg} \\ & + C N_{is} - C N_{sg} - M L_{sr} - S H_{sr} \end{aligned} \quad (4.31)$$

霰の混合比  $q_g$  の式 (4.20) の生成・消滅項： Src. $q_g$

$$\begin{aligned} \text{Src.}q_g = & -S P_{gi} + V D_{vg} + P G_g + C L_{ri} + C L_{ir} + (C L_{rs} + C L_{sr}) (1 - \alpha_{rs}) \\ & + C N_{sg} - M L_{gr} + F R_{rg} - S H_{gr} \end{aligned} \quad (4.32)$$

雲氷の数濃度  $\frac{N_i}{\rho}$  の式 (4.21) の生成・消滅項:  $\text{Src.} \frac{N_i}{\rho}$

$$\begin{aligned} \text{Src.} \frac{N_i}{\rho} = & \frac{1}{m_{i0}} NUA_{vi} + \frac{N_c}{\rho q_c} (NUF_{ci} + NUC_{ci} + NUH_{ci}) + SP_{si}^N + SP_{gi}^N \\ & + \frac{N_i}{\rho q_i} (VD_{vi} - CL_{ir} - CL_{is} - CL_{ig} - ML_{ic}) - AG_i^N - \frac{1}{m_{s0}} CN_{is} \end{aligned} \quad (4.33)$$

雪の数濃度  $\frac{N_s}{\rho}$  の式 (4.22) の生成・消滅項:  $\text{Src.} \frac{N_s}{\rho}$

$$\text{Src.} \frac{N_s}{\rho} = \frac{N_s}{\rho q_s} (VD_{vs} - ML_{sr}) - CL_{sr}^N (1 - \alpha_{rs}) - CL_{sg}^N - AG_s^N + \frac{1}{m_{s0}} CN_{is} - CN_{sg}^N \quad (4.34)$$

霰の数濃度  $\frac{N_g}{\rho}$  の式 (4.23) の生成・消滅項:  $\text{Src.} \frac{N_g}{\rho}$

$$\text{Src.} \frac{N_g}{\rho} = \frac{N_g}{\rho q_g} (VD_{vg} - ML_{gr}) + CL_{ri}^N + CL_{rs}^N (1 - \alpha_{rs}) + CN_{sg}^N + FR_{rg}^N \quad (4.35)$$

ここで、 $L_v, L_s, L_f$  はそれぞれ水の蒸発・昇華・融解の潜熱 [ J kg<sup>-1</sup> ],  $C_p$  は乾燥空気の定圧比熱 [ J K kg<sup>-1</sup> ],  $\Pi$  はエクスナー関数、 $m_{i0}, m_{s0}$  はそれぞれ最小の雲氷・雪の質量 [ kg ] である。また、これらの式に出てくる各項の意味 (考慮する微物理過程) は次の表、各カテゴリー間の相互関係は次の図 4.1 のとおりで、節 4.2.4 においてこれらの生成・消滅項を構成する各変換項の定式化を行なう。

記号	内容
$NUA_{vi}$	昇華核形成 ( deposition or sorption nucleation )
$NUF_{ci}$	凍結核形成 ( condensation-freezing nucleation )
$NUC_{ci}$	接触凍結核形成 ( contact nucleation )
$NUH_{ci}$	均質凍結核形成 ( homogeneous nucleation )
$SP$	2 次氷晶生成 ( secondary nucleation of ice crystals )
$VD$	水蒸気の昇華、凝結、蒸発 ( vapor deposition, evaporation and sublimation )
$CL$	衝突捕捉 ( collection )
$PG$	他の水物質との衝突付着による霰の成長 ( graupel production )
$AG$	凝集 ( aggregation )
$CN$	あるカテゴリーから他のカテゴリーへの変換 ( conversion )
$ML$	融解 ( melting )
$FR$	凍結 ( freezing )
$SH$	水の剥離 ( shedding of liquid water )
$SP^N$	数密度に関する 2 次氷晶生成 ( secondary nucleation of ice crystals )
$CL^N$	数濃度に関する衝突捕捉 ( collection )
$AG^N$	数濃度に関する凝集 ( aggregation )
$CN^N$	数濃度に関するあるカテゴリーから他のカテゴリーへの変換 ( conversion )
$FR^N$	数濃度に関する凍結 ( freezing )
$\alpha_{rs}$	$1 - \alpha_{rs}$ が雨滴と雪の衝突によって霰を生成する割合



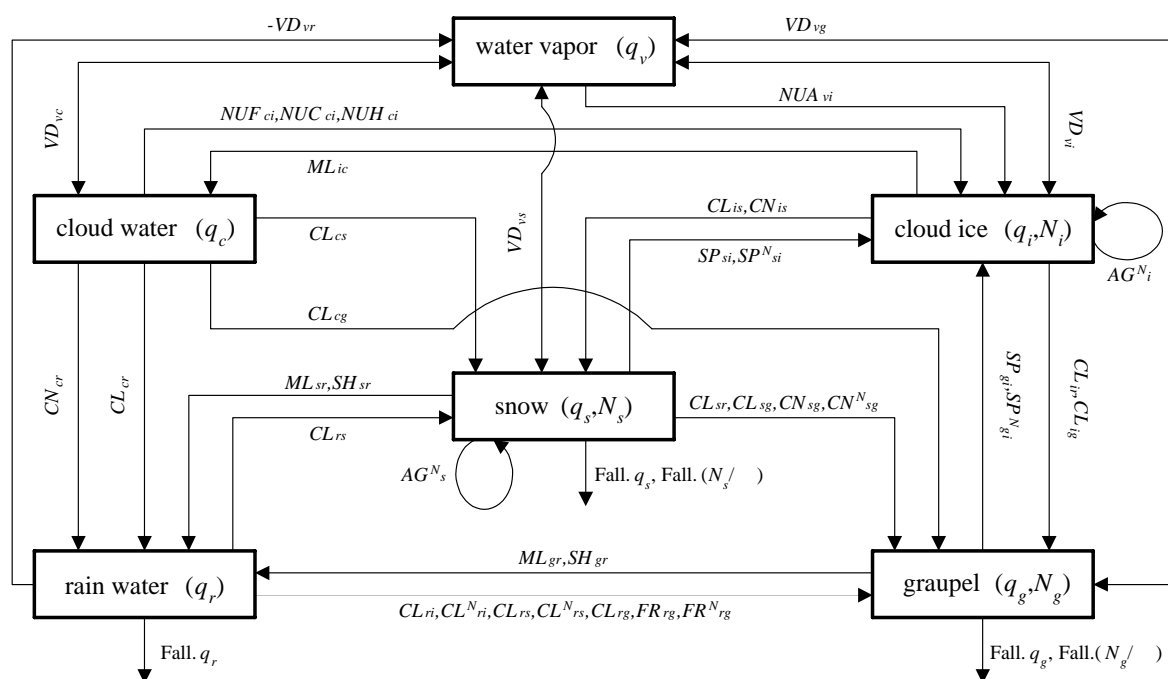


図 4.1. バルク法の雲微物理過程の相互関係。

なお、(4.24),(4.27),(4.28) において水蒸気と雲水との間の交換の項  $VD_{vc}$  がないが、この項の計算には湿潤飽和調節法を用いる。これについては、4.2.5 節で述べる。

### 4.2.3 雲・降水粒子の表現

#### 粒径分布

ビン法（粒子スペクトル法）のように粒径分布の時間発展を計算するものと異なり、バルク法では混合比のみあるいは混合比と数濃度を計算し、粒径分布はある適当な関数で与えなければならない。粒径分布は平均質量や平均落下速度の計算で用いられる。

バルク法で用いられる粒径分布は、指数関数で与えられることが多い。これは Marshall and Palmer (1948) に基づくもので、指数関数粒径分布の傾きのパラメータ  $\lambda_x$  と  $y$  切片濃度  $n_{x0}$  を用いて、

$$\underbrace{n_x(D_x)}_{[m^{-4}]} = \underbrace{n_{x0}}_{[m^{-4}]} \exp(\underbrace{-\lambda_x D_x}_{[m^{-1}]} \quad (4.36)$$

で与えられる。この分布を Marshall-Palmer 分布ということもある。あるいは、ガンマ関数<sup>2</sup>を用いて表され

<sup>2</sup>ガンマ関数とは階乗  $n!$  を複素数にまで拡張したような特殊関数の一つで、これを用いるとある種の定積分が機械的に解くことができる。特に雲物理では指数関数分布 (4.36) を用いて積分することがあるが、このような場合、機械的に定積分ができてしまう。ガンマ関数  $\Gamma(x)$  の定義の仕方はいくつかあるが、積分によって次のように定義される。

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} \exp(-t) t^{x-1} dt \quad (4.37)$$

ることもある。あるカテゴリー  $x$  の粒径分布を表すガンマ関数分布<sup>3</sup>は、

$$\underbrace{f_x(D_x)}_{[m^{-1}]} = \frac{1}{\Gamma(\nu_x)} \left(\frac{D_x}{D_{nx}}\right)^{\nu_x-1} \frac{1}{D_{nx}} \exp\left(-\frac{D_x}{D_{nx}}\right) \quad (4.43)$$

である。ここで、 $D_x$  は粒子の直径 [m]、 $\Gamma(\nu_x)$  は規格化 (0 から  $\infty$  まで積分して 1 になるようにする) 定数、 $\nu_x$  はガンマ関数の形状パラメータ、 $D_{nx}$  は特徴的直径である。これを用いて、雲・降水粒子の数濃度は、

$$\underbrace{n_x(D_x)}_{[m^{-4}]} = \underbrace{n_{xt}}_{[m^{-3}]} \underbrace{f_x(D_x)}_{[m^{-1}]} \quad (4.44)$$

のように表される。ここで、 $n_{xt}$  はカテゴリー  $x$  の総粒子濃度である。この分布の場合の粒子の平均直径  $\bar{D}_x$  は、

$$\bar{D}_x = \int_0^{\infty} D_x f_x(D_x) dD_x = \frac{\Gamma(\nu_x + 1)}{\Gamma(\nu_x)} D_{nx} = \nu_x D_{nx} \quad (4.45)$$

となる。ここで、最後の変換で (4.38) の関係を用いている。なお、一般にガンマ関数分布の  $P$  次のモーメントは次のように表される。 $P$  は複素数でもよい。

$$\int_0^{\infty} D_x^P f_x(D_x) dD_x = \frac{\Gamma(\nu_x + P)}{\Gamma(\nu_x)} D_{nx}^P \quad (4.46)$$

---

ガンマ関数の性質として次のものがあり、

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x) \quad (4.38)$$

$$\Gamma(1) = 1 \quad (4.39)$$

特に  $x$  が正の整数  $n$  のとき、

$$\Gamma(n+1) = n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1 \cdot \Gamma(1) = n! \quad (4.40)$$

となり、また、

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \quad (4.41)$$

である。これを用いると、たとえば雲物理の定積分に現れる次のようなものについて、部分積分を 3 回する代わりに、機械的に、

$$\int_0^{\infty} D_x^3 \exp(-\lambda_x D_x) dD_x = \frac{1}{\lambda_x^4} \Gamma(4) = \frac{6}{\lambda_x^4} \quad (4.42)$$

のように計算することができる。

<sup>3</sup>村上 (1999)

指数関数分布 (4.36) はガンマ関数分布 (4.43) の特別な場合で、(4.43) において、

$$\nu_x = 1 \quad (4.47)$$

$$D_{nx} = \frac{1}{\lambda_x} \quad (4.48)$$

とすると、指数関数分布 (4.36) になる。このとき、(4.46) は、

$$\int_0^{\infty} D_x^P \lambda_x \exp(-\lambda_x D_x) dD_x = \frac{1}{\lambda_x^P} \Gamma(P+1) \quad (4.49)$$

のように表せる。このように定積分が簡単に求められるのが、ガンマ関数の有効性である。また、このときの粒子の平均半径  $\bar{D}_x$  は、

$$\bar{D}_x = \frac{1}{\lambda_x} \quad (4.50)$$

ように表わされる。

さて、ここでは、雲水、雲氷については単分散を、降水粒子の雨水、雪、霰については指数関数分布<sup>4</sup>を仮定する。このとき、雲水と雲氷の平均直径は、

$$\bar{D}_c = \left( \frac{6\bar{\rho}q_c}{\pi\rho_w N_c} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.51)$$

$$\bar{D}_i = \left( \frac{6\bar{\rho}q_i}{\pi\rho_i N_i} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.52)$$

のように与えられる。ここで、 $\rho_w$  は雲水の密度 [kg m<sup>-3</sup>]、 $\rho_i$  は雲氷の密度 [kg m<sup>-3</sup>] である。ただし、雲水の数密度  $N_c$  については一定値、 $1 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$  を用いる。次に、雨水、雪、霰の粒径分布は、

$$n_r(D_r) = n_{r0} \exp(-\lambda_r D_r) \quad (4.53)$$

$$n_s(D_s) = n_{s0} \exp(-\lambda_s D_s) \quad (4.54)$$

$$n_g(D_g) = n_{g0} \exp(-\lambda_g D_g) \quad (4.55)$$

のように与えられる。ここで、 $n_x$  はカテゴリー  $x$  の  $y$  切片濃度 [m<sup>-4</sup>] である。ただし、雨水については数密度を計算しないので一定値、 $8 \times 10^6 \text{ m}^{-4}$  を用いる。

<sup>4</sup>村上 (1999), Ikawa and Saito (1991), Murakami et al. (1994), Ikawa et al. (1991), Lin et al. (1983) で用いられている。Ferrier (1994) は雲水について指数関数分布、その他の降水粒子についてはガンマ関数分布を用いている。

## 平均質量・落下速度

雲・降水粒子の質量は、その形状により粒径の冪乗の実験式で、

$$m_x(D_x) = \alpha_{ux} D_x^{\beta_{ux}} \quad (4.56)$$

のように与えられる。球形粒子の場合は  $\beta_{ux} = 3$  である。ガンマ関数分布の場合、その平均質量は、

$$\bar{m}_x = \alpha_{ux} D_{nx}^{\beta_{ux}} \frac{\Gamma(\nu_x + \beta_{ux})}{\Gamma(\nu_x)} \quad (4.57)$$

である。また、粒子の落下速度も同様に、直径の冪乗の実験式で与えられ、

$$U_x(D_x) = \alpha_{ux} D_x^{\beta_{ux}} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\gamma_{ux}} \quad (4.58)$$

同様に、ガンマ関数分布の場合、単位直径あたりの粒子数濃度  $[\text{m}^{-4}]$  と質量の重みをかけた平均の落下速度は、それぞれ、

$$\bar{U}_{xN} = \alpha_{ux} D_{nx}^{\beta_{ux}} \frac{\Gamma(\nu_x + \beta_{ux})}{\Gamma(\nu_x)} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\gamma_{ux}} \quad (4.59)$$

$$\bar{U}_{xq} = \alpha_{ux} D_{nx}^{\beta_{ux}} \frac{\Gamma(\nu_x + 3 + \beta_{ux})}{\Gamma(\nu_x + 3)} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\gamma_{ux}} \quad (4.60)$$

と与えられる。これらの関係は、指数関数分布を特別な場合として含み、(4.47) と (4.48) の場合、(4.59) と (4.60) は、ガンマ関数の関係式を用いると、

$$\bar{U}_{xN} = \alpha_{ux} \frac{\Gamma(1 + \beta_{ux})}{\lambda_x^{\beta_{ux}}} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\gamma_{ux}} \quad (4.61)$$

$$\bar{U}_{xq} = \alpha_{ux} \frac{\Gamma(4 + \beta_{ux})}{6\lambda_x^{\beta_{ux}}} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\gamma_{ux}} \quad (4.62)$$

となる。ここで、 $\rho_0$  は基本場の地表面の空気密度  $[\text{kg m}^{-3}]$  である。

指数関数分布 (4.53) ~ (4.55) の場合<sup>5</sup>、カテゴリー  $x = r, s, g$  の総粒子数  $N_x$  は、

$$N_x = \int_0^{\infty} n_{x0} \exp(-\lambda_x D_x) dD_x = \frac{n_{x0}}{\lambda_x} \quad (4.63)$$

<sup>5</sup>Ikawa and Saito (1991)

であり、また単位体積あたりの水物質  $x$  の全質量は、

$$\bar{\rho}q_x = \int_0^\infty \frac{\pi}{6} \rho_x D_x^3 n_{x0} \exp(-\lambda_x D_x) dD_x = \frac{\pi \rho_x n_{x0}}{\lambda_x^4} \quad (4.64)$$

となる。これらの2式より、指数関数粒径分布の傾きのパラメータ  $\lambda_x$  とその  $y$  切片濃度  $n_{x0}$  は、

$$\lambda_x = \left( \frac{\pi \rho_x N_x}{\bar{\rho}q_x} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.65)$$

$$n_{x0} = N_x \left( \frac{\pi \rho_x N_x}{\bar{\rho}q_x} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.66)$$

となる。よって、数濃度の重みをかけたカテゴリー  $x$  の終端落下速度は、

$$\begin{aligned} \bar{U}_{xN} &= \frac{1}{N_x} \int_0^\infty U_x(D_x) n_{x0} \exp(-\lambda_x D_x) dD_x \\ &= \alpha_{ux} \frac{\Gamma(1 + \beta_{ux})}{\lambda_x^{\beta_{ux}}} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\gamma_{ux}} \end{aligned} \quad (4.67)$$

となり、当然これは (4.61) に一致する。同様に質量の重みをかけたカテゴリー  $x$  の終端落下速度は、

$$\begin{aligned} \bar{U}_{xq} &= \frac{1}{\bar{\rho}q_x} \int_0^\infty \frac{\pi}{6} U_x(D_x) D_x^3 \rho_x n_{x0} \exp(-\lambda_x D_x) dD_x \\ &= \alpha_{ux} \frac{\Gamma(4 + \beta_{ux})}{6\lambda_x^{\beta_{ux}}} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\gamma_{ux}} \end{aligned} \quad (4.68)$$

となる。同様に、これは (4.62) に一致する。これらの平均の落下速度は、節 4.2.6 で述べる落下による混合比と数濃度の変化の計算に用いられる。

最後に、各カテゴリーの形状パラメータをまとめておく。

変数	$y$ 切片濃度 [ $\text{m}^{-4}$ ]	落下速度の形状パラメータ	密度 [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
$q_c$	————	( $\alpha_{uc} = 2.98 \times 10^7$ , $\beta_{uc} = 2.0$ , $\gamma_{uc} = 1.0$ )	$\rho_w = 1.0 \times 10^3$
$q_r$	$n_{r0} = 8.0 \times 10^6$	$\alpha_{ur} = 842$ , $\beta_{ur} = 0.8$ , $\gamma_{ur} = 0.5$	$\rho_w = 1.0 \times 10^3$
$q_i$	————	( $\alpha_{ui} = 700$ , $\beta_{ui} = 1.0$ , $\gamma_{ui} = 0.33$ )	$\rho_i = 5.0 \times 10^2$
$q_s$	( $n_{s0} = 1.8 \times 10^6$ )	$\alpha_{us} = 17$ , $\beta_{us} = 0.5$ , $\gamma_{us} = 0.5$	$\rho_s = 8.4 \times 10^1$
$q_g$	( $n_{g0} = 1.1 \times 10^6$ )	$\alpha_{ug} = 124$ , $\beta_{ug} = 0.64$ , $\gamma_{ug} = 0.5$	$\rho_g = 3.0 \times 10^2$

#### 4.2.4 生成・消滅項の各物理過程の定式化

ここからは生成・消滅項の各物理過程を説明するが、用いられている記号が非常に複雑なので、あきらかと思われるものも含めてほとんどすべて（除かれているものもある）を各節毎に表にまとめてある（節 4.2.5 と節 4.2.7 についても同様）。

1 次氷晶の核形成：  $NUA_{vi}$ ,  $NUF_{ci}$ ,  $NUC_{ci}$ ,  $NUH_{ci}$

1 次氷晶核形成には、次のようなものがある。

均質核形成	昇華核形成		水蒸気 氷晶	×：起こらないから
	凍結核形成		過冷却水滴 氷晶	： $NUH_{ci}$
不均質核形成	昇華核形成	昇華核	水蒸気 氷晶	： $NUA_{vi}$
	凍結核形成	凝結凍結核		×：分からないから
		接触凍結核	過冷却水滴 氷晶	： $NUC_{ci}$
	内部凍結核	過冷却水滴 氷晶	： $NUF_{ci}$	

ここでは、そのうち上記の  $NUA_{vi}$ ,  $NUF_{ci}$ ,  $NUC_{ci}$ ,  $NUH_{ci}$  についてモデルに取り入れる。

(1) 昇華核形成：  $NUA_{vi}$

(a) 昇華核数濃度を過冷却温度の関数としたもの<sup>6</sup>

昇華核数濃度を過冷却温度  $T_s$  の関数とした場合は、 $w \leq 0$  [ m s<sup>-1</sup> ] のときに、

$$NUA_{vi} = \frac{m_{i0}}{\bar{\rho}} \beta_2 N_{i0} \exp(\beta_2 T_s) \left( \frac{S_i - 1}{S_{wi} - 1} \right)^B \frac{\partial T_s}{\partial z} w \quad (4.69)$$

$$NUA_{vi}^N = \frac{NUA_{vi}}{m_{i0}} \quad (4.70)$$

となる。ただし、鉛直微分は実空間での微分であるので、式 (2.59) に見られるように、 $z^*$  系 ( $\zeta$  系) での微分にはメトリックがかかる。

(b) 昇華核数濃度を過飽和度の関数としたもの<sup>7</sup>

昇華核数濃度を過飽和度  $SS_i$  の関数とした場合は、 $w \leq 0$  [ m s<sup>-1</sup> ] のときに、

$$NUA_{vi} = \frac{m_{i0}}{\bar{\rho}} 15.25 \exp(5.17 + 15.25 SS_i) \frac{\partial SS_i}{\partial z} w \quad (4.71)$$

$$NUA_{vi}^N = \frac{NUA_{vi}}{m_{i0}} \quad (4.72)$$

となる。ただし、(a) の過冷却の場合と同様に、 $z^*$  系 ( $\zeta$  系) での微分にはメトリックがかかる。

<sup>6</sup>Ikawa and Saito (1991), Cotton et al. (1986), Murakami (1990), Ikawa et al. (1991), Murakami et al. (1994), 村上 (1999)

<sup>7</sup>Meyers et al. (1992), 村上 (1999)

(c) 上記の両方を考慮したもの<sup>8</sup>

Ferrier (1994) は氷晶の非均質昇華核形成を温度で分けて、 $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  以上のときは Murakami (1990), Cotton et al. (1986) の昇華核形成の定式化を、それ以下のときは Meyers et al. (1992) のそれを用いる方法をとった。それは、 $w \leq 0\text{ [ m s}^{-1} ]$  のときに、次のように与えられる。

$$NUA_{vi} = \frac{m_{i0}}{\bar{\rho}} w \frac{\partial N_i}{\partial z} \quad (4.73)$$

$$NUA_{vi}^N = \frac{NUA_{vi}}{m_{i0}} \quad (4.74)$$

ここでは、 $N_i$  を  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  で分けて、

$$N_i = \begin{cases} N_{i01} \exp(\beta_2 T_s) \left( \frac{S_i - 1}{S_{wi} - 1} \right)^B, & T \geq -5\text{ [ }^{\circ}\text{C]} \\ N_{i02} \exp(a_1 S S_i - b_1), & T < -5\text{ [ }^{\circ}\text{C]} \end{cases} \quad (4.75)$$

のように与える。ここでも、(a),(b) と同様に、鉛直微分は実空間での微分で、 $z^*$  系 ( $\zeta$  系) での微分にはメトリックがかかる。

(a)~(c) で用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$a_1$	$-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 以下のときの Ferrier の式の係数	12.96	
$b_1$	$-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 以下のときの Ferrier の式の係数	0.639	
$B$	Huffmann and Vail の式の係数	4.5	
$m_{i0}$	最小の雲氷の質量	$10^{-12}$	kg
$N_{i0}$	Fletcher の式の係数	$10^{-2}$	$\text{m}^{-3}$
$N_{i01}$	$-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 以上のときの Ferrier の式の粒子数	$10^3$	$\text{m}^{-3}$
$N_{i02}$	$-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 以下のときの Ferrier の式の粒子数	50	$\text{m}^{-3}$
$q_{vsi}$	氷に対する飽和混合比		$\text{kg kg}^{-1}$
$q_{vsw}$	水に対する飽和混合比		$\text{kg kg}^{-1}$
$T$	温度		K
$T_0$	氷の融点	273.16	K
$T_s$	過冷却温度 ( $T_0 - T$ )		K
$S_i$	空気塊の水蒸気混合比と氷飽和水蒸気混合比の比		
$S_{wi}$	水飽和水蒸気混合比と氷飽和水蒸気混合比の比		
$SS_i$	氷過飽和度 ( $S_i - 1$ )		
$w$	$z$ 座標系における鉛直流		$\text{m s}^{-1}$
$\beta_2$	Fletcher の式の係数	0.6	$\text{K}^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$

<sup>8</sup>Ferrier (1994)

(2) 内部凍結核形成:  $NUF_{ci}$ 

雲粒の不均質凍結は、凍結核の大きさや物理・化学的性質、雲粒の温度、大きさなどに依存する。ここでは Bigg (1953) の実験式を雲粒の大きさまで外挿したものをを用いる<sup>9</sup>。

$$NUF_{ci} = B' [\exp(A'T_s) - 1] \frac{\bar{\rho} q_c^2}{\rho_w N_c} \quad (4.76)$$

$$NUF_{ci}^N = B' [\exp(A'T_s) - 1] \frac{q_c}{\rho_w} \quad (4.77)$$

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$A'$	Bigg の実験式の係数	0.66	$K^{-1}$
$B'$	Bigg の実験式の係数	100.0	$m^{-3} s^{-1}$
$N_c$	雲粒の数濃度	$1 \times 10^8$	$m^{-3}$
$T$	温度		K
$T_0$	氷の融点	273.16	K
$T_s$	過冷却温度 ( $T_0 - T$ )		K
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$kg m^{-3}$
$\rho_w$	水の密度	$1 \times 10^3$	$kg m^{-3}$

(3) 接触凍結核形成:  $NUC_{ci}$ 

接触凍結核形成<sup>10</sup>は氷晶核（凍結核）が過冷却雲粒と衝突して起こるが、それには次の3つのプロセスを考える。

- ブラウン運動 (Brownian diffusion)
- 拡散泳動 (diffusiophoresis)
- 熱泳動 (thermophoresis)

これらによる氷晶発生率は、次のように与えられる。

$$\left[ \frac{dN_c}{dt} \right]_b = F_1 \mathcal{D}_{ar} \quad (4.78)$$

$$\left[ \frac{dN_c}{dt} \right]_v = F_1 F_2 \frac{R_v T}{\mathcal{L}_v} \quad (4.79)$$

$$\left[ \frac{dN_c}{dt} \right]_t = F_1 F_2 f_t \quad (4.80)$$

<sup>9</sup>村上 (1999), Ikawa and Saito (1991)

<sup>10</sup>村上 (1999), Cotton et al. (1986), Young (1974)



ここで、

$$F_1 = 2\pi D_c N_c N_{ar} \quad (4.81)$$

$$F_2 = \frac{\kappa_a}{p} (T - T_{cl}) \quad (4.82)$$

$$f_t = \frac{0.4 [1 + 1.45K_n + 0.4 \exp(-1/K_n)] (\kappa + 2.5K_n\kappa_a)}{(1 + 3K_n)(2\kappa + 5\kappa_a K_n + \kappa_a)} \quad (4.83)$$

である。これらの式に現れる  $K_n$  は Knudsen 数で、

$$K_n = \lambda_{a0} \frac{p_{00}}{T_{00} R_a} \frac{T}{p} \quad (4.84)$$

のように定義される。また、エアロゾル粒子の拡散係数  $D_{ar}$  は、

$$D_{ar} = \frac{kT_{cl}}{6\pi R_a \mu} (1 + K_n) \quad (4.85)$$

であり、温度  $T_{cl}$  で活性化する接触凍結核の数濃度  $N_{ar}$  は<sup>11</sup>、

$$N_{ar} = N_{a0} (270.16 - T_{cl})^{1.3} \quad (4.86)$$

となる。最終的に、接触凍結核による氷晶の形成は、

$$NUC_{ci}^N = \frac{1}{\bar{\rho}} \left( \left[ \frac{dN_c}{dt} \right]_b + \left[ \frac{dN_c}{dt} \right]_v + \left[ \frac{dN_c}{dt} \right]_t \right) \quad (4.87)$$

$$NUC_{ci} = \frac{\bar{\rho} q_c}{N_c} NUC_{ci}^N \quad (4.88)$$

のように、これら 3 つのプロセスの和として表現する。

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$D_c$	雲粒の直径		m
$k$	ボルツマン定数	$1.380658 \times 10^{-23}$	J K <sup>-1</sup>
$\mathcal{L}_v$	水の蒸発の潜熱		J kg <sup>-1</sup>
$N_{a0}$	接触凍結核の数濃度の式の係数	$2 \times 10^5$	m <sup>-3</sup>
$N_c$	雲粒の数濃度	$1 \times 10^8$	m <sup>-3</sup>

<sup>11</sup>Cotton et al. (1986)

$p$	気圧		Pa
$p_{00}$	基準気圧	101325	Pa
$R_a$	エアロゾル粒子の半径	$3 \times 10^{-7}$	m
$R_v$	水蒸気の気体定数	461.0	$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$
$T$	温度		K
$T_{00}$	基準温度	293.15	K
$T_{cl}$	雲粒の温度		K
$\kappa$	空気の熱伝導率	$2.4 \times 10^{-2}$	$\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$
$\kappa_a$	エアロゾルの熱伝導率		$\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$
$\lambda_{a0}$	$p_{00}, T_{00}$ での平均自由行程	$6.6 \times 10^{-8}$	m
$\mu$	空気の粘性係数		$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$

(4) 均質凍結核形成:  $NUH_{ci}$ 

気温が  $-40^\circ\text{C}$  以下になると、雲水は瞬間的に凍ると仮定する<sup>12</sup>。これより、均質凍結核形成の割合は、

$$NUH_{ci}^N = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{N_c}{2\Delta t} \quad (4.89)$$

$$NUH_{ci} = \frac{q_c}{2\Delta t} \quad (4.90)$$

のように、中点蛙飛び法の時間間隔  $2\Delta t$  の間のすべての雲水が雲氷に変換される。なお、この計算の前に湿潤飽和調節により雲水の生成の計算がなされていなければならない (Ferrier, 1994)。

2 次氷晶の核形成:  $SP$ 

2 次氷晶生成についてはわからない点が多いが、現状で知られている主要なものに以下の過程がある。

- 雪・霰が過冷却雲粒を捕捉しながら成長するとき氷の微粒子を生成する (Hallett and Mossop, 1974)。
- 雪と霰同士が落下中に衝突して小さな氷の破片を生成する (Vardiman, 1978)。
- 大粒の過冷却水滴が凍結するとき高濃度の氷晶を発生する (Hobbs and Rangno, 1985)。

ここではこれらのうち、1 つ目の Hallett-Mossop rime splintering mechanism のみを考えることにすると<sup>13</sup>、2 次氷晶の核形成割合は、

$$SP_{si}^N = \frac{1}{\bar{\rho}} \times 3.5 \times 10^8 f(T_s) CL_{cs} \quad (4.91)$$

$$SP_{si} = m_{i0} SP_{si}^N \quad (4.92)$$

<sup>12</sup>Ikawa and Saito (1991), Ferrier (1994)

<sup>13</sup>村上 (1999), Ikawa and Saito (1991), Cotton et al. (1986)

$$SP_{gi}^N = \frac{1}{\rho} \times 3.5 \times 10^8 f(T_g) CL_{cg} \quad (4.93)$$

$$SP_{gi} = m_{i0} SP_{gi}^N \quad (4.94)$$

のように与えられる。ただし、霰については、湿潤成長するときには2次氷晶生成は起こらない。ここで、粒子の温度の関数  $f(T_x)$  (ただし  $T_x$  は  $T_s$  または  $T_g$  である) は、次のように定義される。

$$f(T_x) = \begin{cases} 0, & T_x > 270.16 \text{ [ K ]} \\ \frac{T_x - 268.16}{2}, & 268.16 \leq T_x \leq 270.16 \text{ [ K ]} \\ \frac{268.16 - T_x}{3}, & 265.16 \leq T_x \leq 268.16 \text{ [ K ]} \\ 0, & T_x < 265.16 \text{ [ K ]} \end{cases} \quad (4.95)$$

Cotton et al. (1986) の (72) では  $f(T_x)$  が負の値になってしまうが、絶対値を取ると考えると上式 (4.95) と同じになる。(4.95) では  $T_x = 268.16 \text{ [ K ]}$  で  $f(T_x) = 0$  となる関数であるが、Ikawa et al. (1991), Ikawa and Saito (1991) では、

$$f(T_x) = \begin{cases} 0, & T_x \geq 270.16 \text{ [ K ]} \\ \frac{270.16 - T_x}{2}, & 268.16 < T_x < 270.16 \text{ [ K ]} \\ 1, & T_x = 268.16 \text{ [ K ]} \\ \frac{T_x - 265.16}{3}, & 265.16 \leq T_x < 268.16 \text{ [ K ]} \\ 0, & T_x < 265.16 \text{ [ K ]} \end{cases} \quad (4.96)$$

のような、 $T_x = 268.16 \text{ [ K ]}$  で  $f(T_x) = 1$  となる関数を用いており、この場合  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$  で最大値をとる。この方がもっともらしい。

なお、ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$CL_{cg}$	霰が雲水を衝突併合する成長速度		$\text{s}^{-1}$
$CL_{cs}$	雪が雲水を衝突併合する成長速度		$\text{s}^{-1}$
$m_{i0}$	最小の雲氷の質量	$10^{-12}$	kg
$T_s$	雪の温度		K
$T_g$	霰の温度		K
$T_x$	雪または霰の温度		K
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$

水蒸気拡散成長：  $VD$

拡散成長とは水蒸気と粒子間の調節の水分子の交換による生成・成長・消滅・消耗を指す。次のような過程があり、ここではそのうちいくつかを考慮する。

気相 - 液相	凝結	水蒸気	雲水	湿潤飽和調節で計算する
		水蒸気	雨水	小さいので無視する
	蒸発	雲水	水蒸気	湿潤飽和調節で計算する
		雨水	水蒸気	$VD_{vr} < 0$
気相 - 固相	昇華凝結	水蒸気	雲氷	$VD_{vi} > 0$
		水蒸気	雪	$VD_{vs} > 0$
		水蒸気	霰	$VD_{vg} > 0$
		水蒸気	雹	$VD_{vh} > 0$
	昇華蒸発	雲氷	水蒸気	$VD_{vi} < 0$
		雪	水蒸気	$VD_{vs} < 0$
		霰	水蒸気	$VD_{vg} < 0$
		雹	水蒸気	$VD_{vh} < 0$

(1) 雨水の蒸発：  $VD_{rv}$

雨水の蒸発による混合比と数濃度の変化は、

$$VD_{vr} = -VD_{rv} = \begin{cases} \frac{2\pi}{\bar{\rho}} (S_w - 1) G_w(T, p) VENT_r, & S_w - 1 < 0 \\ 0, & S_w - 1 \geq 0 \end{cases} \quad (4.97)$$

のように表される<sup>14</sup>。水蒸気と雨水の拡散成長においては、凝結量は非常に小さいので未飽和の場合の蒸発のみを考慮する。ここで、

$$G_w(T, p) = \left( \frac{\mathcal{L}_v^2}{\kappa R_v T^2} + \frac{1}{\bar{\rho} q_{vsw} D_v} \right)^{-1} \quad (4.98)$$

である。また、雨水についての通風係数の項は、

$$VENT_r = n_{r0} \left[ 0.78 \lambda_r^{-2} + 0.31 S_c^{\frac{1}{3}} \nu^{-\frac{1}{2}} \alpha_{ur}^{\frac{1}{2}} \Gamma \left( \frac{5 + \beta_{ur}}{2} \right) \lambda_r^{-\frac{(5 + \beta_{ur})}{2}} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{4}} \right] \quad (4.99)$$

のように表される。

<sup>14</sup>村上 (1999)

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$D_v$	水蒸気の拡散係数		$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\mathcal{L}_v$	水の蒸発の潜熱		$\text{J kg}^{-1}$
$n_{r0}$	雨水の $y$ 切片濃度	$8.0 \times 10^6$	$\text{m}^{-4}$
$q_{vsw}$	水に対する飽和混合比		$\text{kg kg}^{-1}$
$R_v$	水蒸気の気体定数	461.0	$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$
$S_c$	シュミット数	0.6	
$S_w - 1$	空気塊の水過飽和度		
$T$	温度		K
$\alpha_{ur}$	雨水の落下速度と直径の関係式に現れる係数	842	$\text{m}^{1-\beta_{ur}} \text{s}^{-1}$
$\beta_{ur}$	雨水の落下速度と直径の関係式に現れる係数	0.8	
$\lambda_r$	雨水の粒径分布を表す逆指数関数の傾き		$\text{m}^{-1}$
$\kappa$	空気の熱伝導率	$2.4 \times 10^{-2}$	$\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$
$\nu$	空気の動粘性係数		$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$
$\rho_0$	基本場の地表面における密度		$\text{kg m}^{-3}$

(2) 雪・霰の昇華凝結 (昇華蒸発):  $VD_{vs}, VD_{vg}$ <sup>15</sup>

雪または霰の昇華凝結 (昇華蒸発) 速度は雨水と同様に定式化される。ただし、凝結も昇華も考慮され、また、氷の融点以上の場合と以下の場合に分けて定式化される。ここでは、 $x = s, g$  として、雪と霰を同時に定式化する。それは、

$T < T_0$  のとき、過冷却雲粒捕捉時の凍結による潜熱の加熱分を考慮して、

$$VD_{vx} = \frac{2\pi}{\bar{\rho}} (S_i - 1) G_i(T, p) VENT_x - \frac{\mathcal{L}_s \mathcal{L}_f}{\kappa R_v T^2} G_i(T, p) CL_{cx} \quad (4.100)$$

$T > T_0$  のとき、融解がないとき ( $ML_{xr} < 0$ ) と融解が起こるとき ( $ML_{xr} \geq 0$ ) に分けて、

$$VD_{vx} = \begin{cases} \frac{2\pi}{\bar{\rho}} (S_w - 1) G_w(T, p) VENT_x, & ML_{xr} \geq 0 \\ 2\pi \mathcal{D}_v (q_v - q_{vs}(T_0)) VENT_x, & ML_{xr} < 0 \end{cases} \quad (4.101)$$

である。ここで、

$$G_i(T, p) = \left( \frac{\mathcal{L}_s^2}{\kappa R_v T^2} + \frac{1}{\bar{\rho} q_{vsi} \mathcal{D}_v} \right)^{-1} \quad (4.102)$$

<sup>15</sup>村上 (1999), Ikawa and Saito (1991), Lin et al (1983)

であり、 $G_w(T, p)$  は (4.98) で与えられる。また、 $x = s, g$  について通風係数は、次のように与えられる。

$$VENT_x = n_{x0} \left[ 0.78\lambda_x^{-2} + 0.31S_c^{\frac{1}{3}}\nu^{-\frac{1}{2}}\alpha_{ux}^{\frac{1}{2}}\Gamma\left(\frac{5+\beta_{ux}}{2}\right)\lambda_x^{-\frac{(5+\beta_{ux})}{2}}\left(\frac{\rho_0}{\bar{\rho}}\right)^{\frac{1}{4}} \right] \quad (4.103)$$

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$CL_{cg}$	霰が雲水を衝突併合する成長速度		$s^{-1}$
$CL_{cs}$	雪が雲水を衝突併合する成長速度		$s^{-1}$
$D_v$	水蒸気の拡散係数		$m^2 s^{-1}$
$\mathcal{L}_f$	水の融解の潜熱		$J kg^{-1}$
$\mathcal{L}_s$	水の昇華の潜熱		$J kg^{-1}$
$n_{g0}$	霰の $y$ 切片濃度		$m^{-4}$
$n_{s0}$	雪の $y$ 切片濃度		$m^{-4}$
$ML_{gr}$	霰から雨水への融解の変換速度		$s^{-1}$
$ML_{sr}$	雪から雨水への融解の変換速度		$s^{-1}$
$q_{vs}(T_0)$	水の融点に対する飽和混合比		$kg kg^{-1}$
$q_{vsi}$	氷に対する飽和混合比		$kg kg^{-1}$
$R_v$	水蒸気の気体定数	461.0	$J K^{-1} kg^{-1}$
$S_c$	シュミット数	0.6	
$S_i - 1$	空気塊の氷過飽和度		
$S_w - 1$	空気塊の水過飽和度		
$T$	温度		K
$T_0$	氷の融点	273.16	K
$\alpha_{ug}$	霰の落下速度と直径の関係式に現れる係数	124	$m^{1-\beta_{ug}} s^{-1}$
$\alpha_{us}$	雪の落下速度と直径の関係式に現れる係数	17	$m^{1-\beta_{us}} s^{-1}$
$\beta_{ug}$	霰の落下速度と直径の関係式に現れる係数	0.64	
$\beta_{us}$	雪の落下速度と直径の関係式に現れる係数	0.5	
$\lambda_g$	霰の粒径分布を表す逆指数関数の傾き		$m^{-1}$
$\lambda_s$	雪の粒径分布を表す逆指数関数の傾き		$m^{-1}$
$\kappa$	空気の熱伝導率	$2.4 \times 10^{-2}$	$J m^{-1} s^{-1} K^{-1}$
$\nu$	空気の動粘性係数		$m^2 s^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$kg m^{-3}$
$\rho_0$	基本場の地表面における密度		$kg m^{-3}$

### (3) 雲氷の気相成長： $VD_{vi}$ <sup>16</sup>

雲氷が気相成長することによる混合比の変化は、

$$VD_{vi} = \frac{q_v - q_{vsi}}{q_{vsw} - q_{vsi}} a_1 (\bar{m}_i)^{a_2} \frac{N_i}{\bar{\rho}} \quad (4.104)$$

<sup>16</sup>Ikawa and Saito (1991), Ikawa et al. (1991)

と与えられる。ここで、 $\bar{m}_i$  は平均の雲氷の質量で、

$$\bar{m}_i = \frac{q_i \bar{\rho}}{N_i} \quad (4.105)$$

のように、 $a_1, a_2$  は Köenig (1971) にある温度依存するパラメーターであり、 $1^\circ\text{C}$  毎に、次表のように与えられる。

温度依存パラメーター  $a_1$ 

$T_c$ [ $^\circ\text{C}$ ]	0	-10	-20	-30
0.0	0.000	$7.434 \times 10^{-10}$	$9.115 \times 10^{-10}$	$5.333 \times 10^{-10}$
< -1.0	$7.939 \times 10^{-11}$	$1.812 \times 10^{-09}$	$4.876 \times 10^{-10}$	$4.834 \times 10^{-10}$
< -2.0	$7.841 \times 10^{-10}$	$4.394 \times 10^{-09}$	$3.473 \times 10^{-10}$	
< -3.0	$3.369 \times 10^{-09}$	$9.145 \times 10^{-09}$	$4.758 \times 10^{-10}$	
< -4.0	$4.336 \times 10^{-09}$	$1.725 \times 10^{-10}$	$6.306 \times 10^{-10}$	
< -5.0	$5.285 \times 10^{-09}$	$3.348 \times 10^{-08}$	$8.573 \times 10^{-10}$	
< -6.0	$3.728 \times 10^{-09}$	$1.725 \times 10^{-08}$	$7.868 \times 10^{-10}$	
< -7.0	$1.852 \times 10^{-09}$	$9.175 \times 10^{-09}$	$7.192 \times 10^{-10}$	
< -8.0	$2.991 \times 10^{-10}$	$4.412 \times 10^{-09}$	$6.153 \times 10^{-10}$	
< -9.0	$4.248 \times 10^{-10}$	$2.252 \times 10^{-09}$	$5.956 \times 10^{-10}$	

温度依存パラメーター  $a_2$ 

$T_c$ [ $^\circ\text{C}$ ]	0	-10	-20	-30
0.0	0.000	$4.318 \times 10^{-01}$	$4.447 \times 10^{-01}$	$4.382 \times 10^{-01}$
< -1.0	$4.006 \times 10^{-01}$	$4.771 \times 10^{-01}$	$4.126 \times 10^{-01}$	$4.361 \times 10^{-01}$
< -2.0	$4.831 \times 10^{-01}$	$5.183 \times 10^{-01}$	$3.960 \times 10^{-01}$	
< -3.0	$5.320 \times 10^{-01}$	$5.463 \times 10^{-01}$	$4.149 \times 10^{-01}$	
< -4.0	$5.307 \times 10^{-01}$	$5.651 \times 10^{-01}$	$4.320 \times 10^{-01}$	
< -5.0	$5.319 \times 10^{-01}$	$5.813 \times 10^{-01}$	$4.506 \times 10^{-01}$	
< -6.0	$5.249 \times 10^{-01}$	$5.655 \times 10^{-01}$	$4.483 \times 10^{-01}$	
< -7.0	$4.888 \times 10^{-01}$	$5.478 \times 10^{-01}$	$4.460 \times 10^{-01}$	
< -8.0	$3.894 \times 10^{-01}$	$5.203 \times 10^{-01}$	$4.433 \times 10^{-01}$	
< -9.0	$4.047 \times 10^{-01}$	$4.906 \times 10^{-01}$	$4.413 \times 10^{-01}$	

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$q_{vsi}$	氷に対する飽和混合比	$\text{kg kg}^{-1}$
$q_{vsw}$	水に対する飽和混合比	$\text{kg kg}^{-1}$
$T_c$	セルシウス温度	$^\circ\text{C}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度	$\text{kg m}^{-3}$

## 粒子間衝突：CL

ここでは、さまざまな粒子間の衝突によりある粒子が捕捉され、捕捉した粒子が成長するプロセスを定式化する。粒子間衝突には、先に定義した粒子のカテゴリーに対して、次のようなプロセスが考えられる。表中の「 $\times$ 」はモデルで考慮する、「 $\times$ 」は考慮しないことを示す。

プロセス	消耗源	成長源	記号	意味	モデル
雲水の衝突併合	$q_c$	$q_i$	$CL_{ci}$	雲氷が雲水を衝突併合して成長	$\times$
	$q_c$	$q_s$	$CL_{cs}$	雪が雲水を衝突併合して成長	
	$q_c$	$q_g$	$CL_{cg}$	霰が雲水を衝突併合して成長	
	$q_c$	$q_r$	$CL_{cr}$	雨水が雲水を衝突併合して成長	
雨水の衝突併合	$q_r$	$q_i$	$CL_{ri}$	雲氷が雨水を衝突併合して成長	
	$q_r$	$q_s$	$CL_{rs}$	雪が雨水を衝突併合して成長	
	$q_r$	$q_g$	$CL_{rg}$	霰が雨水を衝突併合して成長	
雲氷の衝突併合	$q_i$	$q_r$	$CL_{ir}$	雨水が雲氷を衝突併合して成長	
	$q_i$	$q_s$	$CL_{is}$	雪が雲氷を衝突併合して成長	
	$q_i$	$q_g$	$CL_{ig}$	霰が雲氷を衝突併合して成長	
雪の衝突併合	$q_s$	$q_r$	$CL_{sr}$	雨水が雪を衝突併合して成長	
	$q_s$	$q_g$	$CL_{sg}$	霰が雪を衝突併合して成長	

以下の節では、落下速度が十分大きな雨水・雪・霰の間の衝突、雨水・雪・霰と落下速度が相対的に無視できるほど小さい雲水・雲氷との衝突、および、過冷却雨滴が氷晶と衝突して霰になるものについて定式化する<sup>17</sup>。数濃度のみを変化させる衝突併合（凝集）については、節を改めて述べる。

(1) 雨水、雪、霰の間の衝突併合： $CL_{xy}$  ( $x, y = r, s, g; x \neq y$ )

雨水、雪、霰などの降水粒子間の衝突併合による混合比と数濃度の変化を、以下のように定式化する。

$$CL_{xy} = \pi^2 \frac{\rho_x}{\bar{\rho}} E_{xy} \sqrt{(\bar{U}_x - \bar{U}_y)^2 + \alpha \bar{U}_x \bar{U}_y n_{x0} n_{y0}} \left( \frac{5}{\lambda_x^6 \lambda_y} + \frac{2}{\lambda_x^5 \lambda_y^2} + \frac{0.5}{\lambda_x^4 \lambda_y^3} \right) \quad (4.106)$$

$$CL_{xy}^N = \frac{\pi}{2\bar{\rho}} E_{xy} \sqrt{(\bar{U}_x - \bar{U}_y)^2 + \alpha \bar{U}_x \bar{U}_y n_{x0} n_{y0}} \left( \frac{1}{\lambda_x^3 \lambda_y} + \frac{1}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_x \lambda_y^3} \right) \quad (4.107)$$

なお、 $x, y = r, s, g; x \neq y$  である。

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$E_{xy}$	粒子の捕捉率	
$n_{x0}$	カテゴリ $x$ の $y$ 切片濃度	$m^{-4}$
$\bar{U}_x$	カテゴリ $x$ の質量の重みをつけた平均落下速度	$m \text{ s}^{-1}$
$\alpha$	補正項の係数	0.04
$\lambda_x$	カテゴリ $x$ の粒径分布を表す逆指数関数の傾きパラメータ	$m^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度	$kg \text{ m}^{-3}$
$\rho_x$	カテゴリ $x$ の粒子の密度	$kg \text{ m}^{-3}$

<sup>17</sup>村上 (1999), Lin et al. (1983), Murakami (1990), Ikawa and Saito (1991)



(2) 雨水、雪、霰と雲水、雲氷の間の衝突併合：  $CL_{cy}, CL_{iy} (y = r, s, g)$

雲水や雲氷（氷晶）は雨水、雪、霰といった降水粒子に比べて落下速度が小さいので、次のように表される。

$$CL_{xy} = \frac{\pi}{4} \bar{E}_{xy} n_{y0} q_x \alpha_{uy} \Gamma(3 + \beta_{uy}) \lambda_y^{-(3+\beta_{uy})} \left(\frac{\rho_0}{\bar{\rho}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.108)$$

ここで、雲氷との間の衝突併合の平均的な捕捉率  $\bar{E}_{iy}$  は一定値を用いるが、雲水との間の衝突併合の平均的な捕捉率  $\bar{E}_{cy}$  は、

$$\bar{E}_{cy} = \frac{Stk^2}{(Stk + 0.5)^2} \quad (4.109)$$

のように与えられる。 $Stk$  は雲水または雲氷と降水粒子の平均半径から求めたストークス数である。Ikawa and Saito (1991) では、次のようにしている。

$$Stk = \bar{D}_c^2 \rho_w \frac{\bar{U}_y}{9\mu D_y} \quad (4.110)$$

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$D_c$	雲水の粒子の直径	m
$D_y$	カテゴリ $y$ の粒子の直径	m
$n_{y0}$	カテゴリ $y$ の $y$ 切片濃度	$m^{-4}$
$\bar{U}_y$	カテゴリ $y$ の質量の重みをつけた平均落下速度	$m s^{-1}$
$\alpha_{uy}$	カテゴリ $y$ の粒子の落下速度と直径の関係式に現れる係数	$m^{1-\beta_{uy}} s^{-1}$
$\beta_{uy}$	カテゴリ $y$ の粒子の落下速度と直径の関係式に現れる係数	
$\lambda_y$	カテゴリ $y$ の粒径分布を表す逆指数関数の傾きパラメータ	$m^{-1}$
$\mu$	空気の粘性係数	$kg m^{-1} s^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度	$kg m^{-3}$
$\rho_0$	基本場の地表面における密度	$kg m^{-3}$
$\rho_w$	水の密度	$1 \times 10^3 kg m^{-3}$

(3) 過冷却雨滴が氷晶と衝突して霰を形成する過程：  $CL_{ri}$

過冷却雨滴が氷晶と衝突して霰になることによる混合比と数濃度の変化は、雨滴は瞬間的に凍結するとして、次のように与えられる<sup>18</sup>。

$$CL_{ri} = \frac{\pi^2}{24} E_{ir} N_i n_{r0} \alpha_{ur} \Gamma(6 + \beta_{ur}) \lambda_r^{-(6+\beta_{ur})} \left(\frac{\rho_0}{\bar{\rho}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.111)$$

<sup>18</sup>村上 (1999)

$$CL_{ri}^N = \frac{\pi}{4\bar{\rho}} E_{ir} N_i n_{r0} \alpha_{ur} \Gamma(3 + \beta_{ur}) \lambda_r^{-(3+\beta_{ur})} \left(\frac{\rho_0}{\bar{\rho}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.112)$$

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$E_{ir}$	粒子の捕捉率	1.0	
$n_{r0}$	雨水の $y$ 切片濃度	$8.0 \times 10^6$	$\text{m}^{-4}$
$\alpha_{ur}$	雨水の落下速度と直径の関係式に現れる係数	842	$\text{m}^{1-\beta_{ur}} \text{s}^{-1}$
$\beta_{ur}$	雨水の落下速度と直径の関係式に現れる係数	0.8	
$\lambda_r$	雨水の粒径分布を表す逆指数関数の傾き		$\text{m}^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$
$\rho_0$	基本場の地表面における密度		$\text{kg m}^{-3}$

(4) 衝突併合における捕捉率のまとめ :  $E_{xy}$ <sup>19</sup>

次表に、(1)~(3) に出てくる粒子間の衝突における捕捉率  $E_{xy}$  をまとめておく。

$E_{cr}$	雨水が雲水を衝突併合する捕捉率	$Stk^2 / (Stk + 0.5)^2$
$E_{cs}$	雪が雲水を衝突併合する捕捉率	$Stk^2 / (Stk + 0.5)^2$
$E_{cg}$	霰が雲水を衝突併合する捕捉率	$Stk^2 / (Stk + 0.5)^2$
$E_{rs}$	雪が雨水を衝突併合する捕捉率	1.0
$E_{rg}$	霰が雨水を衝突併合する捕捉率	1.0
$E_{ir}$	雨水が雲氷を衝突併合する捕捉率	1.0
$E_{is}$	雪が雲氷を衝突併合する捕捉率	1.0
$E_{ig}$	霰が雲氷を衝突併合する捕捉率	0.1
$E_{sr}$	雨水が雪を衝突併合する捕捉率	1.0
$E_{sg}$	霰が雪を衝突併合する捕捉率	0.001

(5) 雪と雨滴の衝突後のカテゴリー配分率 :  $\alpha_{rs}$

雪と雨滴が  $0^\circ\text{C}$  以下の層で衝突して合体した粒子が、どのカテゴリーに分類されるかは複雑である。ここでは、(4.31) と (4.32) に現れる雪と霰の配分率  $\alpha_{rs}$  を、雨水と雪の平均質量  $\bar{m}_r$  と  $\bar{m}_s$  を用いて、

$$\alpha_{rs} = \frac{\bar{m}_s^2}{\bar{m}_s^2 + \bar{m}_r^2} \quad (4.113)$$

のように与える。ここで、雨水と雪の平均質量  $\bar{m}_r$  と  $\bar{m}_s$  は、

$$\bar{m}_r = \rho_r \left(\frac{4}{\lambda_r}\right)^3 \quad (4.114)$$

<sup>19</sup>Ikawa and Saito (1991), Ikawa et al. (1991)

$$\bar{m}_s = \rho_s \left( \frac{4}{\lambda_s} \right)^3 \quad (4.115)$$

のように与えられる。これを用いて雨滴と雪の衝突から霰が生成される割合は  $(1 - \alpha_{rs})$  になる。ただし、(4.113) による配分は便宜的なものである。

霰の生成：  $PG$

霰の生成はそれ以外の粒子との衝突で起こるので、「粒子間衝突」の項で述べることであるが、霰の生成は重要な問題であり、それだけで複雑であるので、あらためて項を設けて説明する。

霰の生成には乾燥成長と湿潤成長がある。前者は衝突併合した過冷却雲粒がすべて瞬間的に凍る場合で、霰の表面はぬれていない。後者は捕捉した過冷却雲粒が放出する潜熱で、水滴の一部分が未凍結のまま残り、霰の表面がぬれてくる場合である。

乾燥成長では過冷却水滴はすべて成長に寄与するが、霰と衝突する雲氷や雪の捕捉率は小さく、成長にはほとんど寄与しない。一方で、湿潤成長では捕捉された過冷却水のうち凍結する量は顕熱・潜熱の収支によって決まり、氷晶や雪は効率良く捕捉される。

乾燥成長は、

$$PG_{dry} = CL_{cg} + CL_{rg} + CL_{ig} + CL_{sg} \quad (4.116)$$

で与えられる<sup>20</sup>。一方で、湿潤成長は、

$$PG_{wet} = \frac{2\pi [\kappa T_s + \mathcal{L}_v D_v \bar{\rho} (q_{vs}(T_0) - q_v)]}{\bar{\rho} (\mathcal{L}_f - C_w T_s)} VENT_g + (CL'_{ig} + CL'_{sg}) \left( 1 + \frac{C_i T_s}{\mathcal{L}_f - C_w T_s} \right) \quad (4.117)$$

で与えられる。ここで、通風係数  $VENT_g$  は (4.103) で与えられる。霰が乾燥成長をとるか湿潤成長をとるかは、 $PG_{dry}$  と  $PG_{wet}$  の大小により、次のように決める。

$$PG_g = PG_{dry}, \quad PG_{dry} \leq PG_{wet} \quad (4.118)$$

$$PG_g = PG_{wet}, \quad PG_{dry} > PG_{wet} \quad (4.119)$$

これらの式で用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$CL_{cg}$	雲氷が雲氷を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL_{ig}$	雲氷が雲水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL'_{ig}$	霰が湿潤成長するとき雲氷が雲水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL_{rg}$	雨水が雲水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL_{sg}$	雪が雲水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$

<sup>20</sup>村上 (1999)

$CL'_{sg}$	霰が湿潤成長するとき雪が雲水を衝突併合する成長速度		$s^{-1}$
$C_i$	水の定圧比熱	$2.0 \times 10^3$	$J K^{-1} kg^{-1}$
$C_w$	水の定圧比熱	$4.17 \times 10^3$	$J K^{-1} kg^{-1}$
$D_v$	水蒸気の拡散係数		$m^2 s^{-1}$
$\mathcal{L}_f$	水の融解の潜熱		$J kg^{-1}$
$\mathcal{L}_v$	水の蒸発の潜熱		$J kg^{-1}$
$q_{vs}(T_0)$	水の融点に対する飽和混合比		$kg kg^{-1}$
$T$	温度		K
$T_0$	氷の融点	273.16	K
$T_s$	過冷却温度 ( $T_0 - T$ )		K
$\kappa$	空気の熱伝導率	$2.4 \times 10^{-2}$	$J m^{-1} s^{-1} K^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$kg m^{-3}$

凝集：AG

凝集も霰の生成と同様粒子間衝突の範疇に入るものであるが、改めて項を別にする。

凝集は、雲氷すなわち氷晶どうしの衝突併合による雲氷の数濃度の減少と、雪すなわち雪片どうしの衝突併合による雪の数濃度の減少の2つを考える。このプロセスにおいては、混合比の生成・消滅はないので、数濃度のみを変化させる。

(1) 雲氷どうしの凝集： $AG_i^N$ <sup>21</sup>

雲氷（氷晶）どうしの凝集による数濃度の減少は、

$$AG_i^N = \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{N_i}{\bar{\rho}} \right) \right]_{aggr} = -\frac{c_1}{2\bar{\rho}} N_i \quad (4.120)$$

のように表せる。ここで、 $c_1$  は次のように表わされる。

$$c_1 = \frac{\bar{\rho} q_i \alpha_{ui} E_{ii} X}{\rho_i} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.121)$$

これらの式で用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$E_{ii}$	氷晶どうしの捕捉率	0.1	
$X$	氷晶の落下速度のスペクトル分散	0.25	
$\alpha_{ui}$	雲氷の落下速度と直径の関係式に現れる係数	700	$m^{1-\beta_{ui}} s^{-1}$
$\beta_{ui}$	雲氷の落下速度と直径の関係式に現れる係数	1.0	
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$kg m^{-3}$
$\rho_0$	基本場の地表面における空気密度		$kg m^{-3}$
$\rho_i$	雲氷の密度	$5.0 \times 10^2$	$kg m^{-3}$

<sup>21</sup>村上 (1999), Ikawa and Saito (1991)

(2) 雪どうしの凝集：  $AG_s^N$ <sup>22</sup>

雪（雪片）どうしの凝集による数濃度の減少は次のように表せる。このプロセスにおいても混合比  $q_s$  に変化はなく、数濃度  $N_s$  のみが減少する。

$$AG_s^N = \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{N_s}{\bar{\rho}} \right) \right]_{aggr} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\alpha_{us} E_{ss} I(\beta_{us})}{4 \times 720} \pi \frac{1-\beta_{us}}{3} \bar{\rho}^{\frac{2+\beta_{us}}{3}} \rho_s^{\frac{-2-\beta_{us}}{3}} q_s^{\frac{2+\beta_{us}}{3}} N_s^{\frac{4-\beta_{us}}{3}} \quad (4.122)$$

ここで、

$$I(\beta_{us}) = \int_0^\infty \int_0^\infty x^3 y^3 (x+y)^2 |x_{us}^\beta - y_{us}^\beta| \exp[-(x+y)] dx dy \quad (4.123)$$

である。これは Gauss の超幾何関数<sup>23</sup>を用いて、次のように求められる。

$$I(\beta_{us}) = \Gamma(\beta_{us}) 2^{1-d} \sum_{i=1}^3 C_i \left[ \frac{F(1, d; 8-i; 0.5)}{7-i} - \frac{F(1, d; 4+\beta_{us}; 0.5)}{3+\beta_{us}+i} \right] \quad (4.128)$$

ここで、

$$\begin{aligned} d &= 10 + \beta_{us} \\ C_1 &= 1 \\ C_2 &= 3 \\ C_3 &= 1 \end{aligned}$$

である。ここでは、 $I(\beta_{us})$  の代表的な値として (Ikawa and Saito, 1991; Mizuno, 1990) 次の値を用いる。

<sup>22</sup>村上 (1999), Ikawa and Saito (1991)

<sup>23</sup>超幾何関数 (hypergeometric function) とは、2 階線形常微分方程式で  $x = 0, 1, \infty$  に確定特異点を持つ超幾何方程式の解のうちの 1 つ、

$$F(x, a; b; c) = 1 + \frac{a \cdot b}{c} \frac{x}{1!} + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)} \frac{x^2}{2!} + \dots \quad (4.124)$$

である。ただし、 $c \neq 0, -1, -2, \dots$  である。ポックハイマーの記号、

$$(a)_n = a(a+1)(a+2) \cdots (a+n-1) = \frac{(a+n-1)!}{(a-1)!} \quad (4.125)$$

$$(a)_0 = 1 \quad (4.126)$$

を用いると次のように表される。

$$F(x, a; b; c) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n}{(c)_n} \frac{x^n}{n!} \quad (4.127)$$

この超幾何関数の特別な極限として合流型超幾何関数がある。

$\beta_{us}$	0.4	0.5	0.6
$I(\beta_{us})$	1108	1610	2566

これらの式で用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$E_{ss}$	雪どうしの捕捉率	0.1	
$\alpha_{us}$	雪の落下速度と直径の関係式に現れる係数	17	$m^{1-\beta_{us}} s^{-1}$
$\beta_{us}$	雪の落下速度と直径の関係式に現れる係数	0.5	
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$kg\ m^{-3}$
$\rho_s$	雪の密度	$8.4 \times 10^1$	$kg\ m^{-3}$

カテゴリー変換：  $CN$

あるカテゴリーの粒子が別のカテゴリーの粒子に変換されることを  $CN_{xy}$  で表現する。例えば Kessler (1969) の雲水から雨水への変換は、カテゴリー変換を最初に定式化したものの一つである。ここで考えるカテゴリー変換は次のものである。

プロセス	消耗源	成長源	記号	意味
雲水から雨水への変換	$q_c$	$q_r$	$CN_{cr}$	併合成長による
雲氷から雪への変換	$q_i$	$q_s$	$CN_{is}$	昇華凝結と凝集による
雪から霰への変換	$q_s$	$q_g$	$CN_{sg}$	雲粒捕捉成長による
雪から雹への変換	$q_s$	$q_h$	$CN_{sh}$	雲粒捕捉成長による
霰から雹への変換	$q_g$	$q_h$	$CN_{gh}$	雲粒捕捉成長による
雪から霰への変換	$q_s$	$q_g$	$CN_{sg}$	雨水の凍結による
雪から雹への変換	$q_s$	$q_h$	$CN_{sh}$	雨水の凍結による
霰から雹への変換	$q_g$	$q_h$	$CN_{gh}$	雨水の凍結による

ここでは、 $CN_{cr}, CN_{is}, CN_{sg}$  についての変換を考える。

(1) 雲水から雨水への変換：  $CN_{cr}$ <sup>24</sup>

雲水から雨水への変換は雲粒どうしの衝突併合成長による。このプロセスを最初にパラメーター化したのは Kessler (1969) である。このプロセスについては Berry (1968), Berry and Reinhardt (1974) によって詳細に調べられており、これに基づく変換の方式が用いられることが最近では多い。

(a) Berry (1968), Berry and Reinhardt (1974) に基づくもの<sup>25</sup>

Berry (1968), Berry and Reinhardt (1974) に基づく変換の方式は、

$$CN_{cr} = \begin{cases} \frac{0.104gE_{cc}}{\mu(N_c\rho_w)^{\frac{1}{3}}} (\bar{\rho}^4 q_c^7)^{\frac{1}{3}}, & q_c \geq q_{cm} \\ 0, & q_c < q_{cm} \end{cases} \quad (4.129)$$

<sup>24</sup>村上 (1999), Lin et al. (1983), Ferrier (1994), Ikawa and Saito (1991)

<sup>25</sup>村上 (1991)

となる。ここで、雲水同士の捕捉率を  $E_{cc} = 0.55$  とする。また、雲水から雨水への変換が起こるための臨界雲水混合比  $q_{cm}$  は、

$$q_{cm} = \frac{\rho_w}{6\bar{\rho}} \pi D_{cm}^3 N_c \quad (4.130)$$

である。ここで、 $D_{cm}$  は雲水の臨界平均直径で、 $D_{cm} = 20$  [ $\mu\text{m}$ ] 程度を用いる。また、雲水の数濃度  $N_c$  は平均的な値  $N_c = 10^8$  [ $\text{m}^{-3}$ ] を用いるが、本来はこれは時間発展方程式の予報変数として時間積分により計算される方がよい。

#### (b) Kessler (1969) の併合成長<sup>26</sup>

最も古典的なパラメタリゼーションで、現在でも多くのモデルで用いられている方法である。

$$CN_{cr} = a (q_c - q_{cm}) H (q_c - q_{cm}) \quad (4.131)$$

ここで、 $H$  は階段関数で、通常は  $a = 10^{-3}$  [ $\text{s}^{-1}$ ]、 $q_{cm} = 10^{-3}$  [ $\text{kg kg}^{-1}$ ] が用いられる。また、Cotton and Anthes (1989) は  $a$  と  $q_{cm}$  を  $q_c$  の関数として与え、次のようにした。

$$a = \pi E_{cc} U_{dc} N_c D_c^2 = 1.3 \times q_c^{\frac{4}{3}} N_c^{-\frac{1}{3}} \left( \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \right) \quad (4.132)$$

$$q_{cm} = \frac{4\pi\rho_w N_c D_{cm}^3}{3\bar{\rho}} = 4 \times 10^{-12} N_c, \quad D_{cm} = 10^{-5} [\text{m}] \quad (4.133)$$

#### (c) Lin et al. (1983) の方法

Berry (1968) の方式を改良して、Lin et al. (1983) は次の方式を用いた。

$$CN_{cr} = \bar{\rho} (q_c - q_{cm})^2 \left[ 1.2 \times 10^{-4} + 1.569 \times 10^{-12} \frac{N_c}{\sigma^2 (q_c - q_{cm})} \right] \quad (4.134)$$

ここで、 $\sigma^2$  は雲水の数濃度分布の分散 (= 0.15) であり、また、 $q_{cm} = 2 \times 10^{-3}$  [ $\text{kg kg}^{-1}$ ] とする。

(a) ~ (c) で用いられた他の記号の意味は、以下のとおりである。

$g$	重力加速度	9.8	$\text{m s}^{-2}$
$N_c$	雲粒の数濃度	$1 \times 10^8$	$\text{m}^{-3}$
$\mu$	空気の粘性係数		$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$
$\rho_0$	基本場の地表面における密度		$\text{kg m}^{-3}$
$\rho_w$	水の密度	$1 \times 10^3$	$\text{kg m}^{-3}$

<sup>26</sup>Ikawa and Saito (1991)

(2) 雲氷から雪への変換：  $CN_{is}$

雲氷（氷晶）から雪への変換は、氷晶の昇華成長と凝集の2つのプロセスによって起こるとして定式化する<sup>27</sup>。

まず、昇華凝結成長により半径  $\bar{R}_i$  の氷晶が、半径  $R_{s0}$  の雪になるまでにかかる時間  $\Delta t_{is1}$  は、

$$\Delta t_{is1} = \frac{R_{s0}^2 - \bar{R}_i^2}{2a_1} \rho_i \quad (4.135)$$

である。ここで、 $a_1$  は (4.100) や (4.97) に現れるものと同様に、

$$a_1 = (S_i - 1) \left( \frac{\mathcal{L}_s^2}{\kappa R_v T^2} + \frac{1}{\bar{\rho} q_{vsi} D_v} \right)^{-1} \quad (4.136)$$

のように与えられる。これらを用いて、昇華凝結成長による雲氷から雪への単位時間あたりの混合比の変化量（変換率） $CN_{is}^{dep}$  は、

$$CN_{is}^{dep} = \frac{q_i}{\Delta t_{is1}} \quad (4.137)$$

となる。

次に、凝集による変換率は、雲氷が凝集によって半径  $\bar{R}_i$  から半径  $R_{s0}$  の雪になるまでにかかる時間  $\Delta t_{is2}$  を、 $\rho_i = const.$  としたときの雲氷の数濃度が  $N_i$  から  $N_i (R_i / R_{s0})^3$  に減少するのに必要な時間であるとすれば、

$$\Delta t_{is2} = \frac{2}{c_1} \log \left( \frac{R_{s0}}{\bar{R}_i} \right)^3 \quad (4.138)$$

となる。ここで、 $c_1$  は (4.121) で与えられる。これより、凝集による雲氷から雪への単位時間あたりの混合比の変化量（変換率）は、

$$CN_{is}^{agg} = \frac{q_i}{\Delta t_{is2}} \quad (4.139)$$

である。これらを用いて、雲氷から雪への変換率  $CN_{is}$  は、

$$CN_{is} = CN_{is}^{dep} + CN_{is}^{agg} \quad (4.140)$$

となる。

<sup>27</sup>村上 (1999), Murakami (1990), Ikawa and Saito (1991)



ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$D_v$	水蒸気の拡散係数		$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\mathcal{L}_s$	水の昇華の潜熱		$\text{J kg}^{-1}$
$q_{vsi}$	氷に対する飽和混合比		$\text{kg kg}^{-1}$
$R_v$	水蒸気の気体定数	461.0	$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$
$S_i - 1$	空気塊の水過飽和度		
$T$	温度		$\text{K}$
$\kappa$	空気の熱伝導率	$2.4 \times 10^{-2}$	$\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$
$\rho_i$	雲氷の密度	$5.0 \times 10^2$	$\text{kg m}^{-3}$

(3) 雪から霰への変換： $CN_{sg}$

雪から霰への変換は、riming と embryo の効果を考慮する<sup>28</sup>。単位時間あたりに、riming の効果により雪から霰に変換されることによる混合比の変化率は、

$$CN_{sg}^{rim} = \frac{3\pi\rho_0(\bar{\rho}q_c)^2 E_{cs}^2 \alpha_{us}^2 \Gamma(2\beta_{us} + 2)}{8\bar{\rho}(\rho_g - \rho_s) \lambda_s^{2\beta_{us} + 1}} N_s \quad (4.141)$$

で与えられ、embryo の効果による変化率は、

$$CN_{sg}^{emb} = \frac{\rho_s}{\rho_g - \rho_s} \frac{3\pi\rho_0(\bar{\rho}q_c)^2 E_{cs}^2 \alpha_{us}^2 \Gamma(2\beta_{us} + 2)}{8\bar{\rho}(\rho_g - \rho_s) \lambda_s^{2\beta_{us} + 1}} N_s \quad (4.142)$$

で与えられる。よって、雪から霰への変換率  $CN_{sg}$  は、

$$\begin{aligned} CN_{sg} &= CN_{sg}^{rim} + CN_{sg}^{emb} \\ &= \frac{\rho_g}{\rho_g - \rho_s} \frac{3\pi\rho_0(\bar{\rho}q_c)^2 E_{cs}^2 \alpha_{us}^2 \Gamma(2\beta_{us} + 2)}{8\bar{\rho}(\rho_g - \rho_s) \lambda_s^{2\beta_{us} + 1}} N_s \end{aligned} \quad (4.143)$$

となる。

また、このときの数濃度の変化率は、

$$CN_{sg}^N = \frac{\rho_0}{\bar{\rho}} \left[ \frac{3\pi\alpha_{us} E_{cs} \bar{\rho} q_c}{2(\rho_g - \rho_s)} \right] N_s \quad (4.144)$$

と与えられる。

<sup>28</sup>Murakami (1990)

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$E_{cs}$	雪が雲水を衝突併合する捕捉率	$Stk^2 / (Stk + 0.5)^2$	
$\alpha_{us}$	雪の落下速度と直径の関係式に現れる係数	17	$m^{1-\beta_{us}} s^{-1}$
$\beta_{us}$	雪の落下速度と直径の関係式に現れる係数	0.5	
$\lambda_s$	雪の粒径分布を表す逆指数関数の傾き		$m^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$kg\ m^{-3}$
$\rho_0$	基本場の地表面における密度		$kg\ m^{-3}$
$\rho_g$	霰の密度	$3.0 \times 10^2$	$kg\ m^{-3}$
$\rho_s$	雪の密度	$8.4 \times 10^1$	$kg\ m^{-3}$

固体粒子の融解：  $ML$

(1) 雲氷の融解：  $ML_{ic}$

雲氷（氷晶）は、粒径が非常に小さいので、気温が  $T > T_0$  で瞬間的に融解して雲水に変換されると仮定する。すなわち、

$T_c > T_0$  のとき、

$$ML_{ic} = \frac{q_i}{2\Delta t} \quad (4.145)$$

のように、中点蛙飛び法の時間間隔  $2\Delta t$  の間のすべての雲氷が雲水に変換される。

(2) 雪・霰の融解：  $ML_{sr}, ML_{gr}$

雪と霰については、融解したものはすべて分離して雨水になると仮定し、出入りする熱の収支に基づいて、固体粒子から雨への変換率  $ML_{xr}$  ( $x = s, g$ ) を決める<sup>29</sup>。すなわち、次のように与えられる。

$$ML_{xr} = \begin{cases} \frac{2\pi}{\bar{\rho}\mathcal{L}_f} [\kappa T_c + \mathcal{L}_v \mathcal{D}_v \bar{\rho} (q_v - q_{vs}(T_0))] VENT_x + \frac{C_w T_c}{\mathcal{L}_f} (CL_{cx} + CL_{rx}), & T > T_0 \\ 0, & T \leq T_0 \end{cases} \quad (4.146)$$

このとき、 $T > T_0$  であっても  $ML_{xr} < 0$  であれば融解は起こらず、 $ML_{xr} = 0$  であることに注意しなければならない。ここで、通風係数  $VENT_x$  は (4.103) で与えられるものと同様である。

(1),(2) で用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$CL_{cx}$	カテゴリ $x$ の粒子が雲水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL_{rx}$	カテゴリ $x$ の粒子が雨水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$C_w$	水の定圧比熱	$4.17 \times 10^3\ J\ K^{-1}\ kg^{-1}$

<sup>29</sup>Ikawa and Saito (1991)

$D_v$	水蒸気の拡散係数		$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\mathcal{L}_f$	水の融解の潜熱		$\text{J kg}^{-1}$
$\mathcal{L}_v$	水の蒸発の潜熱		$\text{J kg}^{-1}$
$q_{vs}(T_0)$	水の融点に対する飽和混合比		$\text{kg kg}^{-1}$
$T$	温度		K
$T_0$	氷の融点	273.16	K
$T_c$	セルシウス温度		$^{\circ}\text{C}$
$\kappa$	空気の熱伝導率	$2.4 \times 10^{-2}$	$\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$

雨滴の凍結：  $FR$

雨滴の凍結は瞬間的に起こるとする。雹のカテゴリーを考えていない場合には、凍結したものは霰のカテゴリーに配分される。雹のカテゴリーがある場合は雹に配分される。

固体粒子の融解において、融解したものはすべて分離すると仮定したので、凍結は核形成過程のみによって起こると考え、 $FR_{rg}$  は Bigg (1953) の実験式に基づいて、混合比の変化率は<sup>30</sup>、

$$FR_{rg} = 20\pi^2 B' n_{r0} \frac{\rho_w}{\bar{\rho}} [\exp(A'T_s) - 1] \lambda_r^{-7} \quad (4.147)$$

のように、また、数濃度の変化率は、

$$FR_{rg}^N = \frac{\pi}{6\bar{\rho}} B' n_{r0} [\exp(A'T_s) - 1] \lambda_r^{-4} \quad (4.148)$$

のように与えられるとした。水と氷の混合物のカテゴリーを仮定し、冷却によって水の一部が凍結することは考慮しない。

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$A'$	Bigg の実験式の係数	0.66	$\text{K}^{-1}$
$B'$	Bigg の実験式の係数	100.0	$\text{m}^{-3} \text{s}^{-1}$
$n_{r0}$	雨水の $y$ 切片濃度	$8.0 \times 10^6$	$\text{m}^{-4}$
$T$	温度		K
$T_0$	氷の融点	273.16	K
$T_s$	過冷却温度 ( $T_0 - T$ )		K
$\lambda_r$	雨水の粒径分布を表す逆指数関数の傾き		$\text{m}^{-1}$
$\bar{\rho}$	基本場の空気密度		$\text{kg m}^{-3}$
$\rho_w$	水の密度	$1 \times 10^3$	$\text{kg m}^{-3}$

<sup>30</sup>Lin et al. (1983), 村上 (1999)

雪・霰からの水の剥離：  $SH$

このモデルでは雪や霰は部分的に液体の水を含むことを考慮しないので、融解した水はすべて雪や氷から剥離して雨水になると考える。それは、

$T > T_0$  のとき、

$$SH_{sr} = CL_{cs} + CL_{rs} \quad (4.149)$$

$$SH_{gr} = CL_{cg} + CL_{rg} \quad (4.150)$$

霰の湿潤成長が起こるとき ( $T \leq T_0$  においても)

$$SH_{gr} = CL_{cg} + CL_{rg} + CL'_{ig} + CL'_{sg} - PG_{wet} \quad (4.151)$$

のように与えられる。

なお、Ferrier (1994) は、雪、霰、雹（凍結水）の湿潤成長を時間発展方程式で定式化し、濡れた雪、濡れた霰、濡れた雹（水と氷の混合物）を考慮している。今後はこのような定式化が必要であろう。

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$CL_{cg}$	霰が雲水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL_{cs}$	雪が雲水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL_{rg}$	霰が雨水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL_{rs}$	雪が雨水を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL'_{ig}$	霰が湿潤成長するとき霰が雲氷を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$CL'_{sg}$	霰が湿潤成長するとき霰が雪を衝突併合する成長速度	$s^{-1}$
$PG_{wet}$	霰の湿潤成長速度	$s^{-1}$
$T$	温度	K
$T_0$	氷の融点	273.16 K

### 水滴の分裂

雨水はある程度以上（球相当の直径で 8mm）大きくなると不安定になり分裂することが知られている。このため自然界ではそれ以上の大きな水滴が降ってくることはない。この水滴の分裂は雨水の混合比を変えることはないが、その数濃度を変化させる。しかし、このモデルでは雨水の数濃度を予報しないので、このプロセスは考慮しない。

このように水滴の分裂を考慮しない場合には、雨水が際限なく大きくなるのを避けるために、粒径分布を表す逆指数関数の傾き  $\lambda_r$  の制限値を設定する必要がある。

## 4.2.5 湿潤飽和調節法

先にも述べたとおり、水蒸気と雲水との交換には湿潤飽和調節法<sup>31</sup>を用いる。それは、以下のような方法である。

調節をする前までの暫定的な量を \* 付きで表し、水に対する過飽和混合比、

$$\Delta q_c = q_v^* - q_{vs}^* \quad (4.152)$$

が  $\Delta q_c > 0$ 、または、雲水量が  $q_c^* > 0$  ならば、

$$\theta^{t+\Delta t} = \theta^* + \gamma(q_v^* - q_{vs}^*) / \left(1 + \gamma \frac{\partial q_{vs}^*}{\partial \theta^*}\right) \quad (4.153)$$

$$q_v^{t+\Delta t} = q_v^* + (\theta^* - \theta^{t+\Delta t}) / \gamma \quad (4.154)$$

$$q_c^{t+\Delta t} = q_v^* + q_c^* - q_v^{t+\Delta t} \quad (4.155)$$

を用いて  $\theta$ ,  $q_v$ ,  $q_c$  の暫定的な値を求めておく。もし  $q_c^{t+\Delta t} > 0$  ならば、暫定的に求めた値を \* 付きのものに置き換え、上式 (4.153) ~ (4.155) を値が収束するまで繰り返し適用する。普通、高々数回繰り返せば収束し、調節後の値が求められる。ここで、 $\gamma \equiv \mathcal{L}_v / (C_p \Pi)$  である。

なお、 $q_c^{t+\Delta t} \leq 0$  の場合には、

$$\theta^{t+\Delta t} = \theta^* - \gamma q_c^* \quad (4.156)$$

$$q_v^{t+\Delta t} = q_v^* + q_c^* \quad (4.157)$$

$$q_c^{t+\Delta t} = 0 \quad (4.158)$$

とし、繰り返しを中止する。

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$C_p$	乾燥空気の定圧比熱	1004	J K kg <sup>-1</sup>
$\mathcal{L}_v$	水の蒸発の潜熱		J kg <sup>-1</sup>
$q_{vs}$	水に対する飽和混合比		kg kg <sup>-1</sup>
$\Pi$	エクスター関数		

<sup>31</sup>Soong and Ogura (1973)

#### 4.2.6 沈降（降水）による混合比・数密度の変化項の定式化

雲粒子・降水粒子の落下による混合比の変化率は、

$$\text{Fall.}q_x = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho} \bar{U}_{xq} q_x}{\partial z} \quad (4.159)$$

で与えられる。ここで、質量の重みをかけたカテゴリー  $x$  の終端落下速度  $\bar{U}_{xq}$  は、(4.68) で与えられる。また、数密度の変化率は、

$$\text{Fall.} \frac{N_x}{\bar{\rho}} = \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial N_x \bar{U}_{xN}}{\partial z} \quad (4.160)$$

で与えられる。ここで、カテゴリー  $x$  の粒子の平均の落下速度  $\bar{U}_{xN}$  は、同様に、(4.67) で与えられる。

さて、鉛直方向の格子間隔が小さい場合には注意が必要である。もし、落下速度の CFL 条件から求められた時間方向の差分間隔  $\Delta t_{lim}$ 、

$$\Delta t_{lim} = \frac{\Delta z}{\bar{U}_{xq}} \quad (4.161)$$

が、中点蛙飛び法による時間間隔  $2\Delta t$  より小さい場合には、

$$\Delta t_{fall} = \frac{2\Delta t}{\text{int}(2\Delta t / \Delta t_{lim}) + 1}, \quad \text{int は括弧内の数の少数点以下切り捨て} \quad (4.162)$$

として、十分に CFL 条件を満たすように、降水粒子の落下が 1 タイムステップの間に次の格子をこえてしまわないように時間方向の差分間隔を細かく取らなければならない。

なお、鉛直方向の微分は実空間での微分であるので、 $z^*$  系 ( $\zeta$  系) での微分にはメトリックがかかる。

#### 4.2.7 さまざまな物理量

ここでは、今までの説明の中で暗に使用していながら計算方法を示していない、水や空気についての物理諸量を列挙する。

水飽和混合比・氷飽和混合比： $q_{vsw}, q_{vsi}$ <sup>32</sup>

$$q_{vsw} = \epsilon \frac{610.78}{p} \exp\left(17.269 \frac{T - T_0}{T - 35.86}\right) \quad [\text{kg kg}^{-1}] \quad (4.163)$$

$$q_{vsi} = \epsilon \frac{610.78}{p} \exp\left(21.875 \frac{T - T_0}{T - 7.86}\right) \quad [\text{kg kg}^{-1}] \quad (4.164)$$

<sup>32</sup>Orville and Kopp (1977), Murray (1966)

水の蒸発・昇華・融解の潜熱：  $\mathcal{L}_v, \mathcal{L}_s, \mathcal{L}_f$

$$\mathcal{L}_v = 2.50078 \times 10^6 \left( \frac{T_0}{T} \right)^{(0.167+3.67 \times 10^{-4} T)} \quad [\text{J kg}^{-1}] \quad (4.165)$$

$$\mathcal{L}_s = 2.834 \times 10^6 + 100 (T - T_0) \quad [\text{J kg}^{-1}] \quad (4.166)$$

$$\mathcal{L}_f = 3.34 \times 10^5 + 2500 (T - T_0) \quad [\text{J kg}^{-1}] \quad (4.167)$$

空気の動粘性係数・粘性係数：  $\nu, \mu$

$$\nu = 1.328 \times 10^{-5} \frac{p_0}{p} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1.754} \quad [\text{m}^2 \text{s}^{-1}] \quad (4.168)$$

$$\mu = \rho \nu \quad [\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}] \quad (4.169)$$

水蒸気の拡散係数：  $\mathcal{D}_v$

$$\mathcal{D}_v = 2.23 \times 10^{-5} \frac{p_0}{p} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1.81} \quad [\text{m}^2 \text{s}^{-1}] \quad (4.170)$$

ここで用いられた記号の意味は、以下のとおりである。

$p$	気圧		Pa
$p_0$	基準気圧	101325	Pa
$T$	温度		K
$T_0$	氷の融点	273.16	K
$\epsilon$	水蒸気と乾燥空気の分子量の比	0.622	
$\rho$	空気の密度		$\text{kg m}^{-3}$





## 第5章

# 大気境界層・地表面過程・地温

雲のモデルではその積分時間が数時間から 10 時間程度と短いため、多くの現象は大気のプロセスで規定される。しかしながら、地表面（陸面および海面）からのフラックスが大きい場合、たとえば夏季の熱雷や冬季の日本海上の雪雲などの場合、その雲・降水システムの発達に地表面過程が本質的に重要である。

ここでは地表面過程として、次のものを考慮し、それらのプロセスを単純なバルク法で表現する。

- 大気境界層における鉛直 1 次元拡散
- 地表面から大気への顕熱・潜熱フラックス
- 運動量フラックス（地表面摩擦）
- 地中の温度変化

*CReSS* では、これらのプロセスを鉛直 1 次元で定式化された方法で表現し、JSM (Japan Spectral Model) で用いられていた Segami et al. (1989) の地表面フラックスのバルク法と地中温度の予報を採用した。RAMS、ARPS などでは複雑な土壌・植生モデルが組み込まれているが、広域（たとえばユーラシア大陸全部を含むような領域）で長期積分（月単位）をするとき以外ではこれらはあまり重要ではないので、これについては将来の課題とする。

## 5.1 大気境界層の基礎理論

ここでは、本章で説明する大気境界層過程を理解するための基礎的な理論について簡単にまとめる<sup>1</sup>。

### 5.1.1 大気境界層の構造

地球大気はその下部境界として地表面と接している。地表面には陸面や海面など様々なものがあるが、一般に大気は地表に近いほどその影響を強く受ける。地表面の状態や大気の状態にもよるが、その影響は地表面から1~2kmの高さまで及ぶ。このような地表面の熱的、力学的影響を受けた大気の層は、大気境界層 (atmospheric boundary layer) あるいはプラネタリー境界層 (planetary boundary layer; PBL) と呼ばれている。

大気境界層は、地表から20~50mの特に地表面の影響の大きい接地層または接地境界層 (surface boundary layer) と、その上のエクマン層 (Ekman layer) または外部境界層 (outer boundary layer) と呼ばれる大気層に分けられる。なお、大気境界層の上の大気を自由大気 (free atmosphere) という。

接地境界層の中では、顕熱、潜熱、運動量などの鉛直フラックスが、鉛直方向に一定で、地表の値と等しいという著しい性質を持っている。逆にこれらの鉛直フラックスが地表の値に等しい層を接地境界層と呼んでもよい。このため接地境界層は等フラックス層 (constant flux layer) ということがある。運動量フラックスが一定であるので、接地境界層の中では乱れによる応力が高さによらない。このため風向も一定である。

### 5.1.2 乱流輸送のパラメタリゼーション

大気中には様々なスケールの運動があるが、そのうちの数値モデルなどの格子点で表現できる運動を格子点スケールの平均運動 (grid-scale motion) または平均運動 (mean motion)、格子点以下のスケールの運動を乱流運動 (subgrid-scale motion, eddy motion) という。

これらを分離するために、速度や温度、水蒸気混合比といった物理量  $A$  を、次のように、格子点で表現できる平均量とそれからの偏差量に分ける。

$$A = \bar{A} + A'' \quad (5.1)$$

物理量の平均には様々な方法があるが、ここでは詳細には触れない。ちなみに、偏差量の平均と2つの物理量の積の平均について、

$$\overline{A''} = 0 \quad (5.2)$$

$$\overline{AB} = \bar{A}\bar{B} + \overline{A''B''} \quad (5.3)$$

である。すなわち積の量を平均しても個々の平均の積には必ずしもならず、上式の第2項が現れる。これを運動方程式の  $x$  成分に適用する。ここでは簡単のため非圧縮流体 ( $\rho = \text{const.}$ ) を考えると、

<sup>1</sup>ここでは主に小倉義光著「気象力学通論」と、竹内清秀・近藤純正著「大気科学講座1 - 地表に近い大気」を参考にした。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - f\bar{v} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \\ - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial x} \overline{\rho u'' u''} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{\rho u'' v''} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho u'' w''} \right) + \nu \nabla^2 \bar{u} \end{aligned} \quad (5.4)$$

のように、平均量とそれからのずれによって表わすことができる。この式に現れる  $-\overline{\rho u'' u''}$ ,  $-\overline{\rho u'' v''}$ ,  $-\overline{\rho u'' w''}$  の項は、乱流による応力を表しており、渦動応力 (eddy stress) あるいはレイノルズ応力 (Reynolds stress) と呼ぶ。これらは運送量の輸送と考えることができ、渦により運動量が輸送されることが応力となっている。

同様に、温位や混合比などについても、

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x} \overline{u'' \theta''} - \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'' \theta''} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'' \theta''} \quad (5.5)$$

と表わされる。

これらのプライムの付いた量は格子点で表現できないので、モデルで扱うためにはこれらの量を格子点の量で (平均の量で) 表現しなければ、これらの効果すなわち格子点以下の渦運動による輸送の効果を反映することができない。このようなプライムのついた渦による偏差を格子点量で如何に表現するのかということが、乱流のパラメタリゼーションの問題である。なお、ここに現れる のついた量は、第2章などに現れるものと定義が異なることに注意されたい (以下の節においても)。

### 5.1.3 混合距離理論

乱流の章でも述べたように、大気中の運動には必ず格子点以下の運動が存在するので、(5.4) や (5.5) にみられるような偏差の相関量が現れて、方程式系が閉じない。これはクロージャー問題とよばれるもので、方程式系を閉じさせるためには、乱流による輸送量の項を格子点の関数として表現しなければならない。そのような乱流のパラメタリゼーションの一つの方法として、Prandtl (1925) の混合距離理論がある。これは気体分子運動論の類推から、次のように説明される。

鉛直方向の高さ  $z - l''$  にある空気塊の平均の速度が  $\bar{u}(z - l'')$  であるとし、それが  $l''$  だけ鉛直上方に移動して高さ  $z$  に達して、その運動量を周囲に与えたとする。そのときの速度の変化  $u''$  は、

$$u'' = \bar{u}(z - l'') - \bar{u}(z) \cong -l'' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (5.6)$$

なので、レイノルズ応力は、

$$\tau_{zx} = -\overline{\rho u'' w''} = \overline{\rho l'' w''} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \rho K_{mz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (5.7)$$

となる。ここで、

$$K_{mz} = \overline{l'' w''} \quad (5.8)$$

を、渦粘性係数 (eddy viscosity coefficient) という。

次に、中立成層をした流体を考える。このとき浮力の影響を無視できるので、 $|w''| \sim |u''|$  と考えられ、

$$w'' \sim u'' \cong -l'' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (5.9)$$

と仮定できる。このことより、

$$\tau_{zx} = -\overline{\rho u'' w''} = \rho \overline{l''^2} \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \quad (5.10)$$

であり、また、

$$K_{mz} = \overline{l''^2} \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \quad (5.11)$$

のように表すことができる。これらにより、

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho u'' w''} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_{mz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \quad (5.12)$$

$$-\frac{\partial}{\partial z} \overline{w'' \theta''} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( K_{hz} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right) \quad (5.13)$$

のように表すことができる。

このように乱流による物理量の輸送量を、気体分子運動論の類推で、平均場を用いて表現する方法を、Prandtlの混合距離理論 (mixing length theory) という。これを一般的に乱流の輸送に適用することには困難があるが、接地境界層について適用し、地表面フラックスを求めるための基礎理論となっている。エクマン境界層を含む大気境界層全体についてのクロージャの問題については別の扱いが必要である。

#### 5.1.4 接地境界層

はじめに述べたように接地境界層は等フラックス層と呼ばれるように、どの高さでも運動量の鉛直フラックスが地表における値に等しく、応力が一定である。このため接地境界層内では風向も一定で、この平均風の方向を  $x$  方向にとる。このとき (5.10) より、

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{\tau_{zx}}{\rho}} \quad (5.14)$$

である。ここで、 $l = \sqrt{l''^2}$  である。接地境界層内で運動量を輸送する乱渦の大きさは、地表面により制限を受けるので、混合距離  $l$  を、

$$l = k z \quad (5.15)$$

のように仮定する。ここで  $z$  は地表面からの距離、 $k$  は無次元の量でカルマン定数 (Karman constant) と呼ばれている。 $k$  は風洞実験や観測から  $k = 0.4$  程度であるとされている<sup>2</sup>。

次に、

$$u_*^2 \equiv \frac{\tau_{zx}}{\rho} = -\overline{u'w'} \quad (5.16)$$

で定義される  $u_*$  を導入する。これは摩擦速度 (friction velocity) とよばれ、速度の次元を持ち、乱流の強さのスケールを表すものである。

観測によれば接地境界層の中では、運動量の鉛直方向の輸送量 (または応力) は高度について一定であるので、これらの式より、

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_{zx}}{\rho}} = kz \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \text{const.} \quad (5.17)$$

となることが分かる。これを  $z$  について積分すると、

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \ln z + C \quad (5.18)$$

が得られる。実際の地表面上では様々な凹凸があるので、 $z = 0$  で  $\bar{u} = 0$  とはならない。そこでこの積分定数  $C$  は、ある高さ  $z = Z_{0m}$  で  $\bar{u} = 0$  となるとして決められる。これより、

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{Z_{0m}} \quad (5.19)$$

となる。これが風速の対数分布 (logarithmic profile) である。この  $Z_{0m}$  は地表面の凹凸の程度を表す量で、風速分布に対する空気力学的粗度 (roughness parameter または roughness length) または地面粗度という。この式で表される対数分布は大気の中立成層のとき実際のプロファイルとよく一致している。

また、接地境界層内の渦粘性係数  $K_{mz}$  は、(5.11) と (5.17) より、

$$K_{mz} = (kz)^2 \frac{u_*}{kz} = kz u_* \quad (5.20)$$

のように表すことができる。

<sup>2</sup>カルマン定数  $k$  は、レイノルズ応力  $\tau = -\rho \overline{u'w'}$  と風速の鉛直分布の同時観測から  $k = 0.4 \pm 0.01$  とされている (近藤純正「水環境の気象学」p99)

### 5.1.5 鉛直フラックス

#### 運動量フラックスとバルク係数

接地境界層内では、鉛直フラックスは一定なので、地表面におけるフラックスを見積もるためには、接地境界層のある高さにおけるフラックスを見積もればよい。運動量のフラックス、すなわち地表面における風の応力は、

$$\tau_0 = -\overline{\rho u'' w''} = \rho u_*^2 = \rho \bar{u}^2 \left[ \frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0m}}} \right]^2 = \rho C_m \bar{u}^2 \quad (5.21)$$

である。 $\bar{u}$  は接地境界層内のある高さ（通常は 10m）における平均風を測定すればよい。また、

$$C_m = \left[ \frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0m}}} \right]^2 \quad (5.22)$$

で定義される  $C_m$  は、無次元の量で、抵抗係数 (drag coefficient) または、運動量に対するバルク係数 (bulk transfer coefficient) という。

#### 温位フラックス

接地境界層内では顕熱や潜熱の輸送量 (フラックス)  $H_s, H_L$  も高さによらないとしてよい。接地境界層内では乱れが、 $u_*$  と  $z$  で決定されるとすると、これらについても運動量と同じ渦粘性係数 (5.20) を用いて (5.13) に現れる

$$K_{mz} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \overline{w'' \theta''} \quad (5.23)$$

は、次のように表せる。

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \frac{\overline{w'' \theta''}}{k z u_*} \quad (5.24)$$

地表面からの顕熱フラックス  $H_s$  [ J m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> ] は、

$$H_s = -\rho C_p \overline{w'' \theta''} \quad (5.25)$$

で与えられる。ここで、

$$\theta_* = \frac{\overline{w'' \theta''}}{u_*} \quad (5.26)$$

で定義される温位スケール（摩擦温位） $\theta_*$  を導入すると、温位のフラックスは、

$$\frac{H_s}{\rho C_p} = -\overline{w''\theta''} = -kz \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} u_* = -\theta_* u_* \quad (5.27)$$

となる。ここで定義された  $\theta_*$  も接地境界層では一定値である。これより、

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \frac{\theta_*}{kz} \quad (5.28)$$

であるので、これを鉛直積分して、運動量の場合と同様に、 $\bar{\theta} = \theta_G$  となる高さを  $Z_{0h}$  とすると、

$$\bar{\theta} - \theta_G = \frac{\theta_*}{k} \ln \frac{z}{Z_{0h}} \quad (5.29)$$

となる。これを用いて温位フラックスを表すと、

$$\frac{H_s}{\rho C_p} = -\overline{w''\theta''} = -\theta_* u_* = -\frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0h}}} \frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0m}}} (\bar{\theta} - \theta_G) \bar{u} \quad (5.30)$$

となる。ここで、

$$\frac{H_s}{\rho C_p} = -\frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0h}}} \frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0m}}} (\bar{\theta} - \theta_G) \bar{u} = -C_h (\bar{\theta} - \theta_G) \bar{u} \quad (5.31)$$

として、

$$C_h = \frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0h}}} \frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0m}}} \quad (5.32)$$

のように顕熱または温位についてのバルク係数を定義することができる。

混合比フラックス

潜熱フラックス  $H_L$

$$H_L = {}_lE = -\mathcal{L}_v \overline{w''q_v''} \quad (5.33)$$

も同様に、接地境界層内では一定と見なせるので、

$$\frac{\partial \bar{q}_v}{\partial z} = \frac{\overline{w'' q_v''}}{kz u_*} \quad (5.34)$$

である。ここで、 $L$  は蒸発の潜熱である。これらより水蒸気混合比フラックスは、

$$E = -\overline{w'' q_v''} = -kz u_* \frac{\partial \bar{q}_v}{\partial z} \quad (5.35)$$

である。同様に、

$$q_{v*} = \frac{\overline{w'' q_v''}}{u_*} \quad (5.36)$$

で定義される混合比スケール（摩擦混合比） $q_{v*}$  を導入すると、混合比のフラックスは、

$$E = -\overline{w'' q_v''} = -kz \frac{\partial \bar{q}_v}{\partial z} u_* = -q_{v*} u_* \quad (5.37)$$

と表わされる。ここで定義された  $q_{v*}$  も接地境界層では一定値である。これより、鉛直積分して、運動量や温位の場合と同様に、 $\bar{q}_v = q_{vsfc}$  となる高さを  $Z_{0h}$  とすると、

$$\bar{q}_v - q_{vsfc} = \frac{q_{v*}}{k} \ln \frac{z}{Z_{0h}} \quad (5.38)$$

となる。これを用いて混合比フラックスを表すと、

$$-\overline{w'' q_v''} = -q_{v*} u_* = -\frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0h}}} \frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0m}}} (\bar{q}_v - q_{vsfc}) \bar{u} \quad (5.39)$$

である。また、(5.32) で定義される温位のバルク係数  $C_h$  と同じものを用いて、

$$-\frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0h}}} \frac{k}{\ln \frac{z}{Z_{0m}}} (\bar{q}_v - q_{vsfc}) \bar{u} = -C_h (\bar{q}_v - q_{vsfc}) \bar{u} \quad (5.40)$$

のように表すことができる。

以上で、大気境界層における、運動量、温位、水蒸気混合比の鉛直フラックスをバルク係数を用いて表すことができた。*CReSS* の地表面過程ではこのバルク係数を計算して、陸面と大気間の顕熱と潜熱の交換を記述する。また運動量フラックスを計算して地表面摩擦の効果を考慮する。



## 5.2 大気境界層・地表面過程・地温の計算

*CReSS* の大気境界層・地表面過程・地温の計算は、基本的には Segami et al. (1989) にある JSM (Japan Spectral Model) で用いられていたものを用いており、すべて鉛直 1 次元のみの計算である。ただし、主な JSM との相違点として次のものがあげられる。

- 地中温度の計算において、JSM では 4 層のモデルを用いているが、*CReSS* では任意の  $m$  層を指定することができる。
- 地中温度の計算は、JSM では  $n - 1$  ステップから出発し、フラックスの温度に対する微分を用いた複雑な計算方式を用いているが、*CReSS* では単純な陰解法とし連立方程式を解くだけである。
- 雲量は、JSM では相対湿度から Ohno and Isa (1983) の方法で見積もっているが、*CReSS* では雲水と雲氷の混合比から見積もる。
- 地表面の顕熱・潜熱フラックスは、JSM では大気を先に計算し修正された温度と湿度を用いて地面の潜熱・顕熱フラックスを計算しているが、*CReSS* では  $n - 1$  ステップの温度と水蒸気混合比から計算し、同じ値を大気と地面に与える。
- 鉛直拡散の計算は、JSM では毎ステップ毎に大気全層にわたって行なっており、この場合、地表面から大気に入ってきたフラックスは原理的には瞬間的に (時間ステップ  $\Delta t$  の間に) 大気上端まで影響することになるが、*CReSS* ではサブグリッドスケールの拡散項の境界条件として与えるか、または、ユーザが指定した層内のみにおいて別途、鉛直拡散を計算する。
- 鉛直拡散の計算をする場合は、JSM と同様に、陰解法を用いて従属変数 (水平速度成分・温位・水蒸気混合比) の修正をする方法を用いている。

次に、大気境界層・地表面過程・地温のプロセスの大域的流れは以下の通りで、計算は水平の各格子点で鉛直 1 次元について独立に行なわれる。

- 雲量の計算の計算をする。通常は上、中、下層の雲量を求める。
- 太陽放射と下向長波長放射を計算する。
- 地表面の運動量、顕熱、潜熱フラックスの「係数」の計算する。
- 地表面のフラックスを求め、乱流拡散項の下層境界条件として与えるか、または、大気境界層過程の計算により、水平風速、温位、水蒸気混合比を修正する。
- 地温を計算する。

ここで、地表面過程では、まず、フラックスの「係数」を計算することが重要である。それは、地面は顕熱・潜熱フラックス、

$$H_S = -\rho_a C_p C_h |V_a| (T_a - T_G) \quad (5.41)$$

$${}_l E = -\rho_a \mathcal{L}_v C_h |V_a| \beta [q_{va} - q_{vs}(T_G)] \quad (5.42)$$

が外力として与えられるのに対して、大気では、温位フラックス<sup>3</sup>と混合比フラックス、

$$F_{\theta} = -\rho_a C_h |V_a| (\theta_{va} - \theta_{vG}) \quad (5.43)$$

$$F_{q_v} = -\rho_a C_h |V_a| \beta [q_{va} - q_{vs}(T_G)] \quad (5.44)$$

が地表面からの外力として与えられるからである。これらに共通する係数  $\rho_a C_h |V_a|$  (あとで詳述するように実際には温位と混合比について異なる) を計算し、大気境界層と地温の過程に受け渡す。そして、顕熱・潜熱フラックスは地温の過程で、温位と混合比の地表面のフラックスの効果は大気境界層の過程で取入れられる。

次節より、大気境界層・地表面過程・地温の計算に現れる各過程を順に説明する。

### 5.2.1 雲量

太陽放射は雲の効果により地表面に到達するが減少する。これを見積もるために雲量を用いる。ここでは、まず、雲量を相対湿度を用いて経験式から見積もる Ohno and Isa (1984) の方法を説明する。

雲量は無次元の量で、0~1の値をとる。上層、中層、下層についてそれぞれ雲量を相対湿度の関数として与える。それぞれの高さは厳密なものではなく、大野・伊佐 (1984) では、上層を 400hPa、中層を 500 と 700hPa、下層を 850hPa としている。大まかに標高で表現すると、上層は 7~7.5km、中層は 5~6 および 3km、下層は 1.5km 付近に対応する。

雲量は大野・伊佐 (1984) の結果より、0~100% について、5% 毎に 21 個のデータで与えられている。各層の平均の相対湿度を  $\overline{Rh}$  [%] としたとき、

$$k_n = 1 + 20 \times \frac{\overline{Rh}}{100} \quad (5.45)$$

となる整数の  $k_n$  に対応して、次の表のように、下層  $CD_L$ 、中層  $CD_M$ 、上層  $CD_H$  の雲量が与えられる。

$CD_L$	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,
	0.00,	0.00,	0.07,	0.11,	0.19,	0.40,	0.85,	1.00,	1.00,	1.00,	1.00
$CD_M$	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,
	0.00,	0.05,	0.12,	0.30,	0.40,	0.50,	0.70,	0.95,	1.00,	1.00,	1.00
$CD_H$	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.00,	0.05,	0.05,
	0.15,	0.30,	0.55,	0.75,	0.87,	0.95,	1.00,	1.00,	1.00,	1.00,	1.00

<sup>3</sup>ここでは温位の代わりに仮温位を用いているが、フラックスは差に比例するので、どちらを用いても大きな違いにはならない。ただし CAPE などのような積分値については大きな差になることに注意しなければならない。

水蒸気混合比  $q_v$  と気温  $T_a$  から、相対湿度を求めるには、 $q_v$  から水蒸気分圧  $e_a$  を求め、Tetens (1930) の式から、その気温に対する飽和水蒸気圧を求めてその比をとる。

さて、大気の圧力、温度および水蒸気混合比を  $p (= \bar{p} + p')$ ,  $T_a$ ,  $q_v$  とすると、水蒸気分圧  $e_a$  は、

$$e_a = \frac{q_v p}{\epsilon + (1 - \epsilon) q_v} \quad (5.46)$$

で与えられる。ここで、 $\epsilon$  は乾燥空気と水蒸気の分子量の比で、混合比が  $[\text{kg kg}^{-1}]$  で与えられれば  $\epsilon = 0.622$  であり、 $[\text{g kg}^{-1}]$  で与えられれば  $\epsilon = 622.0$  となる。また気圧  $p$  と水蒸気分圧  $e_a$  の単位は  $[\text{Pa}]$  である。

次に、飽和水蒸気圧を求める Tetens (1930) の式は、温度を  $T [^\circ\text{C}]$  (単位が摂氏であることに注意) とすると、その温度に飽和する飽和水蒸気圧  $e_{as} [\text{Pa}]$  が、 $0^\circ\text{C}$  の飽和水蒸気圧  $e_s (= 610.78 \text{ Pa})$  を用いて、

$$e_{as} = e_s \cdot 10^{\frac{a-T}{b+T}} \quad (5.47)$$

または、

$$e_{as} = e_s \exp\left(\frac{a \cdot T}{b + T} \ln 10\right) \quad (5.48)$$

で与えられる。ここに出てくる定数  $a, b$  は、次のように定義される。

	$a$	$b$
水面上で ( $T \geq 0^\circ\text{C}$ )	7.5	237.3
氷面上で ( $T < 0^\circ\text{C}$ )	9.5	265.3

これらより相対湿度  $Rh$  は、

$$Rh = \frac{e_a}{e_{as}} \times 100 \quad (5.49)$$

と得られるので、これを用いて雲量を求めればよい。

上記の方法を用いると、実際の雲の分布に係わらず雲量が決まってしまう。CReSS においては水物質の混合比が計算されるので、これらを用いて雲量を見積もるのが適当である。そのために、先に述べた上・中・下層に対応するそれらの境界面の高さをそれぞれ  $z_L, z_M$  とし、次のように雲水総量  $[m^{-2}]$

$$q_L = \int_{z_{sf}}^{z_L} \rho (q_c + q_r + q_i + q_s + q_g) dz \quad (5.50)$$

$$q_M = \int_{z_L}^{z_M} \rho (q_c + q_r + q_i + q_s + q_g) dz \quad (5.51)$$

$$q_H = \int_{z_M}^{z_{top}} \rho (q_c + q_r + q_i + q_s + q_g) dz \quad (5.52)$$

を求め、これらと太陽放射の透過率の関係<sup>4</sup>から雲量を見積もる。

### 5.2.2 太陽放射・下向長波長放射

太陽放射（短波放射）と大気からの下向長波長放射は、雲量、太陽の天頂角、地表面付近の気温と水蒸気圧、および地表面アルベドの関数として計算される。

太陽放射および大気からの下向長波長放射の計算の概略は、次の通りである。

- 大気下層（第1層～第2層付近）の気温と水蒸気混合比  $q_v$  から水蒸気分圧  $e_a$  を求める。
- モデルの各格子点のその時刻における太陽の天頂角を求める。
- 水蒸気分圧  $e_a$  と天頂角および雲量から下向短波放射を求める。このときアルベドを考慮する。
- 大気の温度  $T_a$  と水蒸気分圧  $e_a$ 、および雲量の関数として下向長波長放射を計算する。

以後、正味下向短波放射  $RS^\downarrow$  と下向長波長放射  $L^\downarrow$  のそれぞれについて説明する。

#### 大気下層の水蒸気分圧

大気下層の水蒸気分圧を求めるには、大気第1層または下層のいくつかの層の平均の温度と水蒸気混合比<sup>5</sup>から、(5.46) を用いて水蒸気分圧を求める。

#### 太陽の天頂角

太陽の天頂角は、1月1日からの日数  $jday$ 、地方時  $T_{LC}$ 、およびその場所の緯度  $lat$  の関数として計算される。

地方時は、世界標準時  $UTC$  からの経度の関数として、

$$T_{LC} = UTC + lon/15 \quad (5.53)$$

で与えられ、また、太陽角  $\phi_s$  は、

$$\phi_s = 23.44 \cos(172 - jday) \quad (5.54)$$

<sup>4</sup>近藤 (2000)

<sup>5</sup>JSM の場合は大気第1層と第2層の平均値を用いている。

であり、これらより、太陽の天頂角  $\zeta$  は、

$$\zeta = \sin(\text{lat}) \sin(\phi_s) + \cos(\text{lat}) \cos(\phi_s) \cos[0.2618(T_{LC} - 12)] \quad (5.55)$$

のように求められる (図 5.1 を参照)。

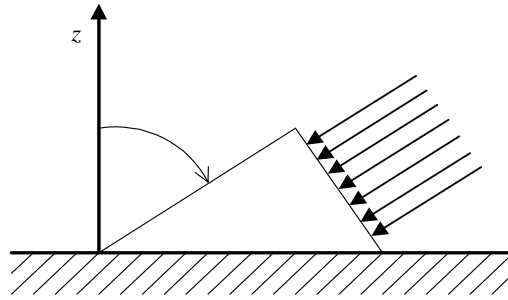


図 5.1. 天頂角  $\zeta$

#### 正味下向短波放射

地表面に到達する太陽放射を下向短波放射という。これは地表面のアルベド  $A_l$  によって決まる割合だけ反射されるので、その分を考慮しなければならない。これを正味下向短波放射といい、この量が地表面に与えられる。

地表面に到達する全日射量を知るためには、まず大気の上端に到達する日射量を求める必要がある。それを  $S_\infty$  とすれば、

$$S_\infty = S_0 \cos \zeta \quad (S_0 = 1,367[\text{W m}^{-2}]: \text{太陽定数}) \quad (5.56)$$

である<sup>6</sup>。ここで、 $\zeta$  は太陽の天頂角である。このとき、晴天時の日射量は、

$$a = 1.12 - b - 0.06 \log_{10} e_a \quad (1 \leq e_a \leq 3000[\text{Pa}]: \text{地表面付近の水蒸気圧}) \quad (5.57)$$

$$b = 0.43 + 0.00016e_a \quad (5.58)$$

として、次のようになる。

$$S^\downarrow = \begin{cases} S_\infty(a + b \times 10^{-0.13 \sec \zeta}) & \cos \zeta > 0 \\ 0 & \cos \zeta \leq 0 \end{cases} \quad (5.59)$$

<sup>6</sup>正確には  $S_\infty = S_0(\bar{r}_E/r_E)^2 \cos \zeta$ 。  $r_E$  は地球と太陽との距離、 $\bar{r}_E$  はその平均である。

さらに雲の効果を取り入れ、アルベドを考慮すると、地表面に吸収される正味下向短波放射は、

$$RS^\downarrow = (1 - A_l)S^\downarrow(1 - cd_L \cdot CD_L)(1 - cd_M \cdot CD_M)(1 - cd_H \cdot CD_H) \quad (5.60)$$

である。ただし、

$cd_L$	低層雲による吸収と反射の効果	0.7
$cd_M$	中層雲による吸収と反射の効果	0.6
$cd_H$	高層雲による吸収と反射の効果	0.3

である。先に述べたように雲量は相対湿度を用いて、経験式によって計算される (Ohno and Isa, 1984)。またアルベド  $A_l$  の数値は以下の通りである。

陸面	データから与える
海水面・雪面	0.6 で一定とする

海面については、計算期間中は海面水温一定としているので、日射を考慮する必要はない。このためアルベドの値を設定しなくてもよい。

地表面における大気からの下向長波長放射

Kondo (1976) の実験式から、雲と水蒸気の効果を取り入れた大気からの下向長波長放射は、

$$L^\downarrow = \varepsilon_G \sigma T_a^4 [1 + (-0.49 + 0.0066\sqrt{e_a})(1 - CD \cdot C \cdot A_c)] \quad (5.61)$$

である。ここで、 $T_a$  は大気下層の気温で、大気第1層の気温または下層2~3層の平均気温である<sup>7</sup>。また、

$$C = 0.75 - 0.005e_a \quad (5.62)$$

$$A_c = \frac{CD_L + 0.85CD_M + 0.5CD_H}{CD} + 0.1 \frac{N_r}{N} \quad (5.63)$$

$$CD = CD_L + CD_M + CD_H \quad (5.64)$$

である<sup>8</sup>。さらに、ここで使用されている定数は以下のとおりである。

$\varepsilon_G$	赤外域における地表面の射出率 (emissivity)	0.95
$\sigma$	Stefan-Boltzman 定数	$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$

<sup>7</sup>JSM では大気下層の第1層と第2層の平均を用いている。

<sup>8</sup> $N_r/N$  は降水時間の出現比率を示し、時間積分を行なう場合、放射計算の時間ステップ間に降水がなければ0、ずっと降水があれば1となる。しかし、JSM では常に0としている。これが良いのかはわからない。

## 5.2.3 地表面フラックス

地表面における運動量フラックス  $\tau_x, \tau_y$  [ $\text{kg m s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} = \text{N m}^{-2}$ ] は、バルク係数と風速の絶対値を用いて、

$$\tau_x = \rho_a C_m |V_a| u_a \quad (5.65)$$

$$\tau_y = \rho_a C_m |V_a| v_a \quad (5.66)$$

のように、また、顕熱・潜熱フラックス  $H_S, {}_lE$  [ $\text{J m}^{-2} \text{ s}^{-1} = \text{W m}^{-2}$ ] は、

$$H_S = -\rho_a C_p C_h |V_a| (T_a - T_G) \quad (5.67)$$

$${}_lE = -\rho_a \mathcal{L}_v C_h |V_a| \beta [q_{va} - q_{vs}(T_G)] \quad (5.68)$$

のように与えられる。ここで、 $a$  と  $G$  は大気第1層と地表面（地温第1層）を意味する。また、 $C_m$  は運動量についての、 $C_h$  は熱と水蒸気についてのバルク係数（無次元）、 $q_{vs}(T_G)$  は地温  $T_G$  に対する飽和混合比、 $\beta$  は蒸発散係数、 $\mathcal{L}_v$  は水の蒸発の潜熱である。これらを大気密度をかけた温位フラックス  $F_\theta$  [ $\text{kg K m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ] と水蒸気混合比フラックス  $F_{q_v}$  [ $\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ] に直すと、

$$\begin{aligned} F_\theta &= \frac{H_S}{C_p} \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\beta}{C_p}} = -\rho_a C_h |V_a| (\theta_{va} - \theta_{vG}) \\ &= -\rho_a u_* \theta_* \end{aligned} \quad (5.69)$$

$$\begin{aligned} F_{q_v} &= E = -\rho_a C_h |V_a| \beta [q_{va} - q_{vs}(T_G)] \\ &= -\rho_a u_* q_{v*} \end{aligned} \quad (5.70)$$

となる。ここで、 $\theta_*$  は温位スケール（摩擦温位）、 $q_{v*}$  は混合比スケール（摩擦混合比）である。 $u_*$  は摩擦速度で、

$$u_*^2 = C_m |V_a|^2 \quad (5.71)$$

のように定義され、ここに出てくる  $|V_a|$  は地表風速の絶対値で、

$$|V_a| = (u_a^2 + v_a^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.72)$$

である。また、仮温位  $\theta_v$  は、

$$\theta_v = \frac{1 + \epsilon_{iv} q_v}{1 + q_v} \theta \quad (5.73)$$

のように与えられる。 $\epsilon_{iv}$  は、乾燥空気と水蒸気の分子量の比である。

さて、無次元のバルク係数  $C_m, C_h$  は、運動量、熱、水蒸気の粗度 (roughness parameter) 考慮して、Louis et al. (1980) のスキームを用いて表現される。それは、次のように与えられる。

$$C_m = \left[ \frac{k}{\ln\left(\frac{z_a}{Z_{0m}}\right)} \right]^2 f_m(Ri, z_a, Z_{0m}) \quad (5.74)$$

$$C_h = \frac{k}{\ln\left(\frac{z_a}{Z_{0m}}\right)} \frac{k}{\ln\left(\frac{z_a}{Z_{0h}}\right)} f_h(Ri, z_a, Z_{0m}, Z_{0h}) \quad (5.75)$$

ここで  $k (=0.4)$  はカルマン定数、 $z_a$  は大気第1層の高さ、 $Z_{0m}$  は運動量の粗度、 $Z_{0h}$  は熱と水蒸気の粗度、 $Ri$  は Richardson 数である。バルク係数にかかる係数  $f_m, f_h$  も粗度と Richardson 数の関数で、次のように与えられる。

不安定な場合 ( $Ri < 0$ )

$$f_m = 1 - \frac{2b \cdot Ri}{1 + 3bc \left[ \frac{k}{\ln\left(\frac{z_a}{Z_{0m}}\right)} \right]^2 \left( -\frac{Ri \cdot z_a}{Z_{0m}} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (5.76)$$

$$f_h = 1 - \frac{3b \cdot Ri}{1 + 3bc \frac{k}{\ln\left(\frac{z_a}{Z_{0m}}\right)} \frac{k}{\ln\left(\frac{z_a}{Z_{0h}}\right)} \left( -\frac{Ri \cdot z_a}{Z_{0h}} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (5.77)$$

$$b = c = 5 \quad (5.78)$$

安定な場合 ( $Ri > 0$ )

$$f_m = \frac{1}{1 + 2b \cdot Ri \cdot \sqrt{1 + d \cdot Ri}} \quad (5.79)$$

$$f_h = \frac{1}{1 + 3b \cdot Ri \cdot \sqrt{1 + d \cdot Ri}} \quad (5.80)$$

$$b = d = 5 \quad (5.81)$$



ここで、運動量と熱・水蒸気についての粗度、 $Z_{0m}$ ,  $Z_{0h}$  は次のように与えられ、海面の粗度は計算の各ステップ毎に修正される。

粗度	陸面	海面	海水面・雪面
$Z_{0m}$	データセットから与える	$u_*$ の関数として計算する	任意の一定値
$Z_{0h}$	一定値 (0.1 m)	$Z_{0m}$ と同じとする	$Z_{0m}$ と同じとする。

以上を踏まえ、地表面フラックスの具体的な計算は以下のとおりとなる。

### (1) 水平速度の絶対値の計算

大気第1層の水平速度 ( $u_a, v_a$ ) から、(5.72) より、その絶対値  $|V_a|$  を計算する。

### (2) 地表面の温度に対応する飽和水蒸気混合比の計算

陸面であれば地温第1層、海面であれば海面水温に対応する飽和水蒸気混合比  $q_{vs}(T_G)$  を、Tetens (1930) の式 (5.47) または (5.48) から求める。

Tetens (1930) の式から求めた飽和水蒸気分圧から、飽和水蒸気混合比 [ kg kg<sup>-1</sup> ] は、

$$q_{vs}(T_G) = \epsilon \frac{e_{as}}{p} \quad (5.82)$$

で与えられる。これは本来比湿の定義式であるが、混合比とみなしても誤差は十分小さい。なお、ここで、 $p = \bar{p} + p'$  で、 $\epsilon$  は乾燥空気と水蒸気の分子量の比である。

### (3) 地表面の水蒸気混合比を定義する

陸面、海面、海水面・雪面に対して、地表面の水蒸気混合比を定義する。陸面に対してのみデータから与えられる蒸発散効率  $\beta$  を考慮して、

陸面に対して、

$$q_{vsfc} = \beta [q_{vs}(T_G) - q_{va}] + q_{va} \quad (5.83)$$

海面、海水面・雪面に対して、

$$q_{vsfc} = q_{vs}(T_G) \quad (5.84)$$

のようになる。

## (4) Richardson 数の計算

地表面の安定度を判別するため、また、Louis et al. (1980) のスキームにおいて  $f_m, f_h$  の計算に用いるため、地表面の Richardson 数を計算しておく。

Richardson 数  $Ri$  は以下のように計算される。

$$Ri = \frac{gz_a \Delta\theta_v}{\theta_{va} |V_a|^2} \quad (5.85)$$

ここで、 $\epsilon_{iv}$  を乾燥空気と水蒸気の分子量の比として、

$$\theta_{vG} = T_G \frac{1 + \epsilon_{iv} q_{vsfc}}{1 + q_{vsfc}} \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (5.86)$$

$$\Delta\theta_v = \theta_{va} - \theta_{vG} \quad (5.87)$$

であり、また、 $z_a$  は大気第1層の高さ、 $g$  は重力加速度である。

(5) 第1ステップのときの海面の  $Z_{0m}$  と  $u_*$  をイタレーションで求める

陸面の粗度は  $Z_{0m}, Z_{0h}$  とともに計算期間中一定値をとるが、海面における粗度は、その風速依存性を考慮するためにイタレーションで、摩擦速度  $u_*$  とともに求める。このようにイタレーションで計算するのは第1ステップのみで、以降は一つ前のステップの摩擦速度  $u_*^{n-1}$  から  $Z_{0m}$  を計算しておく。また、海面では、熱と水蒸気の粗度  $Z_{0h}$  は運動量についての粗度  $Z_{0m}$  と同じとする。

具体的には、海面では Kondo (1975) の関係式を用いて、 $Z_{0m}$  を  $u_*$  の関数として次のように与える。

$$Z_{0m} = -34.7 \times 10^{-6} + 8.28 \times 10^{-4} u_* \quad \text{for } u_* \leq 1.08 [\text{m s}^{-1}] \quad (5.88)$$

$$Z_{0m} = -0.277 \times 10^{-2} + 3.39 \times 10^{-3} u_* \quad \text{for } u_* > 1.08 [\text{m s}^{-1}] \quad (5.89)$$

なお、 $Z_{0m}$  の最小値は  $1.5 \times 10^{-5}$  m とする。 $u_*$  は (5.71) より、

$$u_* = |V_a| \sqrt{C_m} \quad (5.90)$$

で求められる。また、そのバルク係数  $C_m$  は (5.74) で与えられるが、それにかかる係数  $f_m$  は、(5.85) で与えられる Richardson 数により場合分けされて、不安定の場合は (5.76) から、安定の場合は (5.79) から決められる。

これにより摩擦速度  $u_*$  が決まるので、これを (5.88) または (5.89) に与えて、 $Z_{0m}$  を決める。さらに、この粗度を用いて上記の計算を繰り返し、 $Z_{0m}, u_*$  が収束するまでこのイタレーションを行う。その結果、海面の  $Z_{0m}, u_*$  を決めることができる。

(6) 全領域の  $f_m, f_h$  の計算

海面の運動量についての粗度  $Z_{0m}$  が (5) で求められた。また、上の熱と水蒸気についての粗度  $Z_{0h}$  は  $Z_{0h} = Z_{0m}$  とする。さらに、陸面については、運動量についての粗度  $Z_{0m}$  はデータから与えられ、熱と水蒸気についての粗度  $Z_{0h}$  は一定値 0.1m とし、海氷面・雪面については、運動量・熱と水蒸気の粗度を共に一定値とする。

これにより、全領域の運動量、熱・水蒸気についての粗度が決まったので、Richardson 数 (5.85) と粗度の関数として、バルク係数にかかる Louis et al. (1980) のスキームに現れる係数  $f_m, f_h$  を、(5.76), (5.77), (5.79), (5.80) に基づいて計算する。

(7) 全領域のバルク係数  $C_m, C_h$  の計算

(5), (6) で求めた  $f_m, f_h$  と粗度  $Z_{0m}, Z_{0h}$  を用いて、(5.74), (5.75) から、バルク係数  $C_m, C_h$  を求める。

(8) 全領域の摩擦速度  $u_*$  の計算

運動量のバルク係数  $C_m$  と  $|V_a|$  から、(5.90) により、摩擦速度  $u_*$  を全領域について求める。

## (9) Kondo(1975) の温位、混合比フラックスの補正項の計算

海面の水蒸気と熱のフラックスを計算するときに Kondo (1975) の補正項を用いるので、ここでそれを求めておく。

correction factor  $B_h^{-1}, B_e^{-1}$  について、Kondo (1975) は観測から以下の式、

海面について、

$$B_h^{-1} = \frac{1}{k} \ln \left( \frac{\nu + ku_* Z_{0m}}{D_a} \right) \quad (5.91)$$

$$B_e^{-1} = \frac{1}{k} \ln \left( \frac{\nu + ku_* Z_{0m}}{D_v} \right) = B_h^{-1} + \frac{1}{k} \ln \left( \frac{D_a}{D_v} \right) \quad (5.92)$$

または、

$$B_h^{-1} = \frac{1}{k} \ln (0.71 + 4.64 \times 10^4 ku_* Z_{0m}) \quad (5.93)$$

$$B_e^{-1} = B_h^{-1} - 0.168 \frac{1}{k} \quad (5.94)$$

陸面、海氷面・雪面について、

$$B_h^{-1} = 0 \quad (5.95)$$

$$B_e^{-1} = 0 \quad (5.96)$$

を提案している。ここで、 $\nu$ は空気の動粘性係数 (kinetic viscosity) [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]、 $D_a$ は空気の拡散係数 [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]、 $D_v$ は水蒸気の拡散係数 [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]である<sup>9, 10</sup>。

#### (10) 温位と水蒸気混合比のフラックス係数の計算

ここで、温位と水蒸気混合比のフラックスを計算しやすくするために、そこに現れる係数  $E_\theta, E_{q_v}$  を計算しておく。

$$E_\theta = \frac{\theta_*}{\theta_{va} - \theta_{vG}} = \left[ \frac{u_*}{C_h |V_a|} + B_h^{-1} \right]^{-1} \quad (5.103)$$

$$E_{q_v} = \frac{q_{v*}}{q_{va} - q_{vsfc}} = \left[ \frac{u_*}{C_h |V_a|} + B_e^{-1} \right]^{-1} \quad (5.104)$$

これを用いることにより、水蒸気と熱のフラックスを同じバルク係数  $C_h$  で表現していたのが、 $B_h^{-1}, B_e^{-1}$  を取り入れることで、海面については異なるものとなる。ただし陸面や海氷面・雪面についてはこれらは0であるので、同じになる。

#### (11) フラックスの計算

以上の準備から、地表面の運動量、顕熱、潜熱、温位、水蒸気混合比のフラックスを次のように与えることができる。

まず、運動量フラックスの絶対値は、

$$\tau = \rho_a u_*^2 \quad (5.105)$$

<sup>9</sup>空気の動粘性係数  $\nu$  [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ] については、

$$\nu = \nu_0 \frac{101325}{p} \left( \frac{T}{273.16} \right)^{1.754} \quad (5.97)$$

$$\nu_0 = 1.328 \times 10^{-5} \quad (5.98)$$

空気の拡散係数  $D_a$  [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ] については、

$$D_a = D_{a0} \frac{101325}{p} \left( \frac{T}{273.16} \right)^{1.78} \quad (5.99)$$

$$D_{a0} = 1.87 \times 10^{-5} \quad (5.100)$$

水蒸気の拡散係数  $D_v$  [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ] については、

$$D_v = D_{v0} \frac{101325}{p} \left( \frac{T}{273.16} \right)^{1.81} \quad (5.101)$$

$$D_{v0} = 2.23 \times 10^{-5} \quad (5.102)$$

のように与えられる (近藤純正「水環境の気象学」p130) が、文章中に示した、近似式を使用するのでよい。

<sup>10</sup> $B_h$  を低層スタントン数、 $B_e$  を低層ガルトン数という (大気科学講座 1 P95)。

また、その  $x$  と  $y$  成分は、

$$\tau_x = \tau \frac{u_a}{|V_a|} \quad (5.106)$$

$$\tau_y = \tau \frac{v_a}{|V_a|} \quad (5.107)$$

である。次に、顕熱フラックス  $H_S$  と潜熱フラックス  ${}_lE$  は、

$$H_S = -\rho_a C_p u_* E_\theta (T_a - T_G) \quad (5.108)$$

$${}_lE = -\rho_a \mathcal{L}_v u_* E_{q_v} (q_{va} - q_{vsfc}) \quad (5.109)$$

であり、大気密度をかけた温位フラックス  $F_\theta$  [ kg K m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> ] と水蒸気混合比フラックス  $F_{q_v}$  [ kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> ] に直すと、

$$F_\theta = -\rho_a u_* E_\theta (\theta_{va} - \theta_{vG}) \quad (5.110)$$

$$F_{q_v} = -\rho_a u_* E_{q_v} (q_{va} - q_{vsfc}) \quad (5.111)$$

となる。陸面については、(5.83) から  $q_{va} - q_{vsfc} = \beta [q_{va} - q_{vs}(T_G)]$  であるから、(5.109) と (5.111) には、蒸発散効率  $\beta$  が  $q_{vsfc}$  を通して含まれている。

以上が地表面フラックスの計算であるが、実際に (5.108) と (5.109) の計算をするのは、地温の計算プロセスである。また、(5.110) と (5.111) の計算をするのは、大気境界層の計算プロセスである。このため、このプロセスから返すのはこれらの式に共通な係数で、

$$C_w = \rho_a u_*^2 \frac{1}{|V_a|} \quad (5.112)$$

$$C_\theta = \rho_a u_* E_\theta \quad (5.113)$$

$$C_{q_v} = \rho_a u_* E_{q_v} \quad (5.114)$$

の3つの係数と、陸面では蒸発散係数  $\beta$  を考慮した地表の混合比  $q_{vsfc}$  である。これらを用いると、運動量フラックスの  $x, y$  成分と温位および混合比のフラックスは、次のように表わすことができる。

$$\tau_x = C_w u_a \quad (5.115)$$

$$\tau_y = C_w v_a \quad (5.116)$$

$$F_\theta = C_\theta (\theta_{va} - \theta_{vG}) \quad (5.117)$$

$$F_{q_v} = C_{q_v} (q_{va} - q_{vsfc}) \quad (5.118)$$

もし、大気境界層過程の計算で陰解法を用いないのであれば、これらの係数の代わりに、運動量、顕熱、潜熱、温位、混合比のフラックスを返してもよい。

#### (12) 地表面のモニターデータの計算

地上の温度や風速は、地表面の物理量の観測値と比較する上で重要である。地表面に接している接地境界層は等フラックス層とも呼ばれ、そこでは鉛直フラックスが高度によらず一定になる。この性質を利用して、気温と水蒸気混合比については地表から 1.5m、速度については 10m の値をモニター用として計算する。

計算の方法は簡単である。 $u_*$  はすでに求められているものを用い、高さ 10m の風速は、(5.71) または (5.90) より、

$$|V_{a10}| = \frac{u_*}{\sqrt{C_{m10}}} \quad (5.119)$$

である。 $C_{m10}$  は、(5.74)~(5.80) で  $z_a = 10$  として、 $f_m, C_m$  を計算したものをを用いる。また、その  $x$  と  $y$  成分は接地境界層内では風向は鉛直に変化しないとしているので、次のようになる。

$$u_{x10} = |V_{a10}| \frac{u_a}{|V_a|} \quad (5.120)$$

$$v_{y10} = |V_{a10}| \frac{v_a}{|V_a|} \quad (5.121)$$

気温と水蒸気混合比については  $z_a = 1.5$  として、同様に (5.74)~(5.80) から、 $f_m, C_m$  の計算をする。その結果得られた高さ 1.5m におけるバルク係数  $C_{m1.5}$  と摩擦速度  $u_*$  を用いて、

$$|V_{a1.5}| = \frac{u_*}{\sqrt{C_{m1.5}}} \quad (5.122)$$

から、高さ 1.5m における風速を求めておく。同時に温位と混合比についての高さ 1.5m におけるバルク係数  $C_{h1.5}$  を求めておく。これらを用いて、(5.103) と (5.104) から、

$$E_{\theta 1.5} = \left[ \frac{u_*}{C_{h1.5}|V_{a1.5}|} + B_h^{-1} \right]^{-1} \quad (5.123)$$

$$E_{q_v 1.5} = \left[ \frac{u_*}{C_{h1.5}|V_{a1.5}|} + B_e^{-1} \right]^{-1} \quad (5.124)$$

となり、簡単な計算により、高さ 1.5m の仮温位  $\theta_{v1.5}$  は、大気第 1 層と地温の仮温位  $\theta_{va}, \theta_{vG}$  と、

$$\frac{\theta_{v1.5} - \theta_{vG}}{\theta_{va} - \theta_{vG}} = \frac{E_{\theta}}{E_{\theta 1.5}} \quad (5.125)$$

の関係があることが示される。これより、高さ 1.5m の仮温位は、

$$\theta_{v1.5} = \theta_{vG} + (\theta_{va} - \theta_{vG}) \frac{E_{\theta}}{E_{\theta1.5}} \quad (5.126)$$

のように与えられる。

水蒸気混合比についても同様に、簡単な計算から、高さ 1.5m の混合比  $q_{v1.5}$  は、大気第 1 層と地表の混合比  $q_{va}, q_{vsfc}$  と、

$$\frac{q_{va1.5} - q_{vsfc}}{q_{va} - q_{vsfc}} = \frac{E_{qv}}{E_{qv1.5}} \quad (5.127)$$

の関係があることが示される。これより、高さ 1.5m の混合比  $q_{va1.5}$  は、

$$q_{va1.5} = q_{vsfc} + (q_{va} - q_{vsfc}) \frac{E_{qv}}{E_{qv1.5}} \quad (5.128)$$

のように与えられる。これにおいても  $q_{vsfc}$  に蒸発散係数の効果が含まれる。

### (13) 次のステップのための海面の粗度 $Z_{0m}$ の計算

この計算ルーチンの最後に、次のステップで用いる海面の運動量にかかわる粗度  $Z_{0m}$  を計算しておく。計算は現在求められている摩擦速度  $u_*$  から、海面についてのみ (5.88) と (5.89) を用いて海面の  $Z_{0m}$  を計算し、次のステップまで保存しておく。

#### 5.2.4 大気境界層過程

地表から大気に入った運動量や顕熱・潜熱は、鉛直拡散により上方に伝えられる。拡散は乱流によって起こるので、運動量フラックスと温位・水蒸気混合比フラックスは基礎方程式系におけるサブグリッドスケールの拡散項、

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.}u = G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial z} \right) \quad (5.129)$$

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.}v = G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial z} \right) \quad (5.130)$$

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.}\theta = G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial H_{\theta 1}}{\partial x} + \frac{\partial H_{\theta 2}}{\partial y} + \frac{\partial H_{\theta 3}}{\partial z} \right) \quad (5.131)$$

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.}q_v = G^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\partial H_{qv1}}{\partial x} + \frac{\partial H_{qv2}}{\partial y} + \frac{\partial H_{qv3}}{\partial z} \right) \quad (5.132)$$

の下層境界条件として、鉛直方向の応力  $\tau_{13}$ ,  $\tau_{23}$  と温位・水蒸気フラックス  $H_{\theta 3}$ ,  $H_{q_v 3}$  に対して、次のように与えられる。

$$t_{13}(z = z_a) = C_w u_a \quad (5.133)$$

$$t_{23}(z = z_a) = C_w v_a \quad (5.134)$$

$$H_{\theta 3}(z = z_a) = C_{\theta} (\theta_{va} - \theta_{vG}) \quad (5.135)$$

$$H_{q_v 3}(z = z_a) = C_{q_v} (q_{va} - q_{vsfc}) \quad (5.136)$$

なお、サブグリッドスケールの拡散項が計算されない場合には、ユーザーが指定した高さまで鉛直1次元の拡散を計算し、大気境界層過程を表現する。鉛直拡散は地表から離れるほど小さくなるので、その指定はある程度拡散が及ぶ高さが与えられていればよい。大気境界層過程の鉛直拡散も、基本的には Segami et al. (1989) にある JSM で用いられていた Mellor and Yamada (1974) の turbulent closure model の level 2 を用いており、すべて鉛直1次元のみの計算である。

さて、鉛直1次元の拡散の方程式は、 $z$  座標系で以下のように表される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_m \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (5.137)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_m \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (5.138)$$

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_h \frac{\partial \theta_v}{\partial z} \right) \quad (5.139)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_h \frac{\partial q_v}{\partial z} \right) \quad (5.140)$$

ここでは乱流混合係数に  $K_0 = 1.0 [\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$  を加えたものを用いた。すなわち、

$$K_m = K_0 + l^2 \left| \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right| S_m \quad (5.141)$$

$$K_h = K_0 + l^2 \left| \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right| S_h \quad (5.142)$$

である。ここで、 $S_m, S_h$  は flux Richardson number の関数 (Mellor and Yamada, 1974) また、長さスケール  $l$  は、

$$l = \frac{kz}{1 + \frac{kz}{l_0}} \quad (5.143)$$



のように与えられる。なお、 $k$  はカルマン定数、 $l_0$  は長さスケールの基準であり、 $E$  を乱流運動エネルギーとして、

$$l_0 = 0.10 \times \frac{\int_{z_{sfc}}^{\infty} \rho E z dz}{\int_{z_{sfc}}^{\infty} \rho E dz} \quad (5.144)$$

のように与えられる（しかし、ここでの説明において、乱流運動エネルギーは計算しないとしているので、実際には大気安定度の関数としている）。

以上を踏まえて、鉛直 1 次元の拡散方程式による大気境界層過程の具体的な計算方法は、以下のとおりとなる。

#### (1) 格子間レベルの大気密度の計算

差分化の際に必要な、鉛直の各格子間レベルの大気密度  $\rho_k^w$  を求めておく（図 5.2 を参照）。

#### (2) 鉛直シアアの 2 乗の計算

鉛直シアアの絶対値は、次の Richardson 数の計算やフラックスの計算に用いるのでここで計算しておく。それは次のとおりである。

$$\left| \frac{\partial \mathbf{V}_k}{\partial z} \right|^2 = \left( \frac{\partial u_k}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_k}{\partial z} \right)^2 \quad (5.145)$$

#### (3) gradient Richardson 数

Mellor and Yamada (1974) の level 2 では flux Richardson 数  $R_f$  を gradient Richardson 数  $R_i$  の関数として与える。それは、次のように定義される。

$$R_i = \frac{g \frac{\partial \theta_v}{\partial z}}{\bar{\theta}_v \left| \frac{\partial \mathbf{V}_k}{\partial z} \right|^2} \quad (5.146)$$

ここで、 $\bar{\theta}_v = \frac{1}{2}(\theta_{vk+1} + \theta_{vk})$  である。

#### (4) flux Richardson 数

Mellor and Yamada (1974) に従い、flux Richardson 数  $R_f$  を次のように与える。

$$R_f = 0.725 \left( R_i + 0.186 - \sqrt{R_i^2 - 0.316 R_i + 0.0346} \right) \quad (5.147)$$

(5)  $\tilde{S}_H, \tilde{S}_M$  を求める

Mellor and Yamada (1974) で用いられるいくつかの定数は、次の通りである。

$A_1$	$A_2$	$B_1$	$B_2$	$C_1$
0.78	0.78	15.0	8.0	0.056

であり、これらの値を用いて、次の定数を求める。

$$\gamma_1 \equiv \frac{1}{3} - \frac{2A_1}{B_1} = 0.2293333 \quad (5.148)$$

$$\gamma_2 \equiv \frac{B_2}{B_1} + \frac{6A_1}{B_1} = 0.8453333 \quad (5.149)$$

また、flux Richardson 数を用いて、

$$\Gamma \equiv \frac{R_f}{1 - R_f} \quad (5.150)$$

を定義すると、結局  $\tilde{S}_H, \tilde{S}_M$  は、次のように与えられる。

$$\tilde{S}_H = 3A_2(\gamma_1 - \gamma_2\Gamma) \quad (5.151)$$

$$\tilde{S}_M = 3A_1(\gamma_1 - \gamma_2\Gamma) \frac{\gamma_1 - C_1 - (6A_1 + 3A_2)\frac{\Gamma}{B_1}}{\gamma_1 - \gamma_2\Gamma + 3A_1\frac{\Gamma}{B_1}} \quad (5.152)$$

さて、これらは、実際の計算ではもっと簡単化することができる。  $\Gamma$  を消去して  $A_1 = A_2$  を考慮すると、

$$\tilde{S}_H = 3A_2 \frac{\gamma_1 - (\gamma_1 + \gamma_2)R_f}{1 - R_f} \quad (5.153)$$

$$\tilde{S}_M = \tilde{S}_H \frac{X_1 - X_2R_f}{X_3 - X_4R_f} \quad (5.154)$$

のように、便利な形式となる。なお、ここで現れた定数は、次のとおりである。

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 1.074667 \quad (5.155)$$

$$3A_2 = 2.34 \quad (5.156)$$

$$X_1 = 0.173333 \quad (5.157)$$

$$X_2 = 0.641333 \quad (5.158)$$

$$X_3 = 0.229333 \quad (5.159)$$

$$X_4 = 0.918667 \quad (5.160)$$

(6)  $S_H, S_M$  を求める

先に求めた  $\tilde{S}_H, \tilde{S}_M$  から  $S_H, S_M$  を計算する。 $S_H, S_M$  の両方に共通するファクターとして、

$$S_e = \sqrt{B_1(1 - R_f) \left| \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right|^2 \tilde{S}_M} \quad (5.161)$$

を定義しておく、次のように表わすことができる。

$$S_H = S_e \tilde{S}_H \quad (5.162)$$

$$S_M = S_e \tilde{S}_M \quad (5.163)$$

(7) 長さスケールの基準  $l_0$  の計算

Mellor and Yamada (1974) では長さスケールの基準  $l_0$  は、乱流運動エネルギー  $E$  の関数として (5.144) により計算される。しかし、ここでは乱流運動エネルギーは計算されない、大気安定度による場合分けをして、以下のようにする。

$$l_0 = 100 \text{ [ m ]}, \quad (R_i \leq 0) \quad (5.164)$$

$$l_0 = 30 \text{ [ m ]}, \quad (R_i \geq 0) \quad (5.165)$$

(8) 長さスケールの  $l$  の計算

長さスケールの  $l$  は、(5.143) によって与えられる。それは次のとおりである。

$$l = \frac{z}{\frac{1}{k} + \frac{z}{l_0}} \quad (5.166)$$

(9)  $K_m, K_h$  の計算

$K_m, K_h$  は、(5.141) と (5.142) で定義されているが、上記の計算における  $S_M, S_H$  には既に鉛直シアアの絶対値がかかっているので、次のように書き換える。

$$K_m = K_0 + l^2 S_M \quad (5.167)$$

$$K_h = K_0 + l^2 S_H \quad (5.168)$$

ここで、 $K_0 = 1.0 \text{ [ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ ]}$  である。

## (10) 鉛直の拡散方程式の差分解法

以上で、大気境界層内の  $K_m, K_h$  の鉛直分布が格子間レベルで求められたので、鉛直方向の拡散方程式 (5.137) ~ (5.140) を解いて、陽解法の場合には時間変化率、陰解法の場合には修正値 (積分値) を求める。

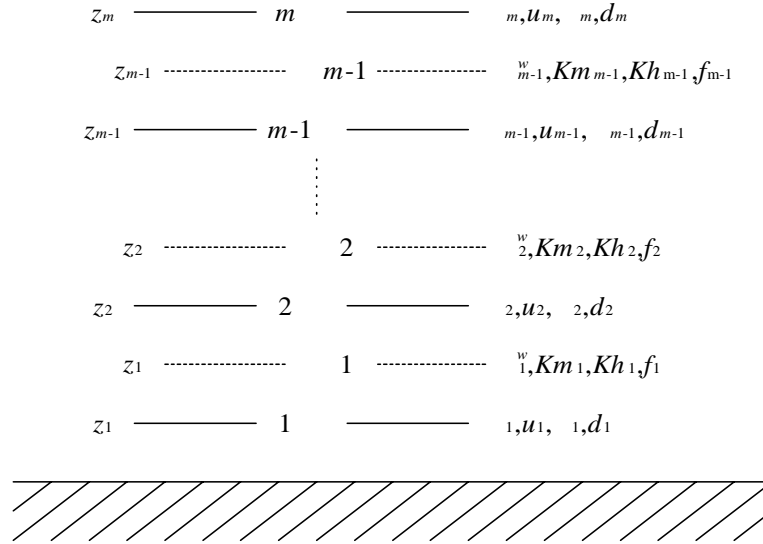


図 5.2. 大気境界層過程の計算に用いる鉛直格子の設定。

これらの式を、図 5.2 に示した配置で離散化すると次のようになる。

$$\frac{u_k^n - u_k^{n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho_k} \frac{1}{z_k - z_{k-1}} \left( \rho_k^w K_{m_k} \frac{u_{k+1}^N - u_k^N}{z_{k+1}^\phi - z_k^\phi} - \rho_{k-1}^w K_{m_{k-1}} \frac{u_k^N - u_{k-1}^N}{z_k^\phi - z_{k-1}^\phi} \right) \quad (5.169)$$

$$\frac{\phi_k^n - \phi_k^{n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho_k} \frac{1}{z_k - z_{k-1}} \left( \rho_k^w K_{m_k} \frac{\phi_{k+1}^N - \phi_k^N}{z_{k+1}^\phi - z_k^\phi} - \rho_{k-1}^w K_{m_{k-1}} \frac{\phi_k^N - \phi_{k-1}^N}{z_k^\phi - z_{k-1}^\phi} \right) \quad (5.170)$$

なお、ここでは、速度成分の代表として  $u_k^n$ 、スカラーの代表として  $\phi_k^n$  (下付添字  $k$  は鉛直レベルの格子番号、上付き添字  $n$  は時間ステップ) を用いている。また、以降の差分式の右辺に現れる  $N$  については、 $N = n - 1$  のとき陽解法の離散化となり  $N = n$  のとき陰解法の離散化となる。

地表面フラックスの係数、つまり、(5.112) の  $C_w$ 、(5.113) の  $C_\theta$  と (5.114) の  $C_{q_w}$  は、大気第 1 層 ( $k = 1$ ) のときに用いられ、

$$\frac{u_1^n - u_1^{n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho_1} \frac{1}{z_1} \left[ \rho_1^w K_{m_1} \frac{u_2^N - u_1^N}{z_2^\phi - z_1^\phi} - C_w (u_1^N - u_{sfc}^N) \right] \quad (5.171)$$

$$\frac{\phi_1^n - \phi_1^{n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho_1} \frac{1}{z_1} \left[ \rho_1^w K_{m_1} \frac{\phi_2^N - \phi_1^N}{z_2^\phi - z_1^\phi} - C_\phi (\phi_1^N - \phi_{sfc}^N) \right] \quad (5.172)$$

となる。ここで、スカラー量は  $\phi$  で代表されている。また、地表面における風速は、

$$u_{sf_c}^N = 0 \quad (5.173)$$

である。

これらの式においては、 $z_0 = 0$  とすることで、記号、

$$d_k = \frac{1}{\rho_k} \frac{1}{z_k - z_{k-1}} \quad (5.174)$$

$$f_k = \rho_k^w K_{m_k} \frac{1}{z_{k+1}^\phi - z_k^\phi} \quad (5.175)$$

を定義することができる。 $K_{h_k}$  についても同じ  $f_k$  を用いて適宜読み替えればよい。すると、

$k = 1$  について、

$$\frac{u_1^n - u_1^{n-1}}{\Delta t} = d_1 [f_1(u_2^N - u_1^N) - C_w u_1^N] \quad (5.176)$$

$$\frac{\phi_1^n - \phi_1^{n-1}}{\Delta t} = d_1 [f_1(\phi_2^N - \phi_1^N) - C_\phi(\phi_1^N - \phi_{sf_c}^N)] \quad (5.177)$$

$k \geq 2$  について、

$$\frac{u_k^n - u_k^{n-1}}{\Delta t} = d_k [f_k(u_{k+1}^N - u_k^N) - f_{k-1}(u_k^N - u_{k-1}^N)] \quad (5.178)$$

$$\frac{\phi_k^n - \phi_k^{n-1}}{\Delta t} = d_k [f_k(\phi_{k+1}^N - \phi_k^N) - f_{k-1}(\phi_k^N - \phi_{k-1}^N)] \quad (5.179)$$

$k = m - 1$  について、

$$\frac{u_{m-1}^n - u_{m-1}^{n-1}}{\Delta t} = d_{m-1} [f_{m-1}(u_m^{n-1} - u_{m-1}^N) - f_{m-2}(u_{m-1}^N - u_{m-2}^N)] \quad (5.180)$$

$$\frac{\phi_{m-1}^n - \phi_{m-1}^{n-1}}{\Delta t} = d_{m-1} [f_{m-1}(\phi_m^{n-1} - \phi_{m-1}^N) - f_{m-2}(\phi_{m-1}^N - \phi_{m-2}^N)] \quad (5.181)$$

となる。ここで、 $k = m - 1$  のときの  $u_m^{n-1}$  と  $\phi_m^{n-1}$  は境界条件として与えられるので、このプロセスでは不変である。これらについて、 $N = n - 1$  のときは陽解法で解いて時間変化率を、 $N = n$  のときは陰解法で解いて積分値を得る。

さて、陰解法を用いる場合には、連立方程式を解かなければならない。そこで、

$$a_k = -d_k f_{k-1} \Delta t \quad (5.182)$$

$$b_k = -d_k f_k \Delta t \quad (5.183)$$

とおくと、離散化方程式は、全ての変数を  $\psi$  で代表して、

$$\begin{aligned} \psi_1^n &= \psi_1^{n-1} + d_1 C_\psi \Delta t (\psi_{sfc}^n - \psi_1^n) + b_1 (\psi_1^n - \psi_2^n) \\ \psi_2^n &= \psi_2^{n-1} + a_2 (\psi_2^n - \psi_1^n) + b_2 (\psi_2^n - \psi_3^n) \\ &\dots\dots\dots \\ \psi_k^n &= \psi_k^{n-1} + a_k (\psi_k^n - \psi_{k-1}^n) + b_k (\psi_k^n - \psi_{k+1}^n) \\ &\dots\dots\dots \\ \psi_{m-1}^n &= \psi_{m-1}^{n-1} + a_{m-1} (\psi_{m-1}^n - \psi_{m-2}^n) + b_{m-1} (\psi_{m-1}^n - \psi_m^n) \end{aligned} \quad (5.184)$$

ように書き改められる。この連立方程式は、行列を用いて、

$$\begin{pmatrix} \psi_1^n \\ \psi_2^n \\ \vdots \\ \psi_k^n \\ \vdots \\ \psi_{m-1}^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1^{n-1} + d_1 C_\psi \psi_{sfc}^n \Delta t \\ \psi_2^{n-1} \\ \vdots \\ \psi_k^{n-1} \\ \vdots \\ \psi_{m-1}^{n-1} - b_{m-1} \psi_m^n \end{pmatrix} \quad (5.185)$$

$$+ \begin{pmatrix} b'_1 & -b_1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ -a_2 & a_2 + b_2 & -b_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & -a_k & a_k + b_k & -b_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -a_{m-1} & a_{m-1} + b_{m-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^n \\ \psi_2^n \\ \vdots \\ \psi_k^n \\ \vdots \\ \psi_{m-1}^n \end{pmatrix}$$

と表わすことができ、さらに簡単に、

$$\Psi^n = \mathbf{F} + \mathbf{A}\Psi^n \quad (5.186)$$

と書ける。なお、ここで、

$$b'_1 = b_1 - d_1 C_\psi \Delta t \quad (5.187)$$

である。結局、 $(m-1) \times (m-1)$  の単位行列  $I$  を用いて  $\Psi^n$  の項を移行すれば、

$$(I - A)\Psi^n = F \quad (5.188)$$

となり、これはガウスの消去法で簡単に解くことができる（具体的な解法の説明は、節 6.1.3 にある）。

### 5.2.5 地温

地面温度は、 $m$  層のモデルを用いて計算される。まず、図 5.3 に、地温の計算の模式図を示す。

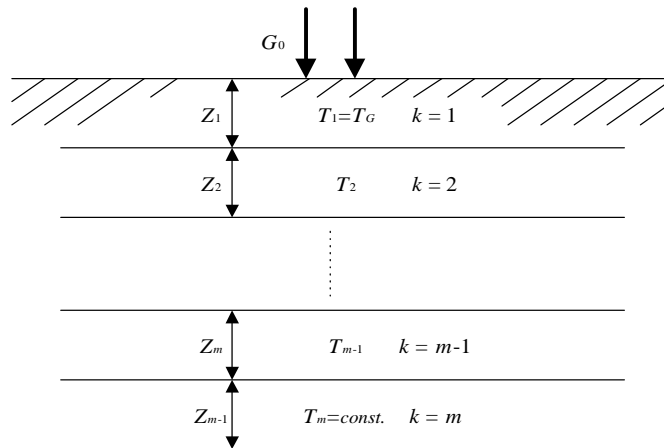


図 5.3. 地温の計算に用いる地中の設定。

次に、この  $m$  層のモデルの地温の時間発展方程式系は、以下のとおりである。

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial t} &= \frac{G_0}{\rho_G C_G \Delta Z_1} + \frac{2\nu_G}{\Delta Z_1(\Delta Z_2 + \Delta Z_1)}(T_2 - T_1) \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} &= -\frac{2\nu_G}{\Delta Z_2(\Delta Z_2 + \Delta Z_1)}(T_2 - T_1) + \frac{2\nu_G}{\Delta Z_2(\Delta Z_3 + \Delta Z_2)}(T_3 - T_2) \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial T_k}{\partial t} &= -\frac{2\nu_G(T_k - T_{k-1})}{\Delta Z_k(\Delta Z_k + \Delta Z_{k-1})} + \frac{2\nu_G(T_{k+1} - T_k)}{\Delta Z_k(\Delta Z_{k+1} + \Delta Z_k)} \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial T_{m-1}}{\partial t} &= -\frac{2\nu_G(T_{m-1} - T_{m-2})}{\Delta Z_{m-1}(\Delta Z_{m-1} + \Delta Z_{m-2})} + \frac{2\nu_G(T_m - T_{m-1})}{\Delta Z_{m-1}(\Delta Z_m + \Delta Z_{m-1})} \end{aligned} \quad (5.189)$$

なお、第  $m$  層の温度  $T_m$  は計算期間中は一定とする。また、単位体積当たり地面の熱容量  $\rho_G C_G$  と熱拡散係数  $\nu_G$  は、

$$\rho_G C_G = 2.3 \times 10^6 \quad [\text{Jm}^{-3}\text{K}^{-1}] \quad (5.190)$$

$$\nu_G = 7.0 \times 10^{-7} \quad [\text{m}^2\text{s}^{-1}] \quad (5.191)$$

のように与えられる。

さて、(5.189)において、地中第1層目 ( $k=1$ ) に現れる  $G_0$  は地面に向かう熱フラックスで、正味放射  $R_{net}$ 、顕熱  $H_S$ 、潜熱  ${}_lE$  の総和、

$$G_0 = R_{net} - H_S - {}_lE \quad (5.192)$$

であり、それぞれ、

$$R_{net} = RS^\downarrow + L^\downarrow - L^\uparrow \quad (5.193)$$

$$H_S = -C_p C_\theta (T_a - T_G) \quad (5.194)$$

$${}_lE = -\mathcal{L}_v C_{qv} \beta [q_{va} - q_{vs}(T_G)] \quad (5.195)$$

のように与えられる。ここで、正味放射  $R_{net}$  の最後の項は正味の上向長波長放射で、 $T_1 = T_G$  であり、

$$L^\uparrow = \varepsilon_G \sigma T_G^4 \quad (5.196)$$

と与えられる。また、潜熱  ${}_lE$  の式に現れる  $\beta$  は蒸発散係数で積分期間中一定とする。このように、放射過程は地表面の熱バランスの計算のみに用いられる。

地面温度の時間積分には陰解法 (implicit scheme) が用いられる。地温の時間発展方程式 (5.189) を離散化するために、まず、

$k = 1 \sim m - 1$  について、

$$a_1 = 0 \quad (5.197)$$

$$a_k = -\Delta t \frac{2\nu_G}{\Delta z_k (\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \quad (5.198)$$

$$b_k = -\Delta t \frac{2\nu_G}{\Delta z_k (\Delta z_{k+1} + \Delta z_k)} \quad (5.199)$$



とする。すると、(5.189) は、次のように離散化される。

$$\begin{aligned}
 T_1^n &= T_1^{n-1} + \frac{\Delta t G_0}{\rho_G C_G \Delta Z_1} + b_1(T_1^n - T_2^n) \\
 T_2^n &= T_2^{n-1} + a_2(T_2^n - T_1^n) + b_2(T_2^n - T_3^n) \\
 &\dots\dots\dots \\
 T_k^n &= T_k^{n-1} + a_k(T_k^n - T_{k-1}^n) + b_k(T_k^n - T_{k+1}^n) \\
 &\dots\dots\dots \\
 T_{m-1}^n &= T_{m-1}^{n-1} + a_{m-1}(T_{m-1}^n - T_{m-2}^n) + b_{m-1}(T_{m-1}^n - T_m^n)
 \end{aligned} \tag{5.200}$$

この連立方程式は、行列を用いて、

$$\begin{pmatrix} T_1^n \\ T_2^n \\ \vdots \\ T_k^n \\ \vdots \\ T_{m-1}^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1^{n-1} + \frac{\Delta t G_0}{\rho_G C_G \Delta Z_1} \\ T_2^{n-1} \\ \vdots \\ T_k^{n-1} \\ \vdots \\ T_{m-1}^{n-1} - b_{m-1} T_m^n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & -b_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -a_2 & a_2 + b_2 & -b_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & -a_k & a_k + b_k & -b_k & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & -a_{m-1} & a_{m-1} + b_{m-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1^n \\ T_2^n \\ \vdots \\ T_k^n \\ \vdots \\ T_{m-1}^n \end{pmatrix} \tag{5.201}$$

と表わすことができるので、地表面フラックスの鉛直拡散方程式の場合と全く同様にして、時刻  $n$  の全ての層の地温が求められる。



## 第6章

# 数値計算法

一般に、雲を解像するモデルは、大気の運動方程式、熱力学方程式から導かれる温位の式、連続の式と状態方程式から導かれる気圧の式を、水蒸気および水物質の方程式と連立して、適当な初期値・境界値のもとに時間積分するものである。

*CReSS* についても2章「基本方程式の定式化」に示した、運動方程式、温位偏差および気圧偏差の方程式、水蒸気および水物質の方程式を、空間と時間について、有限差分法を用いて数値積分している。これらの方程式系をどのように離散化し数値積分するかについてはこれまで多くの研究があり、様々な計算法が開発されてきている。

ここでは、*CReSS* で用いられている数値計算法について、格子点の構造、離散化の方法、時間積分の方法などを説明する。

## 6.1 基礎方程式系の離散化

### 6.1.1 数値解法の概要

雲を解像するモデルの解法には、従属変数の選択から始まり、時間積分の方法まで様々なものがあるが、*CReSS* で用いられている数値解法の概要を以下にまとめる。

- 基本方程式は、運動方程式、温位偏差の式、気温偏差の式、水蒸気および水物質の式である。
- 従属変数は、速度の 3 成分  $u, v, w$ 、温位偏差  $\theta'$ 、気圧偏差  $p'$ 、水蒸気混合比および水物質に関する量（混合比や数密度など）である。
- 地形を取り入れるため、地形に沿う曲線座標系で定式化された基本方程式を用いている。
- 従属変数の空間微分は差分法を用いており、水平には Arakawa C タイプ、鉛直には Lorenz タイプのスタッガードの格子配置を用いている。
- 圧縮方程式系を用いるので、音波が解として含まれる。このため時間積分には音波に関する項を短い時間間隔  $\Delta\tau$  で、それ以外の項を長い時間間隔  $\Delta t$  で時間積分するモード別時間分割法を用いている。
- 長い時間間隔の時間積分は、リーブフログスキームに Asselin のタイムフィルターを併用している。
- 短い時間間隔の時間積分は、陽解法の forward-backward スキーム、または、鉛直についてのみ陰解法の Crank-Nicolson スキームを用いる。
- 短い時間間隔の陽解法においては発散項を加えることで音波を抑えている。

本章においては、地図係数が含まれない基礎方程式系の数値解法について述べる。このとき、地形に沿う座標系の場合には  $\xi = x, \eta = y$  であるので、以下、本章では  $\xi, \eta$  を  $x, y$  と表記する。なお、地図係数  $m$  はスカラー量と同じ格子点に定義される（次節参照）。数値解法において現れる平均化・微分操作などは、それらスカラー量の操作法で十分理解できる。

### 6.1.2 モデル格子と変数の配置

*CReSS* では空間の表現を格子点法を用いているので、空間微分は差分法を用いて表現される。ここでは *CReSS* で用いられるモデル格子の構造と、変数の配置についてまとめる。

格子点の構造と変数などの配置は、図 6.1 に示されているように、水平・鉛直ともにスタッガード<sup>1</sup>に配置されており、水平方向の配置は Arakawa C グリッドを、鉛直には Lorenz グリッドを用いている。この場合、すべてのスカラー量（気圧偏差、温位偏差、水蒸気混合比、および雲・降水の物理量）は格子ボックスの中心に配置される<sup>2</sup>。また、ベクトル量（ $x, y, z$  方向の速度成分  $u, v, w$ ）は中心から半格子ずれて配置されるが、水平成分  $u, v$  は、鉛直方向にはスカラーと同じレベルで、 $u$  を  $x$  方向に半格子、 $v$  を  $y$  方向に半格子ずらしてボックス側面に配置する。鉛直成分  $w$  は、水平方向にはスカラーと同じ位置に、鉛直方向には半格子ずらして、ボックスの下面と上面に配置される。

<sup>1</sup>スタッガード (staggered) というのは、幅などを互い違いにする、ずらすなどの意味で、スタッガード格子というのは「食い違い格子」などと訳されたりすることがある。しかしながら、「スタッガード格子（または、スタガード格子）」というのが日本語として定着しているので、その方が一般的である。スタッガード格子というのはモデル変数をずらして互い違いに配置する方法で、その配置の方法には様々なものがある。

<sup>2</sup>Lorenz grid では温位（温度）と気圧が同じレベルに配置されるが、Charney Phillips grid では温位（温度）が、鉛直方向に半格子ずれて、鉛直速度と同じ位置に配置される。この点がこれらの格子配置の異なる点である。

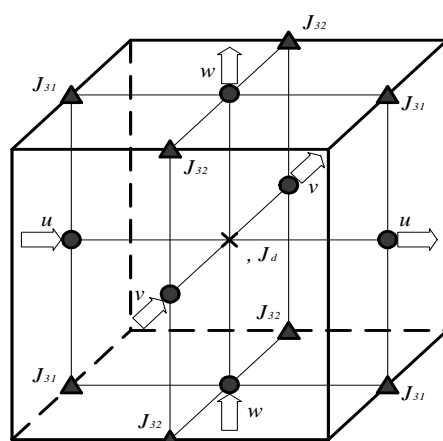
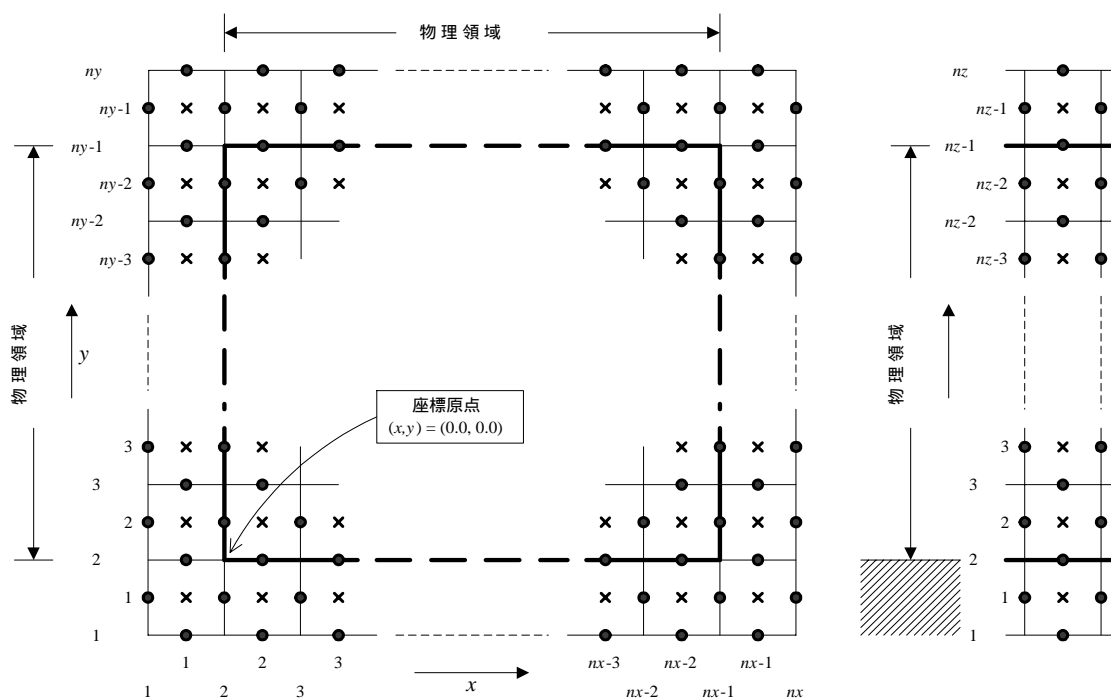


図 6.1. ある格子における変数の配置図。

さらに、*CReSS* では地形に沿う座標系を用いているので、座標変換に伴うヤコビアン  $G^{\frac{1}{2}}$  と座標変換の計量テンソルの成分のうちゼロまたは1でないもの、つまり、 $J_{31}, J_{32}, J_d (= G^{\frac{1}{2}})$  については、 $G^{\frac{1}{2}} (= J_d)$  はスカラー点で、 $J_{31}$  はスカラー点から  $x$  方向に半格子ずれた  $u$  の定義点からさらに  $z$  方向に半格子ずれた位置で、 $J_{32}$  はスカラー点から  $y$  方向に半格子ずれた  $v$  の定義点からさらに  $z$  方向に半格子ずれた位置で評価される。

図 6.2. 全計算領域における変数の配置図 (  $\cdot$  は速度の定義点、 $\times$  はスカラー量の定義点を表す )。

座標  $x, y, \zeta$  についても、スタッガードに配置されており、その配置は図 6.1 に示されているとおりである。これらはベクトル量の位置に対応している。物理領域は、図 6.2 に示されるとおり、外縁 1 格子を除いた太線内の領域である。このため、2次元の計算の場合には、次元のない方向に 4 格子取らなければならない。

### 6.1.3 有限差分法による基本方程式の離散化

一般に、雲を解像するようなモデルの基本方程式は近似のない弾性系の方程式を用いるので、大気中に存在するすべての波を表現する。大気中の波は、位相速度または振動数で大別すると、音波、内部重力波、およびロスビー波に分けられ、波の位相速度はこの順に小さくなる。音波は気象学的に通常は興味のない波であるが、最も早い位相速度を持っている。雲およびメソ気象に関わるものとして内部重力波とロスビー波が重要であるが<sup>3</sup>、弾性系のモデルでは音波が含まれるため、これについて特別の扱いをしなければならない。すなわち、一般の流体の数値積分と同様に気象のモデルにおいてもその時間積分をすべて陽解法で行なおうとすると、最も位相速度の早い音波の速度が CFL 条件を規定し、時間間隔が非常に小さくなってしまふ。しかしながら、気象学的に重要な内部重力波やロスビー波には関わる部分はそれに比べてはるかにゆっくり変化するので、もっと長い時間間隔で十分である。

この音波による時間間隔が小さくなる制約を回避するために、いくつかの数値計算の方法がある<sup>4</sup>。よく知られているものとして、

- HI-VI 法 音波に関する項を陰解法で解き、それ以外の項を陽解法で解く方法。これは、セミ・インプリシット法とよばれる<sup>5</sup>。
- HE-VE 法 音波に関する項とそれ以外の項を別の時間間隔で全て陽解法で解く方法。これは、モード別時間分割法とよばれ、Klemp and Wilhelmson (1978) 以来、しばしば用いられている。
- HE-VI 法 モード別時間分割法で、音波に関する項について鉛直方向にのみ陰解法で解く方法。

などがある。ここに現れた、モード別時間分割法概念図を図 6.3 に示す。

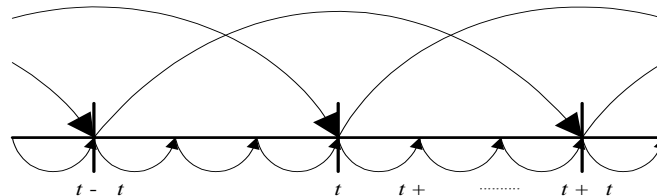


図 6.3. モード別時間分割法概念図。

さて、HI-VI 法では大規模な連立方程式を解く必要があるので、並列計算機を用いる場合、ノード間で大域的データ参照が起こる。CReSS では、並列計算機を主なプラットフォームとして想定しているので、後者の HE-VE 法または HE-VI 法を採用している。詳しくは第 7 章「並列プログラムの実装」で述べるが、これらの方法では物理空間とノードの配置が対応し、ノード間の通信が隣接するノードの側面のみとなるので大規模な並列化に適用しやすい。また、短い時間間隔で積分するのは音波に関する項（場合により、重力波モードもこれに含める）のみなので、計算の効率はそれほど悪くはない。

<sup>3</sup>メソ気象でも大規模なものや総観気象、およびプラネタリスケールの気象ではロスビー波程度の現象が対象となる。日々の天気を大きく支配するのはロスビー波スケールの大気擾乱で、通常用いられている予報モデルはこれを主な対象としている。

<sup>4</sup>数値モデルの基本方程式系そのものを、Ogura and Phillips (1962) による非弾性方程式系を用いれば、音波が含まれず時間間隔を重力波の位相速度で制限されるまで大きく取ることができる。この場合、気圧は運動方程式と連続の式から診断的に決まる。音波を除去できる利点がある一方、気圧の診断方程式が複雑になることや、密度変化が大きくなるところでは誤差が大きくなるなどの問題がある。

<sup>5</sup>本来、セミインプリシット法とは長い時間間隔を取れるモードとそれ以外のモードに分けて、前者を陽解法で後者を陰解法で解く方法で、たとえば気象庁の予報モデルは、重力波に関する項を陰解法で、それ以外をリーブフロッグスキームで解くというセミインプリシット法を用いている。

## 音波モードを含む物理量の離散化方法

ここからは、音波モードを含む物理量についての離散化方法を述べる。ここでは、重力波モードは長い時間間隔で評価されるものとし、その場合には、音波モードが含まれない温位と水蒸気混合比および水物質の混合比・数密度はすべて長い時間間隔で計算されることになるので、それらの物理量の離散化については考慮しない。

ここに *CReSS* で用いている基本方程式系を音波モードを含む物理量について改めて示してみる。以下に示す方程式系で、 $[rm]$  はロスビー波モード（回転成分）に関する項を、 $[gm]$  は重力波モード（発散成分）に関する項を、 $[am]$  は音波モードに関する項を、 $[physics]$  は物理過程の項を表している。

## 運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t} = & - \underbrace{\left( u^* \frac{\partial u}{\partial x} + v^* \frac{\partial u}{\partial y} + W^* \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right)}_{[rm]} \\ & - \underbrace{\left[ \frac{\partial}{\partial x} \{ J_d (p' - \alpha Div^*) \} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \{ J_{31} (p' - \alpha Div^*) \} \right]}_{[am]} + \underbrace{(f_s v^* - f_c w^*)}_{[rm]} + \underbrace{G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} u}_{[physics]} \end{aligned} \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^*}{\partial t} = & - \underbrace{\left( u^* \frac{\partial v}{\partial x} + v^* \frac{\partial v}{\partial y} + W^* \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right)}_{[rm]} \\ & - \underbrace{\left[ \frac{\partial}{\partial y} \{ J_d (p' - \alpha Div^*) \} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \{ J_{32} (p' - \alpha Div^*) \} \right]}_{[am]} - \underbrace{f_s u^*}_{[rm]} + \underbrace{G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} v}_{[physics]} \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w^*}{\partial t} = & - \underbrace{\left( u^* \frac{\partial w}{\partial x} + v^* \frac{\partial w}{\partial y} + W^* \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right)}_{[rm]} \\ & - \underbrace{\frac{\partial}{\partial \zeta} (p' - \alpha Div^*)}_{[am]} - \rho^* g \underbrace{\left( \frac{\theta'}{\theta} - \frac{p'}{\rho c_s^2} + \frac{q'_v}{\epsilon + \bar{q}_v} - \frac{q'_v + \sum q_x}{1 + \bar{q}_v} \right)}_{[gm]} + \underbrace{f_c u^*}_{[rm]} + \underbrace{G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} w}_{[physics]} \end{aligned} \quad (6.3)$$

## 気圧の方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} p'}{\partial t} = & - \underbrace{\left( G^{\frac{1}{2}} u \frac{\partial p'}{\partial x} + G^{\frac{1}{2}} v \frac{\partial p'}{\partial y} + G^{\frac{1}{2}} W \frac{\partial p'}{\partial \zeta} \right)}_{[rm]} + \underbrace{G^{\frac{1}{2}} \bar{\rho} g w}_{[am]} \\ & - \underbrace{\bar{\rho} c_s^2 \left( \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} u}{\partial x} + \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} v}{\partial y} + \frac{\partial G^{\frac{1}{2}} W}{\partial \zeta} \right)}_{[am]} + \underbrace{G^{\frac{1}{2}} \bar{\rho} c_s^2 \left( \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} - \frac{1}{Q} \frac{dQ}{dt} \right)}_{[am]} \end{aligned} \quad (6.4)$$

これらの方程式系を、図 6.1 に示した格子系について有限差分法を用いて離散化し、数値積分を行うのであるが、スタッガード格子を用いているので同じ位置の値を求めるために平均化の操作が必要である。そのための平均化オペレーターを、次のように定義する。任意の物理量  $\phi$  について、空間の  $x$  方向 ( $= x, y, \zeta$  方向) の平均化オペレーターを、側面から  $i$  番目の格子点を下つき添え字で表わして、

$$\overline{\phi}_i^x = \frac{1}{2} \left( \phi_{i-\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{1}{2}} \right) \quad (6.5)$$

のように、また、4 次の精度の中心差分に現れる 4 点の平均を、

$$\overline{\phi}_i^{2x} = \frac{1}{4} \left( \phi_{i-\frac{3}{2}} + \phi_{i-\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{3}{2}} \right) \quad (6.6)$$

のように定義する。平均化の添字が 2 つある場合、例えば  $x, z$  について示せば (ただし、 $x, z$  方向のそれぞれの格子点番号の添字を  $i, k$  とする) 次のようになる。

$$\overline{\phi}_{ik}^{xz} = \frac{1}{4} \left( \phi_{i-\frac{1}{2}, k-\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{1}{2}, k-\frac{1}{2}} + \phi_{i-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}} + \phi_{i+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}} \right) \quad (6.7)$$

さらに、微分オペレーターを定義する。ある方向  $x$  の格子間隔を  $\Delta x$  とすると、微分オペレーターは、平均化オペレーターと同様に側面から  $i$  番目の格子点を下つき添え字で表わして、以下のようにする。

$$(\partial_x \phi)_i = \frac{1}{\Delta x} \left( \phi_{i+\frac{\Delta x}{2}} - \phi_{i-\frac{\Delta x}{2}} \right) \quad (6.8)$$

$$(\partial_{2x} \phi)_i = \frac{1}{2\Delta x} \left( \phi_{i+\Delta x} - \phi_{i-\Delta x} \right) \quad (6.9)$$

これらを用いて、改めて数値計算で用いる従属変数を、次のように定義する。

$$\rho^* = \overline{\rho G^{\frac{1}{2}}} \quad (6.10)$$

$$u^* = \overline{\rho G^{\frac{1}{2}}^x} u \quad (6.11)$$

$$v^* = \overline{\rho G^{\frac{1}{2}}^y} v \quad (6.12)$$

$$w^* = \overline{\rho G^{\frac{1}{2}}^\zeta} w \quad (6.13)$$

$$W^* = \overline{\rho G^{\frac{1}{2}}^\zeta} W \quad (6.14)$$

ここで、密度  $\bar{\rho}$  と座標変換のヤコビアン  $G^{\frac{1}{2}}$  は同じスカラー点で定義されている。また、デカルト座標での鉛直速度  $w$  と地形に沿う座標系における鉛直速度 (反変速度)  $W$  は同じ点で定義され、

$$W = \frac{\left( \overline{u^\zeta J_{31}^x} + \overline{v^\zeta J_{32}^y} + w \right)}{\overline{G^{\frac{1}{2}}^\zeta}} \quad (6.15)$$

となる。



これらの表記を用いて、(6.1)~(6.4)を離散化し、 $u, v, w, p'$ について、音波に関して短い時間間隔  $\Delta\tau$  で積分する項を陽に書き、それ以外の、重力波とロスビー波に関係する部分および物理過程を  $F_\phi^t$  (ただし、 $\phi = u, v, w, p'$ ) に含めると、水平・鉛直ともに陽解法の場合は、

$$\overline{\rho^{*x}} \frac{u^{\tau+\Delta\tau} - u^\tau}{\Delta\tau} = - \left[ \partial_x (J_d P_\alpha) + \partial_\zeta \left( J_{31} \overline{P_\alpha^{\zeta x}} \right) \right]^\tau + F_u^t \quad (6.16)$$

$$\overline{\rho^{*y}} \frac{v^{\tau+\Delta\tau} - v^\tau}{\Delta\tau} = - \left[ \partial_y (J_d P_\alpha) + \partial_\zeta \left( J_{32} \overline{P_\alpha^{\zeta y}} \right) \right]^\tau + F_v^t \quad (6.17)$$

$$\overline{\rho^{*\zeta}} \frac{w^{\tau+\Delta\tau} - w^\tau}{\Delta\tau} = - [\partial_\zeta P_\alpha]^\tau - \left[ g G^{\frac{1}{2}} \frac{p'}{c_s^2} \right]^\tau + F_w^t \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} \overline{G^{\frac{1}{2}\zeta}} \frac{p'^{\tau+\Delta\tau} - p'^\tau}{\Delta\tau} &= -\bar{\rho} c_s^2 \left[ \partial_x \left( \overline{G^{\frac{1}{2}x}} u \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{31} w^{\zeta x}} \right) + \partial_y \left( \overline{G^{\frac{1}{2}y}} v \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{32} v^{\zeta y}} \right) + \partial_\zeta w \right]^{\tau+\Delta\tau} \\ &\quad + g \rho^* [\overline{w^\zeta}]^{\tau+\Delta\tau} + F_p^t \end{aligned} \quad (6.19)$$

のように与えられる。ここで、

$$P_\alpha = p' - \alpha \text{Div}^* \quad (6.20)$$

ただし、

$$\text{Div}^* = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} (\partial_x u^* + \partial_y v^* + \partial_\zeta W^*) \quad (6.21)$$

である。また、 $\alpha$  は音波を抑えるために取り入れた発散項にかかる減衰係数である。(6.16) と (6.17) の右辺第1項、および、(6.18)の右辺第2項が気圧傾度力、(6.18)の右辺第1項と第3項が発散減衰項と気圧偏差による浮力項、(6.19)の右辺第1項が発散項、第2項が鉛直移流項である。

音波について陽解法で解かれる場合、(6.16)~(6.18)により、 $\Delta\tau$  だけ  $u, v, w$  が前進差分で計算され、次に、更新された速度を用いて気圧偏差  $p'$  が (6.19) により、 $\Delta\tau$  だけ後退差分で計算される。この短い時間間隔の積分は  $2\Delta t (= n\Delta\tau)$  について行なわれ、この間は  $F_\phi^t$  は一定として計算される。

音波項について、ほとんどの非静力学モデルでは、このような水平・鉛直ともに陽解法で解く方法は用いられていない。大抵は、水平・鉛直ともに陰解法 (HI-VI)、または、水平には陽解法、鉛直には陰解法 (HE-VI) となっている場合が多い。鉛直方向のみ陰的に解く方法については次に述べるが、対象とする計算が水平と鉛直の格子解像度が同じ程度になる場合は、当然ながら限界の時間間隔も水平・鉛直方向ともほぼ同じになるので、鉛直を陰解法で解く必要性は必ずしもない。さらに、重力波モードを短い時間間隔に含めるか長い時間間隔に含めるかによっても計算方法が異なるが、これについても後述する。

音波について鉛直陰解法の場合は、鉛直流  $w$  と気圧偏差  $p'$  の式 (6.18) と (6.19) が、重み  $\beta$  をつけて  $w, p'$  について時刻  $\tau$  と  $\tau + \Delta\tau$  の平均をしたものに置き換えられる。それらは次のようになる。

$$\begin{aligned} \overline{\rho^*}^\zeta \frac{w^{\tau+\Delta\tau} - w^\tau}{\Delta\tau} &= [\partial_\zeta(\alpha Div^*)]^\tau - \left[ \beta (\partial_\zeta p')^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) (\partial_\zeta p')^\tau \right] \\ &\quad - \left[ \beta \left( \overline{gG^{\frac{1}{2}} \frac{p'}{c_s^2}} \right)^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) \left( \overline{gG^{\frac{1}{2}} \frac{p'}{c_s^2}} \right)^\tau \right] + F_w^t \end{aligned} \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} \overline{G^{\frac{1}{2}}}^\zeta \frac{p'^{\tau+\Delta\tau} - p'^\tau}{\Delta\tau} &= -\bar{\rho}c_s^2 \left[ \partial_x \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} u} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{31} \bar{w}^\zeta} \right) + \partial_y \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} v} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{32} \bar{v}^\zeta} \right) \right]^{\tau+\Delta\tau} \\ &\quad - \bar{\rho}c_s^2 \left[ \beta (\partial_\zeta w)^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) (\partial_\zeta w)^\tau \right] \\ &\quad + g\rho^* \left[ \beta (\bar{w}^\zeta)^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) (\bar{w}^\zeta)^\tau \right] + F_p^t \end{aligned} \quad (6.23)$$

なお、これらの式で、 $w$  の式 (6.22) で  $\beta = 0$  かつ  $p'$  の式 (6.23) で  $\beta = 1$  とすると、それぞれ (6.18) と (6.19) の式に帰着する。 $\beta \neq 0$  の場合、(6.22) と (6.23) は、 $w^{\tau+\Delta\tau}, p'^{\tau+\Delta\tau}$  についての連立方程式となり、Crank-Nicolson スキームにより鉛直についてインプリシットに解かれる。

鉛直陰解法の場合、まず、(6.16) と (6.17) の前進差分が計算され、 $u, v$  については  $\tau + \Delta\tau$  の時刻の値が求められる。 $w$  と  $p$  については、(6.22) と (6.23) から  $p'^{\tau+\Delta\tau}$  を消去して、

$$\begin{aligned} \overline{\rho^*}^\zeta \frac{w^{\tau+\Delta\tau} - w^\tau}{\Delta\tau} &= -\Delta\tau\beta^2\partial_\zeta \left( \frac{g\rho^*}{G^{\frac{1}{2}}} \bar{w}^\zeta - \frac{\bar{\rho}c_s^2}{G^{\frac{1}{2}}} \partial_\zeta w \right)^{\tau+\Delta\tau} \\ &\quad - \Delta\tau\beta^2g \left( \frac{g\rho^*}{c_s^2} \bar{w}^\zeta - \bar{\rho}\partial_\zeta w^\zeta \right)^{\tau+\Delta\tau} + F_w' \end{aligned} \quad (6.24)$$

を得る。ここで、 $F_w'$  は  $F_p'$  を、

$$\begin{aligned} F_p' &= \frac{\Delta\tau}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ F_p^t + (1-\beta) (g\rho^* \bar{w}^\zeta - \bar{\rho}c_s^2 \partial_\zeta w)^\tau \right] \\ &\quad - \frac{\Delta\tau}{G^{\frac{1}{2}}} \bar{\rho}c_s^2 \left[ \partial_x \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} u} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{31} \bar{w}^\zeta} \right) + \partial_y \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} v} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{32} \bar{v}^\zeta} \right) \right]^{\tau+\Delta\tau} \end{aligned} \quad (6.25)$$

として、

$$F_w' = -[\partial_\zeta P_\alpha]^\tau - \left[ \overline{gG^{\frac{1}{2}} \frac{p'}{c_s^2}} \right]^\tau - \beta \left[ \frac{gG^{\frac{1}{2}} F_p'}{c_s^2} + \partial_\zeta F_p' \right] + F_w^t \quad (6.26)$$

のように表わされる。

次に、(6.24) を鉛直方向に 2 次の精度で離散化して、未知の  $w^{\tau+\Delta\tau}$  について整理すると、

$$A_k w_{k-1}^{\tau+\Delta\tau} + B_k w_k^{\tau+\Delta\tau} + C_k w_{k+1}^{\tau+\Delta\tau} = F_k \quad (6.27)$$

のように、係数が 3 重対角行列となる連立方程式が得られる。これは、例えば次のような適当な上・下端の境界条件が与えられれば、直説法で簡単に解くことができる。

$$w = 0 \quad k = nz - 1 \quad (6.28)$$

$$w = u \frac{\partial z_{sfc}}{\partial x} + v \frac{\partial z_{sfc}}{\partial y} \quad k = 2 \quad (6.29)$$

ここで、 $A_k, B_k, C_k, F_k$  は、時刻  $\tau$  で求められる既知量であり、境界条件 (6.28),(6.29) の下で、それぞれ、

$$A_k = \begin{cases} 0 & k = 3 \\ \left( -Q_k c_{s_{k-1}}^2 + P_k G_{k-1}^{\frac{1}{2}} \right) (\mathcal{R}_{k-1} + \mathcal{S}_{k-1}), & 4 \leq k \leq nz - 2 \end{cases} \quad (6.30)$$

$$B_k = 1 + Q_k \{ (\mathcal{R}_k + \mathcal{S}_k) c_{s_k}^2 - (\mathcal{R}_{k-1} - \mathcal{S}_{k-1}) c_{s_{k-1}}^2 \} \\ + P_k \{ (\mathcal{R}_k + \mathcal{S}_k) G_k^{\frac{1}{2}} - (\mathcal{R}_{k-1} - \mathcal{S}_{k-1}) G_{k-1}^{\frac{1}{2}} \}, \quad 3 \leq k \leq nz - 2 \quad (6.31)$$

$$C_k = \begin{cases} \left( Q_k c_{s_k}^2 + P_k G_k^{\frac{1}{2}} \right) (\mathcal{R}_k + \mathcal{S}_k), & 3 \leq k \leq nz - 3 \\ 0, & k = nz - 2 \end{cases} \quad (6.32)$$

$$F_k = \begin{cases} F'_{w_k} + w_k^{\tau} + \bar{u}_k^{\zeta} (\partial_x z_{sfc})_k + \bar{v}_k^{\zeta} (\partial_y z_{sfc})_k, & k = 3 \\ F'_{w_k} + w_k^{\tau}, & 4 \leq k \leq nz - 2 \end{cases} \quad (6.33)$$

のように与えられる。なお、

$$P_k = \frac{\Delta\tau^2 \beta^2 g}{2\rho_k^* \zeta}, \quad Q_k = \frac{\Delta\tau^2 \beta^2}{\Delta\zeta_k \rho_k^* \zeta}, \quad \mathcal{R}_k = \frac{g\rho_k^*}{2G_k^{\frac{1}{2}} c_{s_k}^2}, \quad \mathcal{S}_k = \frac{\rho_k^*}{\Delta\zeta_k G_k} \quad (6.34)$$

である。

この連立方程式 (6.27) を、 $w_k^{\tau+\Delta\tau}$  を  $w_k$  に置き換えて行列表記すると、次のようになる。

$$\begin{pmatrix} B_3 & C_3 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ A_4 & B_4 & C_4 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & A_k & B_k & C_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & A_{nz-2} & B_{nz-2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_3 \\ w_4 \\ \vdots \\ w_k \\ \vdots \\ w_{nz-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_3 \\ F_4 \\ \vdots \\ F_k \\ \vdots \\ F_{nz-2} \end{pmatrix} \quad (6.35)$$

これを解くには、ガウスの消去法により前進消去・後退代入を実行すればよい。まず、前進消去を実行する。(6.35) の第 1 行目を  $B_3$  で除すと、

$$\begin{pmatrix} 1 & c_3 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ A_4 & B_4 & C_4 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & A_k & B_k & C_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & A_{nz-2} & B_{nz-2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_3 \\ w_4 \\ \vdots \\ w_k \\ \vdots \\ w_{nz-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_3 \\ F_4 \\ \vdots \\ F_k \\ \vdots \\ F_{nz-2} \end{pmatrix} \quad (6.36)$$

となる。ここで、 $c_3 = C_3/B_3$ 、 $f_3 = F_3/B_3$  である。次に、第 2 行目から第 1 行目に  $A_4$  を乗したものを引き対角成分を規格化すると、

$$\begin{pmatrix} 1 & c_3 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & c_4 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & A_k & B_k & C_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & A_{nz-2} & B_{nz-2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_3 \\ w_4 \\ \vdots \\ w_k \\ \vdots \\ w_{nz-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ F_k \\ \vdots \\ F_{nz-2} \end{pmatrix} \quad (6.37)$$

となる。ここで、 $c_4 = C_4/(B_4 - A_4c_3)$ 、 $f_4 = (F_4 - A_4f_3)/(B_4 - A_4c_3)$  である。以下、全く同様に、 $c_k = C_k/(B_k - A_kc_{k-1})$ 、 $f_k = (F_k - A_kf_{k-1})/(B_k - A_kc_{k-1})$  なる表記を用いて、

$$\begin{pmatrix} 1 & c_3 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & c_4 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & c_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_3 \\ w_4 \\ \vdots \\ w_k \\ \vdots \\ w_{nz-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_3 \\ f_4 \\ \vdots \\ f_k \\ \vdots \\ f_{nz-2} \end{pmatrix} \quad (6.38)$$

が得られる。最後に、以下の後退代入を  $k = nz - 2, nz - 3, \dots, 4$  の順に実行することにより、全ての  $k$  に対する解を求めることができる。

$$\begin{aligned}
 w_{nz-2} &= f_{nz-2} \\
 w_{nz-3} &= f_{nz-3} - c_{nz-3}w_{nz-2} \\
 &\vdots \\
 w_k &= f_k - c_k w_{k+1} \\
 &\vdots \\
 w_4 &= f_4 - c_4 w_5 \\
 w_3 &= f_3 - c_3 w_4
 \end{aligned} \tag{6.39}$$

さて、長い時間間隔  $t$  で計算される項  $F_\phi^t$  は、次のように表される。

$$F_u^t = -[\text{Adv}.u]^t + \left[ \overline{\rho^* f_s \bar{v}^y}^x - \overline{\rho^* f_c \bar{w}^\zeta}^x \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.u \right]^{t-\Delta t} \tag{6.40}$$

$$F_v^t = -[\text{Adv}.v]^t - \left[ \overline{\rho^* f_s \bar{u}^x}^y \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.v \right]^{t-\Delta t} \tag{6.41}$$

$$F_w^t = -[\text{Adv}.w]^t + \left[ \overline{\rho^* (\text{Buoy}.\theta + \text{Buoy}.q)}^\zeta + \overline{\rho^* f_c \bar{u}^x}^\zeta \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.w \right]^{t-\Delta t} \tag{6.42}$$

$$F_p^t = -[\text{Adv}.p]^t \tag{6.43}$$

ここで、 $\text{Buoy}.\theta, \text{Buoy}.q$  は浮力項のうち温位偏差と水蒸気・水物質によるもので、

$$\text{Buoy}.\theta \equiv g \frac{\theta'}{\bar{\theta}} \tag{6.44}$$

$$\text{Buoy}.q \equiv g \left( \frac{q'_v}{\epsilon + \bar{q}_v} - \frac{q'_v + \sum q_x}{1 + \bar{q}_v} \right) \tag{6.45}$$

のように定義される。

移流項は、2次または4次の精度で計算され、時刻  $t$  において評価される。2次の精度の移流項は、

$$\text{Adv}.u = \overline{u^{*x}} \partial_x u + \overline{v^{*x}} \partial_y u + \overline{W^{*x}} \partial_\zeta u \tag{6.46}$$

$$\text{Adv}.v = \overline{u^{*y}} \partial_x v + \overline{v^{*y}} \partial_y v + \overline{W^{*y}} \partial_\zeta v \tag{6.47}$$

$$\text{Adv}.w = \overline{u^{*\zeta}} \partial_x w + \overline{v^{*\zeta}} \partial_y w + \overline{W^{*\zeta}} \partial_\zeta w \tag{6.48}$$

$$\text{Adv}.p = G^{\frac{1}{2}} \overline{u^{*x}} \partial_x p' + G^{\frac{1}{2}} \overline{v^{*y}} \partial_y p' + G^{\frac{1}{2}} \overline{W^{*\zeta}} \partial_\zeta p' \tag{6.49}$$

のように、4次の精度の移流項は、

$$\begin{aligned} \text{Adv.}u &= \frac{4}{3} \left[ \overline{u^{*x}} \partial_x u + \overline{v^{*y}} \partial_y u + \overline{W^{*\zeta}} \partial_\zeta u \right] \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[ \overline{u^{*2x}} \partial_{2x} u + \overline{v^{*2y}} \partial_{2y} u + \overline{W^{*2\zeta}} \partial_{2\zeta} u \right] \end{aligned} \quad (6.50)$$

$$\begin{aligned} \text{Adv.}v &= \frac{4}{3} \left[ \overline{u^{*y}} \partial_x v + \overline{v^{*y}} \partial_y v + \overline{W^{*y\zeta}} \partial_\zeta v \right] \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[ \overline{u^{*xy}} \partial_{2x} v + \overline{v^{*2y}} \partial_{2y} v + \overline{W^{*y\zeta}} \partial_{2\zeta} v \right] \end{aligned} \quad (6.51)$$

$$\begin{aligned} \text{Adv.}w &= \frac{4}{3} \left[ \overline{u^{*\zeta}} \partial_x w + \overline{v^{*\zeta}} \partial_y w + \overline{W^{*\zeta}} \partial_\zeta w \right] \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[ \overline{u^{*\zeta}} \partial_{2x} w + \overline{v^{*\zeta}} \partial_{2y} w + \overline{W^{*2\zeta}} \partial_{2\zeta} w \right] \end{aligned} \quad (6.52)$$

$$\begin{aligned} \text{Adv.}p &= \frac{4}{3} \left[ \overline{G^{\frac{1}{2}x}} u \partial_x p' + \overline{G^{\frac{1}{2}y}} v \partial_y p' + \overline{G^{\frac{1}{2}\zeta}} W \partial_\zeta p' \right] \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[ \overline{G^{\frac{1}{2}x}} u \partial_{2x} p' + \overline{G^{\frac{1}{2}y}} v \partial_{2y} p' + \overline{G^{\frac{1}{2}\zeta}} W \partial_{2\zeta} p' \right] \end{aligned} \quad (6.53)$$

のように離散化される。なお、このような中心差分による離散化では、計算不安定を発生するので次節6.2で詳述する人工的な粘性項が付加される。

乱流拡散項は圧力以外の変数に適用され、まず、(3.10) ~ (3.15) で表わされる変形速度テンソル  $S_{ij}$  を、

$$S_{11} = \frac{2}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \partial_x \left( \overline{J_d^x u} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{31} u^{\zeta x}} \right) \right] \quad (6.54)$$

$$S_{22} = \frac{2}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \partial_y \left( \overline{J_d^y v} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{32} v^{\zeta y}} \right) \right] \quad (6.55)$$

$$S_{33} = \frac{2}{G^{\frac{1}{2}}} \partial_\zeta w \quad (6.56)$$

$$S_{12} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \partial_y \left( \overline{J_d^x u} \right) + \partial_x \left( \overline{J_d^y v} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{J_{32} u^{\zeta y}} + \overline{J_{31} v^{\zeta x}} \right) \right] \quad (6.57)$$

$$S_{13} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \partial_x \left( \overline{J_d^\zeta w} \right) + \partial_\zeta \left( u + \overline{J_{31} w^{\zeta x}} \right) \right] \quad (6.58)$$

$$S_{23} = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \partial_y \left( \overline{J_d^\zeta w} \right) + \partial_\zeta \left( v + \overline{J_{32} w^{\zeta y}} \right) \right] \quad (6.59)$$

のように、(3.16) で表わされる発散項  $Div$  を、

$$Div = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \partial_x \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} u} \right) + \partial_y \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} v} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} W} \right) \right] \quad (6.60)$$

のように差分化し、これらを用いて、式 (3.9) で表わされる応力テンソル  $\tau_{ij}$  を、

$$\tau_{11} = \overline{\rho \nu_{\tau h}} \left( S_{11} - \frac{2}{3} Div \right) \quad (6.61)$$

$$\tau_{12} = \overline{\rho \nu_{\tau h}^{xy}} S_{12} \quad (6.62)$$

$$\tau_{13} = \overline{\rho \nu_{\tau v}^{x\zeta}} S_{13} \quad (6.63)$$

$$\tau_{21} = \overline{\rho \nu_{\tau h}^{yx}} S_{21} \quad (6.64)$$

$$\tau_{22} = \overline{\rho \nu_{\tau h}} \left( S_{22} - \frac{2}{3} Div \right) \quad (6.65)$$

$$\tau_{23} = \overline{\rho \nu_{\tau v}^{y\zeta}} S_{23} \quad (6.66)$$

$$\tau_{31} = \overline{\rho \nu_{\tau h}^{\zeta x}} S_{31} \quad (6.67)$$

$$\tau_{32} = \overline{\rho \nu_{\tau h}^{\zeta y}} S_{32} \quad (6.68)$$

$$\tau_{33} = \overline{\rho \nu_{\tau v}} \left( S_{33} - \frac{2}{3} Div \right) \quad (6.69)$$

のように差分化する。最終的に、乱流拡散項の差分表示は、

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} u = \partial_x (J_d \tau_{11}) + \partial_y \left( \overline{J_d^{xy}} \tau_{12} \right) + \partial_\zeta \left( \tau_{13} + J_{31} \overline{\tau_{11}^{x\zeta}} + \overline{J_{32}^x} \overline{\tau_{12}^{\zeta y}} \right) \quad (6.70)$$

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} v = \partial_x \left( \overline{J_d^{yx}} \tau_{21} \right) + \partial_y (J_d \tau_{22}) + \partial_\zeta \left( \tau_{23} + \overline{J_{31}^y} \overline{\tau_{21}^{\zeta x}} + J_{32} \overline{\tau_{22}^{y\zeta}} \right) \quad (6.71)$$

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} w = \partial_x \left( \overline{J_d^{\zeta x}} \tau_{31} \right) + \partial_y \left( \overline{J_d^{\zeta y}} \tau_{32} \right) + \partial_\zeta \left( \tau_{33} + \overline{J_{31}^{\zeta}} \overline{\tau_{31}^{\zeta x}} + \overline{J_{32}^{\zeta}} \overline{\tau_{32}^{\zeta y}} \right) \quad (6.72)$$

となる。

音波モードを含まない物理量の離散化方法

重力波モードを長い時間間隔で評価する場合、温位偏差と水蒸気および水物質の式は長い時間間隔のみで解かれる。水蒸気および水物質を  $x$  で表すと、これらは、

$$\rho^* \frac{\theta^{t+\Delta t} - \theta^{t-\Delta t}}{2\Delta t} = F_\theta^t \quad (6.73)$$

$$\rho^* \frac{q_x^{t+\Delta t} - q_x^{t-\Delta t}}{2\Delta t} = F_q^t \quad (6.74)$$

$$G^{\frac{1}{2}} \frac{N_x^{t+\Delta t} - N_x^{t-\Delta t}}{2\Delta t} = F_N^t \quad (6.75)$$

となる。ここで、

$$F_\theta^t = -[\text{Adv.}\theta]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.}\theta \right]^{t-\Delta t} + [\rho^* \text{Src.}\theta]^t - \left[ \overline{\rho^\zeta w \partial_\zeta \theta} \right]^t \quad (6.76)$$

$$F_q^t = -[\text{Adv.}q_x]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.}q_x \right]^{t-\Delta t} + [\rho^* \text{Src.}q_x]^t + [\rho^* \text{Fall.}q_x]^t \quad (6.77)$$

$$F_N^t = -\left[ \text{Adv.} \frac{N_x}{\rho^*} \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \frac{N_x}{\rho^*} \right]^{t-\Delta t} + \left[ \rho^* \text{Src.} \frac{N_x}{\rho^*} \right]^t + \left[ \rho^* \text{Fall.} \frac{N_x}{\rho^*} \right]^t \quad (6.78)$$

であり、温位偏差の式 (6.76) の右辺第4項は、基本場の温位の鉛直移流による重力波項である。

音波モードを含む物理量の場合と同様に、移流項は時刻  $t$  で評価され、2次の精度のスキームは、

$$\text{Adv.}\theta = \overline{u^* \partial_x \theta'}^x + \overline{v^* \partial_y \theta'}^y + \overline{W^* \partial_\zeta \theta'}^\zeta \quad (6.79)$$

$$\text{Adv.}q_x = \overline{u^* \partial_x q_x'}^x + \overline{v^* \partial_y q_x'}^y + \overline{W^* \partial_\zeta q_x'}^\zeta \quad (6.80)$$

$$\text{Adv.} \frac{N_x}{\rho^*} = \overline{u^* \partial_x \frac{N_x}{\rho^*}}^x + \overline{v^* \partial_y \frac{N_x}{\rho^*}}^y + \overline{W^* \partial_\zeta \frac{N_x}{\rho^*}}^\zeta \quad (6.81)$$

4次の精度の移流項は、

$$\begin{aligned} \text{Adv.}\theta &= \frac{4}{3} \left[ \overline{u^* \partial_x \theta'}^x + \overline{v^* \partial_y \theta'}^y + \overline{W^* \partial_\zeta \theta'}^\zeta \right] \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[ \overline{u^{*x} \partial_{2x} \theta'}^{2x} + \overline{v^{*y} \partial_{2y} \theta'}^{2y} + \overline{W^{*\zeta} \partial_{2\zeta} \theta'}^{2\zeta} \right] \end{aligned} \quad (6.82)$$

$$\begin{aligned} \text{Adv.}q_x &= \frac{4}{3} \left[ \overline{u^* \partial_x q_x'}^x + \overline{v^* \partial_y q_x'}^y + \overline{W^* \partial_\zeta q_x'}^\zeta \right] \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[ \overline{u^{*x} \partial_{2x} q_x'}^{2x} + \overline{v^{*y} \partial_{2y} q_x'}^{2y} + \overline{W^{*\zeta} \partial_{2\zeta} q_x'}^{2\zeta} \right] \end{aligned} \quad (6.83)$$



$$\text{Adv.} \frac{N_x}{\rho^*} = \frac{4}{3} \left[ \overline{u^* \partial_x \frac{N_x}{\rho^*}} + \overline{v^* \partial_y \frac{N_x}{\rho^*}} + \overline{W^* \partial_\zeta \frac{N_x}{\rho^*}} \right] - \frac{1}{3} \left[ \overline{u^{*2} \partial_{2x} \frac{N_x}{\rho^*}} + \overline{v^{*2} \partial_{2y} \frac{N_x}{\rho^*}} + \overline{W^{*2} \partial_{2\zeta} \frac{N_x}{\rho^*}} \right] \quad (6.84)$$

となり、乱流拡散項は、(3.18) ~ (3.20) で表わされるあるスカラー量  $\phi$  の乱流フラックス  $H_{\phi 1}, H_{\phi 2}, H_{\phi 3}$  を、

$$H_{\phi 1} = \left( \overline{\bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}}} \right)^x \left[ \partial_x (J_d \phi) + \partial_\zeta (J_{31} \bar{\phi}^{x\zeta}) \right] \quad (6.85)$$

$$H_{\phi 2} = \left( \overline{\bar{\rho} \nu_{Hh} \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}}} \right)^y \left[ \partial_y (J_d \phi) + \partial_\zeta (J_{32} \bar{\phi}^{y\zeta}) \right] \quad (6.86)$$

$$H_{\phi 3} = \left( \overline{\bar{\rho} \nu_{Hv} \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}}} \right)^\zeta \partial_\zeta \bar{\phi}^\zeta \quad (6.87)$$

と差分化し、最終的に、

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \theta = \partial_x (\bar{J}_d^x H_{\theta 1}) + \partial_y (\bar{J}_d^y H_{\theta 2}) + \partial_\zeta \left( H_{\theta 3} + \overline{J_{31} \bar{H}_{\theta 1}^{\zeta x}} + \overline{J_{32} \bar{H}_{\theta 2}^{\zeta y}} \right) \quad (6.88)$$

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} q_x = \partial_x (\bar{J}_d^x H_{q_x 1}) + \partial_y (\bar{J}_d^y H_{q_x 2}) + \partial_\zeta \left( H_{q_x 3} + \overline{J_{31} \bar{H}_{q_x 1}^{\zeta x}} + \overline{J_{32} \bar{H}_{q_x 2}^{\zeta y}} \right) \quad (6.89)$$

$$G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \frac{N_x}{\rho^*} = \partial_x (\bar{J}_d^x H_{N_x 1}) + \partial_y (\bar{J}_d^y H_{N_x 2}) + \partial_\zeta \left( H_{N_x 3} + \overline{J_{31} \bar{H}_{N_x 1}^{\zeta x}} + \overline{J_{32} \bar{H}_{N_x 2}^{\zeta y}} \right) \quad (6.90)$$

のようになる。

重力波モードを短い時間間隔に含める場合の離散化方法

重力波モードを短い時間間隔に含める場合、次の温位の方程式、

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t} = - \underbrace{\left( u^* \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v^* \frac{\partial \theta'}{\partial y} + W^* \frac{\partial \theta'}{\partial \zeta} \right)}_{[rm]} - \underbrace{\bar{\rho} w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \zeta}}_{[gm]} + \underbrace{G^{\frac{1}{2}} \text{Turb.} \theta}_{[physics]} + \underbrace{\rho^* \text{Src.} \theta}_{[physics]} \quad (6.91)$$

の右辺第2項が  $\Delta \tau$  で評価され、その時間積分は、

$$\rho^* \frac{\theta'^{\tau+\Delta\tau} - \theta'^\tau}{\Delta\tau} = - \left[ \overline{\bar{\rho}^\zeta w \partial_\zeta \bar{\theta}} \right]^\tau + F_\theta^t \quad (6.92)$$

のように表わされ、鉛直速度  $w$  についての時間積分も、(6.44) の温位  $\theta$  に関する浮力項が  $\Delta\tau$  で評価されるので、

$$\begin{aligned} \overline{\rho^*}^\zeta \frac{w^{\tau+\Delta\tau} - w^\tau}{\Delta\tau} = & [\partial_\zeta(\alpha Div^*)]^\tau + g \left[ \overline{\rho^* \frac{\theta'}{\theta}}^\zeta \right]^\tau - \left[ \beta (\partial_\zeta p')^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) (\partial_\zeta p')^\tau \right] \\ & - \left[ \beta \left( \overline{g G^{\frac{1}{2}} \frac{p'}{c_s^2}}^\zeta \right)^{\tau+\Delta\tau} + (1-\beta) \left( \overline{g G^{\frac{1}{2}} \frac{p'}{c_s^2}}^\zeta \right)^\tau \right] + F_w^t \end{aligned} \quad (6.93)$$

となる。また、それに伴い、長い時間間隔で計算される項が、

$$F_w^t = -[\text{Adv}.w]^t + \left[ \overline{\rho^* \text{Buoy}.q}^\zeta + \overline{\rho^* f_c \bar{u}^x}^\zeta \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.w \right]^{t-\Delta t} \quad (6.94)$$

$$F_\theta^t = -[\text{Adv}.\theta]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.\theta \right]^{t-\Delta t} + [\rho^* \text{Src}.\theta]^t \quad (6.95)$$

のように変更される。

#### 乱流運動エネルギーの離散化方法

1.5 次のクロージャーにおいては乱流運動エネルギーの時間発展方程式が用いられるが、これは長い時間間隔で、

$$\rho^* \frac{E^{t+\Delta t} - E^{t-\Delta t}}{2\Delta t} = F_E^t \quad (6.96)$$

のように解かれる。ここで、

$$\begin{aligned} F_E^t = & -[\text{Adv}.E]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}} \text{Turb}.E \right]^{t-\Delta t} \\ & + [\text{Buoy}.E]^{t-\Delta t} + \left[ \rho^* \left( \frac{1}{2} \nu_E Def^2 - \frac{2}{3} E Div \right) \right]^{t-\Delta t} - \left[ \rho^* \left( \frac{C_e}{l_h} E^{\frac{3}{2}} \right) \right]^{t-\Delta t} \end{aligned} \quad (6.97)$$

であり、右辺第3項の位置エネルギーと運動エネルギーの変換項  $\text{Buoy}.E$  は、

$$\text{Buoy}.E = \begin{cases} \overline{-g \bar{\rho} \nu_{Hv}}^\zeta \left( \overline{A}^\zeta \partial_\zeta \theta_e - \partial_\zeta q_{all} \right), & q_v \geq q_{vsw} \text{ or } q_c + q_i > 0 \\ \overline{-g \bar{\rho} \nu_{Hv}}^\zeta \left[ \left( \frac{1}{\theta} \right)^\zeta \partial_\zeta \theta + 0.61 \partial_\zeta q_v \right], & q_v < q_{vsw} \text{ or } q_c + q_i = 0 \end{cases} \quad (6.98)$$

第4項の  $Div$ ,  $Def$  はそれぞれ、

$$Div = \frac{1}{G^{\frac{1}{2}}} \left[ \partial_x \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} u} \right) + \partial_y \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} v} \right) + \partial_\zeta \left( \overline{G^{\frac{1}{2}} W} \right) \right] \quad (6.99)$$

$$Def^2 = \frac{1}{2} (S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2) + \left( \overline{S_{12}^{xy}} \right)^2 + \left( \overline{S_{13}^{x\zeta}} \right)^2 + \left( \overline{S_{23}^{y\zeta}} \right)^2 - \frac{2}{3} Div^2 \quad (6.100)$$

と離散化される。また、他の予報変数と同様に、移流項は時間  $t$  で評価され、2次精度のスキームが、

$$Adv.E = \overline{u^* \partial_x E^x} + \overline{v^* \partial_y E^y} + \overline{W^* \partial_\zeta E^\zeta} \quad (6.101)$$

$$(6.102)$$

のように、4次精度のスキームが、

$$Adv.E = \frac{4}{3} \left[ \overline{u^* \partial_x E^x} + \overline{v^* \partial_y E^y} + \overline{W^* \partial_\zeta E^\zeta} \right] - \frac{1}{3} \left[ \overline{u^{*x} \partial_{2x} E^{2x}} + \overline{v^{*y} \partial_{2y} E^{2y}} + \overline{W^{*\zeta} \partial_{2\zeta} E^{2\zeta}} \right] \quad (6.103)$$

のように与えられる。乱流拡散項も同様に、

$$G^{\frac{1}{2}} Turb.E = \partial_x \left( \overline{J_d^x H_{E1}} \right) + \partial_y \left( \overline{J_d^y H_{E2}} \right) + \partial_\zeta \left( H_{E3} + \overline{J_{31} H_{E1}^\zeta} + \overline{J_{32} H_{E2}^\zeta} \right) \quad (6.104)$$

のように与えられる。

#### 時間フィルター

長い時間間隔における時間積分は、リーブフロッグスキームを用いて行われる。この方法を用いると、奇数タイムステップと偶数タイムステップの間で解の分離が起こりやすい。そこで、その解の分離を抑えるために Asselin の時間フィルター (Asselin, 1972) を用いて、時間  $t + \Delta t$  の物理量が求められた後、時間  $t$  の物理量をフィルタリングする。

予報変数  $u, v, w, p'$  および  $\theta', q_x, N_x, E$  を  $\psi$  で代表すると、Asselin の時間フィルターは、

$$\overline{\psi^t} = \psi^t + \mu_a \left( \overline{\psi^{t-\Delta t}} - 2\psi^t + \psi^{t+\delta t} \right) \quad (6.105)$$

と表わされる。ここで、 $\mu_a$  はフィルターの係数で、 $\mu_a = 0.1$  が標準的な値である。

## 6.2 人工的な数値粘性項

### 6.2.1 数値粘性項の必要性

前節で、移流項は 2 次または 4 次の中心差分によって表現され、その場合には人工的な粘性項を付加しないと計算不安定を発生することを述べた。これは、以下に示す理由による。

さて、1 次元の線型波動方程式、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (c > 0) \quad (6.106)$$

を、次のような方法で離散化する。なお、ここでは半格子ずれた格子配置は考えていない。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{t+\Delta t} - u_i^t}{\Delta t}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+\Delta x}^t - u_{i-\Delta x}^t}{2\Delta x} \quad (6.107)$$

すると、式 (6.106) は、

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^t - \frac{c}{2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) (u_{i+\Delta x}^t - u_{i-\Delta x}^t) \quad (6.108)$$

となり、時刻  $t$  の値を用いて時刻  $t + \Delta t$  の値が求められる。しかし、この計算を実行するときに、CFL 条件を満たすように  $\Delta t, \Delta x$  の関係を決めたとしてもこの計算は破綻してしまう。

次に、他の離散化の方法として、安定に計算できる（計算精度が高いという意味ではない）1 次の風上差分を考える。この離散化を式 (6.106) に適用すると、

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^t - c \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) (u_i^t - u_{i-\Delta x}^t) \quad (6.109)$$

であるが、これを最初の離散化法の (6.108) を用いた形に変形してみると、

$$u_i^{t+\Delta t} = u_i^t - \frac{c}{2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) (u_{i+\Delta x}^t - u_{i-\Delta x}^t) + \frac{c}{2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) (u_{i+\Delta x}^t - 2u_i^t + u_{i-\Delta x}^t) \quad (6.110)$$

となる。付加されている項は空間の 2 階微分  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  の差分近似であり、拡散的に働く。この理由から 1 次の風上差分法は安定に計算ができるわけであるが、中心差分法においては、ここに現れた拡散項を人工的な数値粘性項として移流項に付加して計算を安定化させる。

### 6.2.2 2 次と 4 次の拡散項をもつ数値粘性

一般に偶数階の微分は拡散の作用をもつので、前節で説明した拡散項は 4 次、6 次...と微分の階数を上げていくことができる。ここでは、2 次の拡散項をもつ数値粘性と 4 次の拡散項をもつ数値粘性を説明する。

まず、2 次の数値粘性は、任意の物理量を  $\phi$  で代表して、

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\phi = \nu_{2h} \left[ \frac{\partial^2 (\bar{\rho}\phi)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\bar{\rho}\phi)}{\partial y^2} \right] + \nu_{2v} \frac{\partial^2 (\bar{\rho}\phi)}{\partial \zeta^2} \quad (6.111)$$

となる。なお、温位と水蒸気については、基準状態からの偏差 ( $\theta' = \theta - \bar{\theta}$ ,  $q'_v = q_v - \bar{q}_v$ ) を用いて計算される。ここで、 $\nu_{2h}, \nu_{2v}$  は粘性係数で、次のように定義される。

$$\nu_{2h} = \frac{\alpha_{2h} \Delta_h^2}{\Delta t} \quad (6.112)$$

$$\nu_{2v} = \frac{\alpha_{2v} \Delta_v^2}{\Delta t} \quad (6.113)$$

ただし、

$$\Delta_h = (\Delta x \Delta y)^{\frac{1}{2}} \quad (6.114)$$

$$\Delta_v = \Delta \zeta \quad (6.115)$$

であり、それぞれ計算領域の水平・鉛直方向の平均の格子間隔を表す。また、 $\alpha_{2h}, \alpha_{2v}$  は無次元量で、安定計算のためには、

$$\alpha_{2h} \leq \frac{1}{8}, \quad \alpha_{2v} \leq \frac{1}{8} \quad (6.116)$$

を満たさなければならない。こうして、この粘性項が圧力偏差以外の予報変数に適用される。

差分表示は、2 次の微分オペレーターを、

$$(\partial_x^2 \phi)_i = \frac{1}{\Delta x} (\phi_{i+\Delta x} - 2\phi_i + \phi_{i-\Delta x}) \quad (6.117)$$

と定義すれば、各予報変数に対して以下ようになる。

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.u = \nu_{2h} [\partial_x^2 (\bar{\rho}^x u) + \partial_y^2 (\bar{\rho}^x u)] + \nu_{2v} [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}^x u)] \quad (6.118)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.v = \nu_{2h} [\partial_x^2 (\bar{\rho}^y v) + \partial_y^2 (\bar{\rho}^y v)] + \nu_{2v} [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}^y v)] \quad (6.119)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.w = \nu_{2h} [\partial_x^2 (\bar{\rho}^\zeta w) + \partial_y^2 (\bar{\rho}^\zeta w)] + \nu_{2v} [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}^\zeta w)] \quad (6.120)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\theta = \nu_{2h} [\partial_x^2 (\bar{\rho}\theta') + \partial_y^2 (\bar{\rho}\theta')] + \nu_{2v} [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}\theta')] \quad (6.121)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.q_v = \nu_{2h} [\partial_x^2 (\bar{\rho}q'_v) + \partial_y^2 (\bar{\rho}q'_v)] + \nu_{2v} [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}q'_v)] \quad (6.122)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.q_x = \nu_{2h} [\partial_x^2 (\bar{\rho}q_x) + \partial_y^2 (\bar{\rho}q_x)] + \nu_{2v} [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}q_x)] \quad (6.123)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\frac{N_x}{\rho^*} = \nu_{2h} \left[ \partial_x^2 \left( \bar{\rho} \frac{N_x}{\rho^*} \right) + \partial_y^2 \left( \bar{\rho} \frac{N_x}{\rho^*} \right) \right] + \nu_{2v} \left[ \partial_\zeta^2 \left( \bar{\rho} \frac{N_x}{\rho^*} \right) \right] \quad (6.124)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.E = \nu_{2h} [\partial_x^2 (\bar{\rho}E) + \partial_y^2 (\bar{\rho}E)] + \nu_{2v} [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}E)] \quad (6.125)$$

次に、4次の数値粘性は、2次の場合と同様に変数名を  $\phi$  で代表して、温位と水蒸気については基準状態からの偏差として、

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\phi = -\nu_{4h} \left[ \frac{\partial^4 (\bar{\rho}\phi)}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 (\bar{\rho}\phi)}{\partial y^4} \right] - \nu_{4v} \frac{\partial^4 (\bar{\rho}\phi)}{\partial \zeta^4} \quad (6.126)$$

となる。ここで、 $\nu_{4h}, \nu_{4v}$  は粘性係数を表し、次のように定義される。

$$\nu_{4h} = \frac{\alpha_{4h} \Delta_h^4}{\Delta t} \quad (6.127)$$

$$\nu_{4v} = \frac{\alpha_{4v} \Delta_v^4}{\Delta t} \quad (6.128)$$

ただし、 $\alpha_{4h}, \alpha_{4v}$  は無次元量で、

$$\alpha_{4h} = 0.001, \quad \alpha_{4v} = 0.001 \quad (6.129)$$

が典型的によく用いられる。この粘性項も、2次の場合と同様に、圧力偏差以外の予報変数に適用される。

差分表示は、各予報変数に対して以下ようになる。

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.u = -\nu_{4h} [\partial_x^2 \{ \partial_x^2 (\bar{\rho}^x u) \} + \partial_y^2 \{ \partial_y^2 (\bar{\rho}^x u) \}] - \nu_{4v} \partial_\zeta^2 [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}^x u)] \quad (6.130)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.v = -\nu_{4h} [\partial_x^2 \{ \partial_x^2 (\bar{\rho}^y v) \} + \partial_y^2 \{ \partial_y^2 (\bar{\rho}^y v) \}] - \nu_{4v} \partial_\zeta^2 [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}^y v)] \quad (6.131)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.w = -\nu_{4h} [\partial_x^2 \{ \partial_x^2 (\bar{\rho}^z w) \} + \partial_y^2 \{ \partial_y^2 (\bar{\rho}^z w) \}] - \nu_{4v} \partial_\zeta^2 [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}^z w)] \quad (6.132)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\theta = -\nu_{4h} [\partial_x^2 \{ \partial_x^2 (\bar{\rho}\theta') \} + \partial_y^2 \{ \partial_y^2 (\bar{\rho}\theta') \}] - \nu_{4v} \partial_\zeta^2 [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}\theta')] \quad (6.133)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.q_v = -\nu_{4h} [\partial_x^2 \{ \partial_x^2 (\bar{\rho}q'_v) \} + \partial_y^2 \{ \partial_y^2 (\bar{\rho}q'_v) \}] - \nu_{4v} \partial_\zeta^2 [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}q'_v)] \quad (6.134)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.q_x = -\nu_{4h} [\partial_x^2 \{ \partial_x^2 (\bar{\rho}q_x) \} + \partial_y^2 \{ \partial_y^2 (\bar{\rho}q_x) \}] - \nu_{4v} \partial_\zeta^2 [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}q_x)] \quad (6.135)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\frac{N_x}{\rho^*} = -\nu_{4h} \left[ \partial_x^2 \left\{ \partial_x^2 \left( \bar{\rho} \frac{N_x}{\rho^*} \right) \right\} + \partial_y^2 \left\{ \partial_y^2 \left( \bar{\rho} \frac{N_x}{\rho^*} \right) \right\} \right] - \nu_{4v} \partial_\zeta^2 \left[ \partial_\zeta^2 \left( \bar{\rho} \frac{N_x}{\rho^*} \right) \right] \quad (6.136)$$

$$G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.E = -\nu_{4h} [\partial_x^2 \{ \partial_x^2 (\bar{\rho}E) \} + \partial_y^2 \{ \partial_y^2 (\bar{\rho}E) \}] - \nu_{4v} \partial_\zeta^2 [\partial_\zeta^2 (\bar{\rho}E)] \quad (6.137)$$

なお、4次の拡散項をもつ数値粘性項は、第3章「サブグリッドスケールの拡散」で述べた拡散項  $\text{Turb}.\phi$  と区別ができるだけでなく、微分の階数が高いほど高波数成分をより拡散することができるので、こちらを用いるほうが望ましい。

結局、(6.40)~(6.43) と (6.76) と (6.77) で示した長い時間間隔  $t$  で計算される項  $F_\phi^t$  は、この数値粘性項も含めて、

$$F_u^t = -[\text{Adv}.u]^t + \left[ \overline{\rho^* f_s \bar{v}^y} - \overline{\rho^* f_c \bar{w}^\zeta} \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.u + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.u \right]^{t-\Delta t} \quad (6.138)$$

$$F_v^t = -[\text{Adv}.v]^t - \left[ \overline{\rho^* f_s \bar{u}^x} \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.v + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.v \right]^{t-\Delta t} \quad (6.139)$$

$$F_w^t = -[\text{Adv}.w]^t + \left[ \overline{\rho^* (\text{Buoy}.\theta + \text{Buoy}.q)}^\zeta + \overline{\rho^* f_c \bar{u}^x} \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.w + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.w \right]^{t-\Delta t} \quad (6.140)$$

$$F_\theta^t = -[\text{Adv}.\theta]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.\theta + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\theta \right]^{t-\Delta t} + [\rho^* \text{Src}.\theta]^t - \left[ \overline{\rho^\zeta w \partial_\zeta \theta} \right]^t \quad (6.141)$$

$$F_q^t = -[\text{Adv}.q_x]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.q_x + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.q_x \right]^{t-\Delta t} + [\rho^* \text{Src}.q_x]^t + [\rho^* \text{Fall}.q_x]^t \quad (6.142)$$

$$F_N^t = -\left[ \text{Adv}.\frac{N_x}{\rho^*} \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.\frac{N_x}{\rho^*} + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\frac{N_x}{\rho^*} \right]^{t-\Delta t} + \left[ \rho^* \text{Src}.\frac{N_x}{\rho^*} \right]^t + \left[ \rho^* \text{Fall}.\frac{N_x}{\rho^*} \right]^t \quad (6.143)$$

$$F_E^t = -[\text{Adv}.E]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.E + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.E \right]^{t-\Delta t} \\ + [\text{Buoy}.E]^{t-\Delta t} + \left[ \rho^* \left( \frac{1}{2} \nu_E \text{Def}^2 - \frac{2}{3} E \text{Div} \right) \right]^{t-\Delta t} - \left[ \rho^* \left( \frac{C_e}{l_h} E^{\frac{3}{2}} \right) \right]^{t-\Delta t} \quad (6.144)$$

のように、また、(6.94) と (6.95) で示した、重力波モードを短い時間間隔で評価する場合の  $F_w^t, F_\theta^t$  は、

$$F_w^t = -[\text{Adv}.w]^t + \left[ \overline{\rho^* \text{Buoy}.q}^\zeta + \overline{\rho^* f_c \bar{u}^x} \right]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.w + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.w \right]^{t-\Delta t} \quad (6.145)$$

$$F_\theta^t = -[\text{Adv}.\theta]^t + \left[ G^{\frac{1}{2}}\text{Turb}.\theta + G^{\frac{1}{2}}\text{Diff}.\theta \right]^{t-\Delta t} + [\rho^* \text{Src}.\theta]^t \quad (6.146)$$

のように表わされる。

### 6.3 境界条件

前節までの基礎方程式の差分化でみたとおり、それらには  $i-1, i+1, j-1, \dots$  などの演算が含まれ、そのままでは各予報変数の端の添え字の格子点 ( $\phi$  は任意のスカラー量)

$$\begin{aligned}
 u \text{ に対して;} & \quad i = 1, nx, \quad j = 1, ny - 1, \quad k = 1, nz - 1 \\
 v \text{ に対して;} & \quad i = 1, nx - 1, \quad j = 1, ny, \quad k = 1, nz - 1 \\
 w \text{ に対して;} & \quad i = 1, nx - 1, \quad j = 1, ny - 1, \quad k = 1, nz \\
 \phi \text{ に対して;} & \quad i = 1, nx - 1, \quad j = 1, ny - 1, \quad k = 1, nz - 1
 \end{aligned} \tag{6.147}$$

の値を求めることができない。よって、何らかの境界条件を与えて値を設定しなければならない。*CReSS* では、様々な境界条件を設定できるので次節よりそれらを説明する。なお、4 次精度の演算  $i+2, i-2, j-2, \dots$  による境界条件は、境界から 1 つ内側の格子点の精度を落とすことによって境界条件を設定しなくてもよいようにコーディングされている。

#### 6.3.1 側面境界条件

側面には、周期的、固定壁（鏡像条件）、勾配無し、放射の 4 つの境界条件を適用することができる。

##### 周期境界条件

周期境界条件とは、帯状の計算領域の東西もしくは南北を繋げて筒状にするもので、あたかも東西・南北の境界が無いような扱いをする条件であり、次のように与えられる。

東西方向に対して、

$$\begin{aligned}
 u_{1,j,k} &= u_{nx-2,j,k}, & u_{nx,j,k} &= u_{3,j,k} \\
 v_{1,j,k} &= v_{nx-2,j,k}, & v_{nx-1,j,k} &= v_{2,j,k} \\
 w_{1,j,k} &= w_{nx-2,j,k}, & w_{nx-1,j,k} &= w_{2,j,k} \\
 \phi_{1,j,k} &= \phi_{nx-2,j,k}, & \phi_{nx-1,j,k} &= \phi_{2,j,k} \\
 W_{1,j,k} &= W_{nx-2,j,k}, & W_{nx-1,j,k} &= W_{2,j,k}
 \end{aligned} \tag{6.148}$$

南北方向に対して、

$$\begin{aligned}
 u_{i,1,k} &= u_{i,ny-2,k}, & u_{i,ny-1,k} &= u_{i,2,k} \\
 v_{i,1,k} &= v_{i,ny-2,k}, & v_{i,ny,k} &= v_{i,3,k} \\
 w_{i,1,k} &= w_{i,ny-2,k}, & w_{i,ny-1,k} &= w_{i,2,k} \\
 \phi_{i,1,k} &= \phi_{i,ny-2,k}, & \phi_{i,ny-1,k} &= \phi_{i,2,k} \\
 W_{i,1,k} &= W_{i,ny-2,k}, & W_{i,ny-1,k} &= W_{i,2,k}
 \end{aligned} \tag{6.149}$$

ここで、 $\phi$  は任意のスカラー量である。



## 固定壁境界条件

固定壁境界条件とは、壁となる境界面において、例えば東西壁について示せば、非圧縮性の質量保存式の  $x$  微分と free-slip の条件、

$$\partial \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) / \partial x = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (6.150)$$

から、 $x$  方向の速度成分  $u$  が、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \implies \quad u(x = -\Delta x, y, z) = u(x = \Delta x, y, z) \quad (6.151)$$

を満たすことが分かる。よって、境界条件は次のように与えられる。

東西方向に対して、

$$\begin{aligned} u_{1,j,k} &= -u_{3,j,k}, & u_{nx,j,k} &= -u_{nx-2,j,k} \\ v_{1,j,k} &= v_{2,j,k}, & v_{nx-1,j,k} &= v_{nx-2,j,k} \\ w_{1,j,k} &= w_{2,j,k}, & w_{nx-1,j,k} &= w_{nx-2,j,k} \\ \phi_{1,j,k} &= \phi_{2,j,k}, & \phi_{nx-1,j,k} &= \phi_{nx-2,j,k} \\ W_{1,j,k} &= W_{2,j,k}, & W_{nx-1,j,k} &= W_{nx-2,j,k} \end{aligned} \quad (6.152)$$

南北方向に対して、

$$\begin{aligned} u_{i,1,k} &= u_{i,2,k}, & u_{i,ny-1,k} &= u_{i,nx-2,k} \\ v_{i,1,k} &= -v_{i,3,k}, & v_{i,ny,k} &= -v_{i,nx-2,k} \\ w_{i,1,k} &= w_{i,2,k}, & w_{i,ny-1,k} &= w_{i,nx-2,k} \\ \phi_{i,1,k} &= \phi_{i,2,k}, & \phi_{i,ny-1,k} &= \phi_{i,nx-2,k} \\ W_{i,1,k} &= W_{i,2,k}, & W_{i,ny-1,k} &= W_{i,nx-2,k} \end{aligned} \quad (6.153)$$

ここで、 $\phi$  は任意のスカラー量である。

## 勾配無しの境界条件

勾配無しの境界条件とは、境界面における各予報変数の勾配が  $grad(\phi) = 0$  となるように、

東西方向に対して、

$$\begin{aligned} u_{1,j,k} &= u_{3,j,k}, & u_{nx,j,k} &= u_{nx-2,j,k} \\ v_{1,j,k} &= v_{2,j,k}, & v_{nx-1,j,k} &= v_{nx-2,j,k} \\ w_{1,j,k} &= w_{2,j,k}, & w_{nx-1,j,k} &= w_{nx-2,j,k} \\ \phi_{1,j,k} &= \phi_{2,j,k}, & \phi_{nx-1,j,k} &= \phi_{nx-2,j,k} \\ W_{1,j,k} &= W_{2,j,k}, & W_{nx-1,j,k} &= W_{nx-2,j,k} \end{aligned} \quad (6.154)$$

南北方向に対して、

$$\begin{aligned}
 u_{i,1,k} &= u_{i,2,k}, & u_{i,ny-1,k} &= u_{i,nx-2,k} \\
 v_{i,1,k} &= v_{i,3,k}, & v_{i,ny,k} &= v_{i,nx-2,k} \\
 w_{i,1,k} &= w_{i,2,k}, & w_{i,ny-1,k} &= w_{i,nx-2,k} \\
 \phi_{i,1,k} &= \phi_{i,2,k}, & \phi_{i,ny-1,k} &= \phi_{i,nx-2,k} \\
 W_{i,1,k} &= W_{i,2,k}, & W_{i,ny-1,k} &= W_{i,nx-2,k}
 \end{aligned} \tag{6.155}$$

と与えられる。ここで、 $\phi$  は任意のスカラー量である。

### 放射境界条件

放射境界条件とは、境界面で生じる不自然な解の挙動を抑えるために 1 次元の線型波動方程式、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \tag{6.156}$$

を満たす放射条件が成り立つように境界値を設定するものである。ここでは、さらに減衰項を付加した、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\gamma \phi \tag{6.157}$$

を、また、客観解析値などの親となるモデルの出力を初期値・境界値に用いてネスティングする場合には、次のような各物理量の差の方程式に変更したものをを用いている。

$$\frac{\partial (\phi_f - \phi_c)}{\partial t} + c \frac{\partial (\phi_f - \phi_c)}{\partial x} = -\gamma (\phi_f - \phi_c) \tag{6.158}$$

なお、 $\phi$  は任意の物理量、下付き添え字  $f, c$  はそれぞれ親モデル・当該モデルの値を表わす。

さて、上記放射条件における位相速度  $c$  の求め方にはさまざまな方法があるが、*CReSS* では次の 3 つの方法が選択できる。なお、以下においては、 $\phi, \phi_f - \phi_c$  ともに  $\Phi$  で表わす。また、 $\Delta x$  は適宜  $\Delta y$  に読み替えるとよい。

#### (1) 位相速度を各点毎に算出する方法

この場合には、式 (6.157), (6.158) から右辺の減衰項を除いたものを、位相速度  $c$  について中心差分を用いて解いて、側面境界の各点に対して、

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta x} = -\frac{\Phi_b^{t+\Delta t} - \Phi_b^{t-\Delta t}}{2\Phi_{b-1}^t - \Phi_b^{t+\Delta t} - \Phi_b^{t-\Delta t}}, \quad -1 \leq C_b^t \leq 0, \text{ 西端または南端} \tag{6.159}$$

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta x} = -\frac{\Phi_b^{t+\Delta t} - \Phi_b^{t-\Delta t}}{\Phi_b^{t+\Delta t} + \Phi_b^{t-\Delta t} - 2\Phi_{b-1}^t}, \quad 0 \leq C_b^t \leq 1, \text{ 東端または北端} \tag{6.160}$$

のように無次元の位相速度を直接求める。これらの位相速度は、各予報変数に対してそれぞれ求めなければならない。

なお、実際の計算においては、次のように、1つ前のタイムステップの境界より1つ内側の格子点を基準に計算された値、

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta x} = -\frac{\Phi_{b-1}^t - \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t}}{2\Phi_{b-2}^{t-\Delta t} - \Phi_{b-1}^t - \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t}}, \quad -1 \leq C_b^t \leq 0, \text{ 西端または南端} \quad (6.161)$$

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta x} = -\frac{\Phi_{b-1}^t - \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t}}{\Phi_{b-1}^t + \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t} - 2\Phi_{b-2}^{t-\Delta t}}, \quad 0 \leq C_b^t \leq 1, \text{ 東端または北端} \quad (6.162)$$

を用いている。ここで、下付き添え字  $b$  は式 (6.147) で与えられる境界上の格子点を表わす。

## (2) 鉛直方向に一定の位相速度を算出する方法

この場合には、鉛直方向には一定の位相速度をもつとして波動方程式を、

$$\int_{z_{sfc}}^{z_{top}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dz + c \int_{z_{sfc}}^{z_{top}} \frac{\partial \Phi}{\partial x} dz = -\gamma \Phi \quad (6.163)$$

のように考え、(1)と同様に、前のタイムステップにおける内側の格子点で計算された値を用いて、

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta x} = -\frac{\sum_{k=kmin}^{kmax} \{(\Phi_{b-1}^t - \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t}) \operatorname{sgn}(2\Phi_{b-2}^{t-\Delta t} - \Phi_{b-1}^t - \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t})\}}{\sum_{k=kmin}^{kmax} |2\Phi_{b-2}^{t-\Delta t} - \Phi_{b-1}^t - \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t}|}, \quad \dots \quad -1 \leq C_b^t \leq 0, \text{ 西端または南端} \quad (6.164)$$

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta x} = -\frac{\sum_{k=kmin}^{kmax} \{(\Phi_{b-1}^t - \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t}) \operatorname{sgn}(\Phi_{b-1}^t + \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t} - 2\Phi_{b-2}^{t-\Delta t})\}}{\sum_{k=kmin}^{kmax} |\Phi_{b-1}^t + \Phi_{b-1}^{t-2\Delta t} - 2\Phi_{b-2}^{t-\Delta t}|}, \quad \dots \quad 0 \leq C_b^t \leq 1, \text{ 東端または北端} \quad (6.165)$$

のように与えられる。ここでも、位相速度は各予報変数に対してそれぞれ求められなければならない。ここで、 $kmin$ ,  $kmax$  は、

$$u, v, \phi \text{ に対して ; } kmin = 2, kmax = nz - 2 \quad (6.166)$$

$$w \text{ に対して ; } kmin = 2, kmax = nz - 1 \quad (6.167)$$

である。

## (3) 一定の位相速度に移流速度を足す方法

この場合には、 $c^*$  を代表的な重力波の伝播速度（例えば  $30 \text{ m s}^{-1}$  程度）として与え、東西方向の境界には速度の  $x$  成分  $u$ 、南北方向には速度の  $y$  成分  $v$  を用いて、次のように与えられる。

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta x} = (u - c^*) \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad -1 \leq C_b^t \leq 0, \text{ 西端} \quad (6.168)$$

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta x} = (u + c^*) \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad 0 \leq C_b^t \leq 1, \text{ 東端} \quad (6.169)$$

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta y} = (v - c^*) \frac{\Delta t}{\Delta y}, \quad -1 \leq C_b^t \leq 0, \text{ 南端} \quad (6.170)$$

$$C_b^t = c_b^t \frac{\Delta t}{\Delta y} = (v + c^*) \frac{\Delta t}{\Delta y}, \quad 0 \leq C_b^t \leq 1, \text{ 北端} \quad (6.171)$$

なお、これは、壁面に垂直な速度成分（東西壁の  $u$  と南北壁の  $v$ ）以外の予報変数に適用される。壁面に垂直な速度成分についての位相速度は、(1) の場合を用いる。

## (4) 一定の位相速度を用いる方法

この場合には、常に領域外へ波が出て行くとして、(3) においての  $c^*$  のみを用いる。よって、側面全ての格子点で同じ値をとる（東・西、南・北で符号は異なる）。これは、壁面に垂直な速度成分以外の予報変数に適用され、壁面に垂直な速度成分についての位相速度は、(2) の場合を用いる。

最終的に、(1) ~ (4) で求められた位相速度を用いて、次のタイムステップの境界上の値は、

小さいタイムステップ  $\Delta\tau$  で積分される変数に対して、

$$\Phi_b^{\tau+\Delta\tau} = \Phi_b^\tau - \frac{C_b^t}{1 - C_b^t} (\Phi_{b-1}^t - \Phi_b^{t-\Delta t}) \frac{\Delta\tau}{\Delta t} - \gamma \Phi_b^{t-\Delta t} \Delta\tau, \quad \text{西端または南端} \quad (6.172)$$

$$\Phi_b^{\tau+\Delta\tau} = \Phi_b^\tau + \frac{C_b^t}{1 + C_b^t} (\Phi_{b-1}^t - \Phi_b^{t-\Delta t}) \frac{\Delta\tau}{\Delta t} - \gamma \Phi_b^{t-\Delta t} \Delta\tau, \quad \text{東端または北端} \quad (6.173)$$

大きいタイムステップ  $\Delta t$  で積分される変数に対して、

$$\Phi_b^{t+\Delta t} = \Phi_b^{t-\Delta t} - \frac{2C_b^t}{1 - C_b^t} (\Phi_{b-1}^t - \Phi_b^{t-\Delta t}) - \gamma \Phi_b^{t-\Delta t} \Delta t, \quad \text{西端または南端} \quad (6.174)$$

$$\Phi_b^{t+\Delta t} = \Phi_b^{t-\Delta t} + \frac{2C_b^t}{1 + C_b^t} (\Phi_{b-1}^t - \Phi_b^{t-\Delta t}) - \gamma \Phi_b^{t-\Delta t} \Delta t, \quad \text{東端または北端} \quad (6.175)$$

と与えられる。なお、減衰定数  $\gamma$  は時間の逆数の次元を持ち、その逆数  $1/\gamma$  は概ね 1 時間以上 12 時間以内が適切といわれている。

## 6.3.2 上・下面境界条件

上・下面には、固定壁（鏡像条件）、勾配無し の 2 つの境界条件を適用することができる。

## 固定壁境界条件

この場合、基本的には側面の場合と同様に考えればよいが、地形に沿う座標系であることから、

$$W = (uJ_{31} + vJ_{32} + w) / G^{\frac{1}{2}} \quad (6.176)$$

のようにデカルト座標系の速度と反変速度の関係が与えられるので、あくまで境界面において値が 0 となるのは反変鉛直速度  $W$  であることに注意して、

下境界面 ( $k = 2$ ) において、

$$W = 0, \quad w = -uJ_{31} - vJ_{32} \quad (6.177)$$

上境界面 ( $k = nz - 1$ ) において、

$$W = 0, \quad w = 0 \quad (6.178)$$

となる。よって境界条件は、

$$\begin{aligned} u_{i,j,1} &= u_{i,j,2}, & u_{i,j,nz-1} &= u_{i,j,nz-2} \\ v_{i,j,1} &= v_{i,j,2}, & v_{i,j,nz-1} &= v_{i,j,nz-2} \\ \phi_{i,j,1} &= \phi_{i,j,2}, & \phi_{i,j,nz-1} &= \phi_{i,j,nz-2} \\ W_{i,j,2} &= 0, \quad W_{i,j,1} = -W_{i,j,3}, & W_{i,j,nz-1} &= 0, \quad W_{i,j,nz} = -W_{i,j,nz-2} \end{aligned} \quad (6.179)$$

のように与えられる。ここで、 $\phi$  は任意のスカラー量である。鉛直速度  $w$  の上下面境界値は、式 (6.176) を用いて反変鉛直速度  $W$  を置き換えて、

下境界面 ( $k = 2$ ) において、

$$w_{i,j,2} = - \left( \overline{u^\zeta} J_{31}^x + \overline{v^\zeta} J_{32}^y \right)_{i,j,2} \quad (6.180)$$

$$w_{i,j,1} = - \left( \overline{u^\zeta} J_{31}^x + \overline{v^\zeta} J_{32}^y + W G^{\frac{1}{2}\zeta} \right)_{i,j,3} \quad (6.181)$$

上境界面 ( $k = nz - 1$ ) において、

$$w_{i,j,nz-1} = 0 \quad (6.182)$$

$$w_{i,j,nz} = - \left( \overline{u}^\zeta J_{31}^x + \overline{v}^\zeta J_{32}^y + W \overline{G}^{\frac{1}{2}\zeta} \right)_{i,j,nz-2} \quad (6.183)$$

と求められる。なお、下境界面の圧力偏差  $p'$  については外挿により、

$$p'_{i,j,1} = 2p'_{i,j,2} - p'_{i,j,3} \quad (6.184)$$

のように与える。

勾配無しの境界条件

鉛直方向の勾配無しの境界条件も側面の場合と同様にして、

$$\begin{aligned} u_{i,j,1} &= u_{i,j,2}, & u_{i,j,nz-1} &= u_{i,j,nz-2} \\ v_{i,j,1} &= v_{i,j,2}, & v_{i,j,nz-1} &= v_{i,j,nz-2} \\ w_{i,j,1} &= w_{i,j,2}, & w_{i,j,nz} &= w_{i,j,nz-1} \\ \phi_{i,j,1} &= \phi_{i,j,2}, & \phi_{i,j,nz-1} &= \phi_{i,j,nz-2} \\ W_{i,j,1} &= W_{i,j,2}, & W_{i,j,nz} &= W_{i,j,nz-1} \end{aligned} \quad (6.185)$$

と与えられる。ここで、 $\phi$  は任意のスカラー量である。

### 6.3.3 スポンジ層

*CReSS* では、境界条件の他に任意の層厚のスポンジ層を設定することもできる。これは、境界面付近での波の反射を抑え吸収するための層で、次のように、基礎方程式の付加的な項として与えられる。

$$\frac{\partial(\rho^* \phi)}{\partial t} = -\text{Adv}.\phi + \dots - \gamma_h(x, y) \rho^* (\phi - \phi_e) - \gamma_v(z) \rho^* (\phi - \phi_e) \quad (6.186)$$

ここで、 $\phi$  は任意の予報変数、 $\phi_e$  は当該変数の客観解析値などの外部データの値、 $\gamma_h(x, y)$ 、 $\gamma_v(z)$  はそれぞれ水平方向には各境界面に向かって、鉛直方向には上境界面に向かって小さくなる減衰係数である。これらの減衰係数は、水平方向には吸収層の厚みを  $d$  とし西側側面を例にすれば、

$$\gamma_h = \begin{cases} \alpha_h \left(1 - \frac{x}{d}\right)^3, & x \leq d \\ 0, & x > d \end{cases} \quad (6.187)$$

ように、鉛直方向には吸収層の最低高度を  $z_{low}$  とすれば、

$$\gamma_v = \begin{cases} 0, & z < z_{low} \\ \alpha_v \left\{ 1 - \cos \left( \pi \frac{z - z_{low}}{z_{top} - z_{low}} \right) \right\}, & z \geq z_{low} \end{cases} \quad (6.188)$$

のように与えられる。ここで、 $\alpha_h$ ,  $\alpha_v$  はそれぞれ水平・鉛直方向の減衰定数で時間の逆数の次元を持ち、それらの逆数  $1/\alpha_h$ ,  $1/\alpha_v$  は e-folding time と呼ばれる。これらの定数は、 $1/100 \sim 1/300 \text{ s}^{-1}$  程度の範囲で設定すればよい。また、吸収層の厚みは、水平方向には数格子分、鉛直方向には上面から  $1/3$  程度設定すればよい。

この項は1つ前のタイムステップ  $t - \Delta t$  で計算され、小さいタイムステップで扱われる予報変数に対しても、移流項や数値粘性項と同様に  $2\Delta t$  の大きなタイムステップ間の値として評価される。

なお、式 (6.186) においては、近づく値は外部の客観解析などの値  $\phi_e$  としたが、モデルが独立に実行される場合や予報変数に該当する客観解析データが無い場合には、変数によって異なるが、

$$\frac{\partial (\rho^* \phi)}{\partial t} = -\text{Adv.} \phi + \dots - \gamma_h(x, y) \rho^* (\phi - \phi_0) - \gamma_v(z) \rho^* (\phi - \phi_0) \quad (6.189)$$

$$\frac{\partial (\rho^* \phi)}{\partial t} = -\text{Adv.} \phi + \dots - \gamma_h(x, y) \rho^* (\phi - \bar{\phi}) - \gamma_v(z) \rho^* (\phi - \bar{\phi}) \quad (6.190)$$

のように、初期値  $\phi_0$  もしくは基準状態の値  $\bar{\phi}$  に近づけることもできる。





## 第II部

# モデルの実装と実行方法



## 第7章

# 並列プログラムの実装

本章では、*CReSS* がどのように並列計算機での実行を実現しているか、その概要を説明する。

*CReSS* の並列プログラムは、基本的に分散メモリ型の並列計算機で実行することを目的に設計されている。その並列プログラムは MPI ( Message Passing Interface ) を用いて記述されている。MPI は、現在、デファクトスタンダードな並列プログラミングライブラリであるので、*CReSS* をほとんどの並列計算機環境で実行することが可能である。また、ワークステーションが複数台あれば、クラスタ環境で *CReSS* を実行することもできる。

## 7.1 並列化手法

### 7.1.1 2次元領域分割

*CReSS* は分散メモリ型の並列計算機で実行することを念頭に設計されている。これは、各ノードで全く同じプロセスを実行し、計算中に必要となる他のノードが担当する領域にある値は、それらのノード間で通信をすることにより全体として1つの領域の計算を実行するものである。このような並列プログラムがターゲットとする計算機は、大規模な分散メモリ型の並列計算機だけでなく、ワークステーションやPC-UNIXなどのクラスタにも対応できるものである。

さて、*CReSS* では、水平方向の空間差分を陽に扱っているので、下記で述べるような水平面の2次元領域分割を適用すれば、並列化を実現することは容易である。また、雲微物理過程等の各種物理過程は、上下セルの参照が生じることもあるが基本的には当該セルの物理量のみで計算が可能である。また、座標系が $z^*$ 系(ζ系)であることも効率の良い並列化を容易にする。

まず、この水平面の2次元領域分割による並列化を採用したときの利点を挙げる。

- 座標系が地上付近に欠損が生じない $z^*$ 系(ζ系)なので、水平方向の分割に対して、各ノードが担当する計算量がほぼ等しくなる。
- つまり、ロードバランスに優れる(他のノードの処理を待つことが少ない)。
- 通信量は、水平格子数が $n_i \times n_j$ のとき、 $n_i + n_j$ となり、総格子数の増加に対する相対的な通信量の増加が少ない。
- つまり、並列度が同じ場合、総格子数が大きな計算ほど並列効率が増す。
- よって、非常に大規模な計算に適合する。

次に、2次元領域分割の概念図を示す。

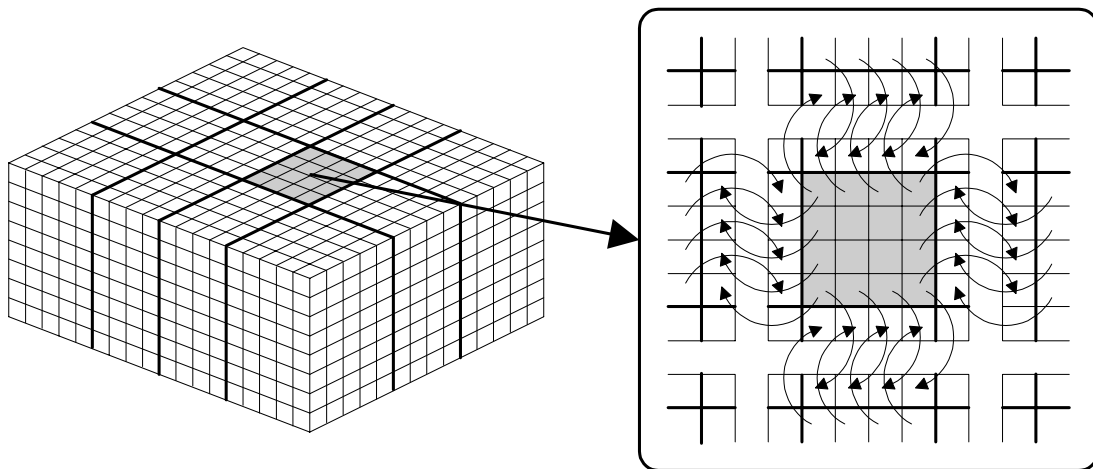


図 7.1. 2次元領域分割と袖領域の値の交換の様子。

図 7.1 は、2 次精度で計算をする場合の並列化の模式図である。2 次精度で中心差分近似をする場合、ある 1 つの点が参照しなければならない格子点は各方向に  $\pm 1$  の 6 点である。ここで考えるのは水平方向の 2 次元領域分割であるので、図のとおり、鉛直方向には参照の問題は生じないが、水平方向には分割の境にある点の近似解を求める際に、参照すべき点の値が他のノードが担当する領域に存在することになるので問題が生じてしまう。そこで、右側の拡大図にあるように、それぞれの領域を囲むように取られた袖領域を重ねることにより、全体を 1 つのノードで実行したときと全く同様の結果を得ることができるようにする。そのためには、袖領域の値が必要となる度に隣り合う領域の該当する部分から値を得るように通信を実行すればよい(節 7.1.2 にて詳細は示す)。

なお、*CReSS* は 4 次精度の計算もできるようになっているが、そのためには 2 次精度の場合と全く同様にして、袖領域を二重にすることにより必要となる値を余分に通信すればよい。現実的ではないが、全く同様の実装方法で、差分の精度を 6 次、8 次 … と上げていくことができる。

### 7.1.2 並列化の具体例

ここでは、節 7.1.1 で述べた袖領域の値の交換が、具体的にどのように実装されているのかを示す。

実際のプログラミングは MPI (Message Passing Interface) を用いて記述されている。MPI は、このような分散メモリ型の計算機向けのプログラミングに必要な各種通信ルーチンの、C や Fortran の関数やサブルーチンの呼び出し形式を定めたインターフェース仕様である。あくまでもインターフェース仕様であり、具体的な実装方法は定めていない。

なお、MPI についての詳細は、以下のホームページを参照するとよい。

<http://www.mpi-forum.org>

さて、図 7.1 のような通信を MPI によって実現するには、境界面を除いてシフトを東西南北各方向に繰り返せばよい。図 7.2 は、境界面を除いた、西側の袖領域の東側の袖領域へのシフトの例である。この図で、 $n_{ipe}$  は東西方向のノード数、 $i_{pe}$  はノード番号を表す。

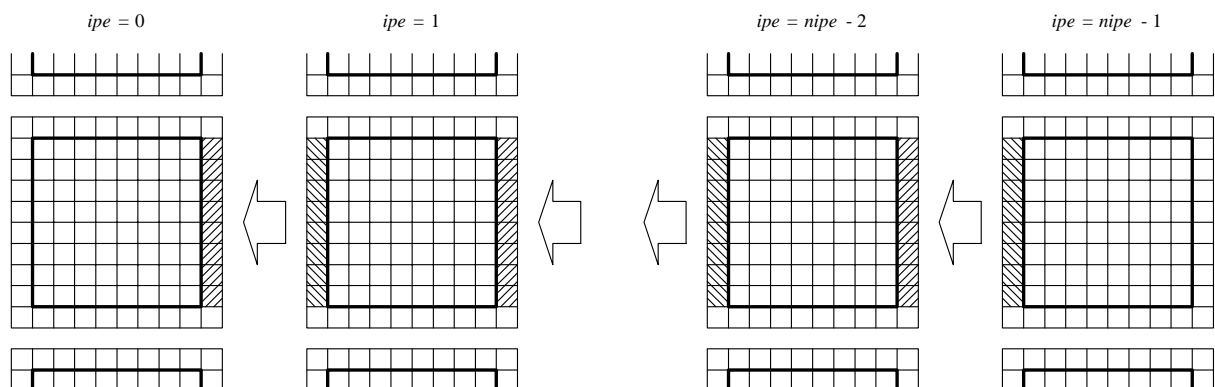


図 7.2. 西側の袖領域の東側の袖領域へのシフトの例。

また、*CReSS* におけるこれを実現するソースコードは以下のとおりである。ここでは一部を示したに過ぎないので、より詳しくは Src ディレクトリの *exchansn.f* と *exchanwe.f* を参考にするとよい。

```
! 西端のノードは、送信バッファなし
if(ipe.eq.0) then
  dst=mpi_proc_null
end if

! 東端のノードは、受信バッファなし
if(ipe.eq.nipe-1) then
  src=mpi_proc_null
end if

! 西端のノード以外の送信バッファの設定
if(ipe.ne.0) then

  do 140 k=kbmin,kbmax
  do 140 j=jbmin,jbmax
    ib=(k-kbmin)*jbm xn1-jbmin1+j

    sbuf(ib)=var(iwsend,j,k)

140    continue

  end if

! 送受信のための MPI ルーチンの呼び出し
call mpi_sendrecv(sbuf,siz,mpi_real,dst>tag,rbuf,siz,mpi_real,src,
.           tag,mpi_comm_world,stat,ierr)

! 東端のノード以外の受信バッファの設定
if(ipe.ne.nipe-1) then

  do 170 k=kbmin,kbmax
  do 170 j=jbmin,jbmax
    ib=(k-kbmin)*jbm xn1-jbmin1+j

    var(ierecv,j,k)=rbuf(ib)

170    continue

  end if
```

なお、ここでは `mpi_sendrecv` によってシフトを実装しているが、これを、`mpi_send` と `mpi_recv` によって実装しないほうがよい。できないことはないが、様々なプログラミングが考えられ、場合によってはデッドロックしてしまう可能性がある。また、MPI の公式仕様では、これによりデッドロックするかもしれないかを定めていないようであるので、プログラムの動作の保証ができなくなってしまう。

## 7.2 並列プログラムの検査

### 7.2.1 計算結果の一致の検査

前節で述べたように、ここで採用した並列化は基本的にシフトを行うだけでよいので、当然のことながら、複数ノードを用いて実行した結果と1つのノードを用いて実行した結果は、完全に一致しなければならない(全体の平均値を求めるような計算の場合には、完全に一致するとは限らない。シフトを行う場合にはその値に演算を適用することがないので、不一致は起こりえない)。CReSS では、結果が完全に一致することを次のように確認している。

複数ノードを用いて計算した場合、結果は各ノード毎に出力される。ここで、ファイル名の *exprim* は実験名である(節 9.1 を参照)。

例: `exprim.dmpxxxxx.pe0000.bin ~ exprim.dmpxxxxx.peyyyy.bin`

これらのファイルを1つにまとめ、並びの書式つきテキストファイルで出力するようなプログラムを作成し(ポストプロセッサ *unite* でも各ノード毎に出力された結果のファイルを1つにまとめることができるが、直接探査の書式なしバイナリファイルを出力するようになっている)、1つのノードで計算した結果を同じ形式のテキストファイルで出力した結果と比較して完全一致を確かめればよい。

CReSS では、様々な実験に対してこの検証を行い、並列化に問題がないことを確認している。

### 7.2.2 プログラムの並列化効率

最後に、全体で同じ格子数の計算を、様々なノード数で実行したときの並列化効率を示す。ここでは、 $67 \times 67 \times 35$  の格子数で 50 ステップ実行した結果を示す。用いた計算機は日立 SR2201 である。

図 7.3 に見られるように、ノードの数が増えるに従って計算時間はほぼ線型に減少している。単純にみて、CReSS は効率よく並列計算できることが分かる。図 7.4 の並列化効率に関しては、除々に効率が下がっていく様子が見られる。しかし、これは当然のことで、ここで用いた格子数が  $67 \times 67 \times 35$  と比較的小さく、また、このように一定の格子数で計算する以上、ノード数が大きくなれば相対的な通信量が増えていくためである。この結果は、CReSS の並列化効率が悪いことを示す結果ではなく、各ノードの担当する格子数が大きくなればより効率的に計算できることを示している。計算が大規模になればなっただけ、多くのノードを用いて計算する価値が出てくるのである。

なお、図 7.4 において多少グラフが波打っているのは、2次元領域分割の際の分割方法の違いによるものである(例えば4ノードを用いて計算するときには、 $1 \times 4$ 、 $2 \times 2$ 、 $4 \times 1$  のいずれかの分割方法があり、通信量が変わる)。

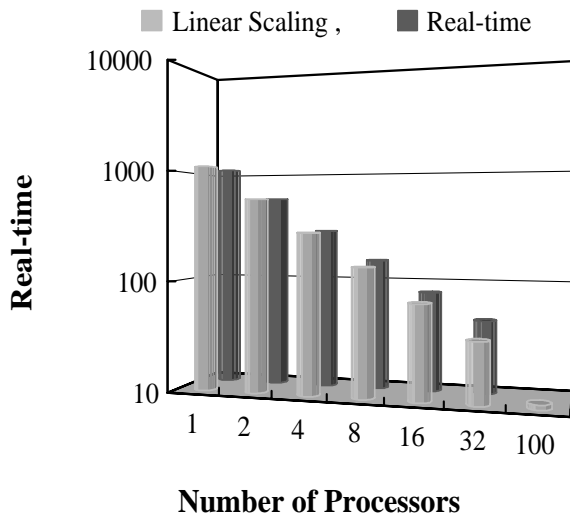


図 7.3. 並列テストで得られた実計算時間 [s]

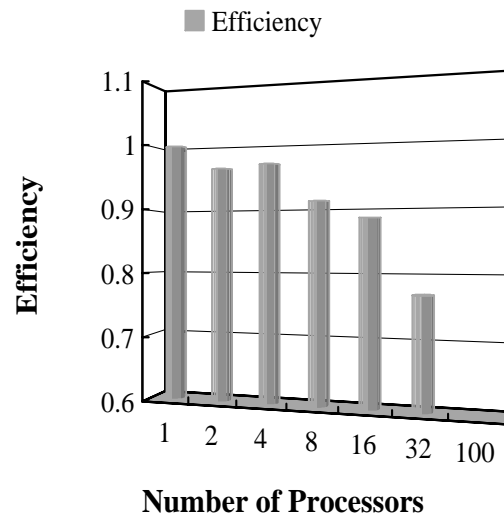


図 7.4. 並列テストで得られた並列化効率。

このように、アルゴリズムにおいても効率においても問題が無いように示したが、全く問題がないわけではない。雲微物理過程のプログラムにおいては、雲の有無によって計算量が変化する。例えば、あるノードが担当する領域にはほとんど雲が発生していないが、他のノードが担当する領域には雲が発生しているような場合、雲が発生している領域を担当するノードの処理を待たなければならないことになり、効率が下がることが考えられる。現状では、最初に設定した分割法を計算途中で効率が上がるように変更するというような高度な並列化は実装していない。



## 第8章

# プログラムのリストとツリー図

本章では、*CReSS* の並列版の各種プログラム、また、それらプログラムが実装している全てのサブルーチン、インクルードファイル、MPI のライブラリルーチンの機能の概要を説明する。また、それらのプログラムのツリー図を示す。*CReSS* が採用している並列化によるプログラミングでは、並列化されていないプログラムとの違いは大きくないので、逐次版の同様の記述は割愛する。

*CReSS* のサブルーチンは1ルーチン1ファイルになっているので、機能の説明図との対比は容易である。ツリー図とあわせて確認することによって、プログラムを理解する際の大きな手助けになるだろう。

## 8.1 プログラムのリスト

本節では、*CReSS* のプログラムと、それを構成しているサブルーチン、インクルードファイル、使用している MPI のライブラリルーチンを全て列挙し説明する。

### 8.1.1 *CReSS* のプログラム

*CReSS* には、1 つの主プログラム *solver*、4 つのプリプロセッサ *gridata*、*radata*、*terrain*、*surface*、そして 1 つのポストプロセッサ *unite* がある。ここではこれらを簡潔に説明する。

プログラム	説明
<i>solver</i> ( <i>solver.exe</i> )	初期値を時間積分し、実際に予報を実行する主プログラム。
<i>gridata</i> ( <i>gridata.exe</i> )	客観解析値等の格子点データファイルからモデルの格子点に変数を補間し、モデル入力用の 3 次元格子点値ファイルを作成するプリプロセッサ。
<i>radata</i> ( <i>radata.exe</i> )	レーダーデータファイルからモデルの格子点に変数を補間し、モデル入力用のレーダ格子点値ファイルを作成するプリプロセッサ。
<i>terrain</i> ( <i>terrain.exe</i> )	標高データファイルからモデルの格子点にその標高値を補間し、モデル入力用の標高ファイルを作成するプリプロセッサ。
<i>surface</i> ( <i>surface.exe</i> )	陸面データファイルからモデルの格子点にその値を補間し、モデル入力用の陸面ファイルを作成するプリプロセッサ。
<i>unite</i> ( <i>unite.exe</i> )	並列実行時に各ノード毎に出力される複数の履歴ファイルもしくは地理情報ファイルを 1 つのファイルにまとめるポストプロセッサ。

### 8.1.2 サブルーチンリスト

*CReSS* は数百のサブルーチンで構成されている。ここではそれらサブルーチンを全て列挙し機能を説明する。これらのサブルーチン群は 1 ルーチンが 1 つのファイルになっているので、ファイル名と次の表をそのまま対照すればよい。

ルーチン名	説明
<i>adjstnc</i>	氷のカテゴリの数密度を混合比に矛盾の無いように強制する。
<i>adjstq</i>	混合比が 0 以下にならないように強制する。
<i>adjstuv</i>	質量調節のために側面境界における水平速度成分を変更する。
<i>advbsp</i>	基準状態の圧力の移流項を計算（鉛直方向のみ）する。
<i>advbspt</i>	基準状態の温位の移流項を計算（鉛直方向のみ）する。
<i>advp</i>	圧力偏差の移流項を計算する。

前のページからの続き

ルーチン名	説明
adv	スカラー変数の移流項を計算する。
advuvw	速度の3成分の移流項を計算する。
aggregat	氷のカテゴリの数密度の凝集項を計算する。
baserho	基準状態の密度とヤコビアンを掛け合わせる。
bc8u	東西速度成分の定義点に補間された変数の境界値を計算する。
bc8v	南北速度成分の定義点に補間された変数の境界値を計算する。
bc8w	鉛直速度成分の定義点に補間された変数の境界値を計算する。
bcbase	基準状態変数の境界値を計算する。
bcphi	リトリバルにおける拡散方程式の境界値を計算する。
bcs2d	2次元のスカラー変数の境界値を計算する。
bar8dg	外部データからデータ領域内で静力学平衡を満たす基準状態変数を抽出する。
bar8mg	外部データからモデル領域内で静力学平衡を満たす基準状態変数を抽出する。
bruntv	プラントバイサラ振動数を計算する。
buoytke	乱流エネルギーの浮力項を計算する。
buoywb	大きいタイムステップによる時間積分時の浮力項を計算する。
buoyws	小さいタイムステップによる時間積分時の浮力項を計算する。
cast1d	水平面一様データ(サウンディングデータを補間)をブロードキャストする。
cast3d	3次元の配列データをブロードキャストする。
castname	ネームリスト変数をブロードキャストする。
chkerr	実行時エラーを検査する。
chkfile	リスタートファイル等、ファイル読み込み時に設定状況を検査する。
chkitr	マスコンモデルの収束状況を検査する。
chkmoist	乾燥実験か湿潤実験かを判定する。
chkopen	同じ拡張子でヒストリファイルが開かれているかを判定する。
chkseidim	同じ時間間隔で水物質の落下項が計算されているかを判定する。
chkstd	標準出力の制御変数を検査する。
closedmp	ヒストリファイルを閉じる。
cloudamt	雲量を計算する。
cloudphy	雲微物理過程の主制御ルーチン。
cnt2phy	反変鉛直速度成分を物理座標における鉛直速度成分へ変換する。
coldrain	冷たい雨のバルクモデルの制御ルーチン。
collc2r	雲水と雨水の衝突項を計算する。
collect	氷も含めた各水物質間の衝突項を計算する。
convc2r	雲水から雨水への変換項を計算する。
convers	氷も含めた各水物質間の変換項を計算する。
copy	同じ次元を持つ配列にその値をコピーする。
coriuv	水平速度成分のコリオリ力を計算する。
coriuvw	全速度成分のコリオリ力を計算する。
cpondht	側面スポンジ層での標高を標高データファイルの標高に滑らかに繋がるように補間する。
cpondpe	全ノード間で同期を取る。

次のページへ続く

前のページからの続き

ルーチン名	説明
cpondsfc	土地利用データと粗度等の陸面の値を対応付ける。
currpe	プリプロセッサにおいて、現在処理中の計算領域にあたるノード番号を取得する。
curveuvw	地球の曲率の効果を計算する。
dbz2kg	降水物質の単位を反射強度 [ dBZe ] から混合比 [ kg kg <sup>-1</sup> ] に変換する。
deposit	氷も含めた水物質の昇華・凝結項を計算する。
destroy	プログラムのエラー処理をする。
dfbcbt	変形速度テンソルの上下境界値を計算する。
dfomten	歪テンソルを計算する。
diabat	圧力擾乱の断熱項を計算する。
diffequa	リトリバルにおける拡散方程式を解く。
disptke	乱流エネルギーの散逸項を計算する。
distrpg	雨水から雪・霰への分配率を計算する。
distrqp	降水物質から雨水・雪・霰混合比への分配率を計算する。
diver2d	水平方向の発散を計算する。
diver3d	3次元の発散を計算する。
diverpe	HE-VE による時間積分時の圧力擾乱の発散項を計算する。
diverpih	HE-VI による時間積分時の圧力擾乱の水平方向の発散項を計算する。
diverpiv	HE-VI による時間積分時の圧力擾乱の鉛直方向の発散項を計算する。
eddydif	渦拡散係数を計算する。
eddyvis	渦粘性係数を計算する。
eddyvsfc	地表面過程の鉛直拡散の渦粘性係数を計算する。
endmpi	MPI による処理の終了。
estimpq	霰の生成項と剥離項を再計算する。
estimsfc	粗度等の陸面の値を再評価する。
evapr2v	雨水から水蒸気の蒸発項を計算する。
exbcsub	長い時間間隔で積分されるスカラー変数の境界値を側面境界値データに強制する。
exbcsub	短い時間間隔で積分されるスカラー変数の境界値を側面境界値データに強制する。
exbcu	東西速度成分の境界値を側面境界値データに強制する。
exbcv	南北速度成分の境界値を側面境界値データに強制する。
exbcw	鉛直速度成分の境界値を側面境界値データに強制する。
exchsn	隣接ノード間で南北方向に値を交換する。
exchwe	隣接ノード間で東西方向に値を交換する。
fituvw	質量保存則を満たすように各速度成分をフィッティング。
forcep	圧力擾乱の移流項・外力項等の制御ルーチン。
forcept	温位擾乱の移流項・外力項等の制御ルーチン。
forceq	液体と気体の水物質の混合比の移流項・外力項等の制御ルーチン。
forceqv	水蒸気混合比の移流項・外力項等の制御ルーチン。
forcesfc	地表面フラックスを計算する。
forceuvw	各速度成分の移流項・外力項等の制御ルーチン。
freezing	雨滴の凍結項を計算する。

次のページへ続く

前のページからの続き

ルーチン名	説明
g2kg	水物質の単位を [ g kg <sup>-1</sup> ] から [ kg kg <sup>-1</sup> ] に変換する。
gaussel	HE-VI による時間積分時にガウスの消去法を実行する。
getcname	指定されたネームリスト文字変数を取得する。
getdate	ssssss 形式のモデル予報時間から <i>yyyymmddhhmm</i> 形式の文字変数を取得する。
getdianc	氷の数密度を予報しない場合に診断的な値を計算する。
getexner	エクスナー関数を計算する。
getiname	指定されたネームリスト整数変数を取得する。
getinarr	指定された範囲のネームリスト整数変数を取得する。
getindx	ある変数に対して、外部データから補間を実行するモデル領域の添字の範囲を取得する。
getmxn	モデル全領域内の各予報変数の最小値・最大値を計算する。
getpt0	温位の初期擾乱の設定する。
getref	水平面に平均された鉛直座標・温位を計算する。
getrname	指定されたネームリスト実数変数を取得する。
getrnarr	指定された範囲のネームリスト実数変数を取得する。
getrsfc	地表面の密度を計算する。
gettime	モデルの現在時間を計算する。
gettrn	モデルの標高を設定する。
getunit	ファイルの入出力番号を取得する。
getvsec	側面境界の鉛直断面積を求める。
getxy	モデルの $x, y$ 座標値を計算する。
getz	モデルの $\zeta$ 座標値 (計算空間) を計算する。
getzph	モデルの $z$ 座標値 (計算空間) を計算する。
grdstep	プリプロセッサ <i>gridata</i> の時間ステップ数を計算する。
gridrv	プリプロセッサ <i>gridata</i> の主制御ルーチン。
gseidel	HE-VI による時間積分時にガウス・ザイデル法を実行する。
heve	HE-VE の制御ルーチン。
hevi	HE-VI の制御ルーチン。
hint2d	2次元データと一致している水平面で、モデル領域へ変数を補間する。
hint3d	3次元データと一致している水平面で、モデル領域へ変数を補間する。
hintlnd	土地利用データをモデル領域へ水平補間する。
hintrad	レーダーデータをモデル領域へ水平補間する。
hndmore0	各混合比の減少に寄与する項を調整する。
inichar	文字変数を初期化 (スペースで) する。
inimpi	MPI による処理の初期化と並列化に関するパラメータを初期化 ( <i>solver</i> のみ) する。
inisfc	地表面過程に関する変数を初期化する。
initke	乱流運動エネルギーを初期化する。
iniunit	ファイルの入出力番号表を初期化 (順番に 11 ~ 64 を配列に代入) する。
inivar	予報変数の初期値の設定の制御ルーチン。
intgdrv	時間積分に関する主制御ルーチン。
intrpobj	客観解析値等の格子点データ値をモデル領域への補間する制御ルーチン。

次のページへ続く

前のページからの続き

ルーチン名	説明
intrprad	レーダーデータ値をモデル領域への補間する制御ルーチン。
jacobian	ヤコビアンとその $z, x$ 成分と $z, y$ 成分を計算する。
kg2g	水物質の単位を [ kg kg <sup>-1</sup> ] から [ g kg <sup>-1</sup> ] に変換する。
lbcs	各数密度・乱流エネルギーの側面境界値を計算する。
lbcsb	温位擾乱・各混合比の側面境界値を計算する。
lbcss	圧力擾乱・温位擾乱の側面境界値を計算する。
lbcu	東西速度成分の側面境界値を計算する。
lbcv	南北速度成分の側面境界値を計算する。
lbcw	鉛直速度成分の側面境界値を計算する。
ll2xy	緯度・経度から $x, y$ 座標値を算出する。
lspdmp	側面スポンジ層での緩和係数を算出する。
lsp	側面スポンジ層でのスカラー変数を側面境界値データに近づくように緩和する。
lspuvw	側面スポンジ層での速度成分を側面境界値データに近づくように緩和する。
mapfct	マップスケールファクターを計算する。
masscon	各速度成分に対するマスコンモデルの主制御ルーチン。
melting	氷物質の融解の項を計算する。
move2d	指定した相対速度で計算領域を移動する。
ndgstep	ナッジングを実行する時間ステップかどうかを判定する。
newcold	雲微物理過程後の温位擾乱、水物質の混合比、氷物質の数密度を計算する。
nuc1stv	昇華核形成の項を計算する。
nuc1stc	内部凍結核・接触凍結核・均質凍結核形成の項を計算する。
nuc2nd	2次氷晶の核形成の項を計算する。
numchar	文字変数の文字数を計算する。
opendmp	ヒストリファイルを開く。
outdmp	ヒストリファイルの出力の制御ルーチン。
outdmp2d	ヒストリファイルに2次元変数を出力する。
outdmp3d	ヒストリファイルに3次元変数を出力する。
outgeo	標高や緯度・経度等のモデルの地理情報を出力する。
outgrd	3次元格子点値ファイルに格子点値を出力する。
outmxn	標準入出力に予報変数の最小値と最大値を出力する。
outrad	レーダー格子点値ファイルに格子点値を出力する。
outr	リスタートファイルに予報変数を出力する。
outsbl	地表面過程に関する変数のヒストリファイルへの出力の制御ルーチン。
outsfc	陸面ファイルに格子点値を出力する。
outstd1	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その1。
outstd2	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その2。
outstd3	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その3。
outstd4	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その4。
outstd5	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その5。
outstd6	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その6。

次のページへ続く

前のページからの続き

ルーチン名	説明
outstd7	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その 7。
outstd8	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その 8。
outstd9	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その 9。
outstd10	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その 10。
outstd11	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その 11。
outstd12	プログラム実行状況に関する標準出力ルーチン その 12。
outtrn	標高ファイルに格子点値を出力する。
pc2kg	相対湿度 [%] を水蒸気混合比 [kg kg <sup>-1</sup> ] に変換する。
pgrad	圧力勾配項を計算する。
pgradiv	HE-VI による時間積分時に鉛直方向のみの圧力勾配項を計算する。
phasev	側面境界における外部データの値と予報値の差の位相速度を計算するドライバルーチン。
phasevbc	側面境界における外部データの値と予報値の差の位相速度を計算するドライバルーチン。
phvbc	側面境界におけるスカラー変数の外部データの値と予報値の差の位相速度を計算する。
phvbcuvw	側面境界における速度変数の外部データの値と予報値の差の位相速度を計算する。
phvs	側面境界におけるスカラー変数の位相速度を計算する。
phvuvw	側面境界における速度変数の位相速度を計算する。
phy2cnt	物理座標における速度成分から反変速度成分を計算する。
phycood	物理空間の $z$ 座標値を計算する。
productg	霰の生成項を計算する。
putunit	使用済みのファイルの入出力番号を番号表に返却する。
raddrv	プリプロセッサ <i>radata</i> の主制御ルーチン。
radiat	太陽放射・下向長波長放射を計算する。
radstep	プリプロセッサ <i>radata</i> の時間ステップ数を計算する。
rdgrd	3次元格子点値ファイルを読み込む。
rdhigh	標高データファイルを読み込む (ユーザーにて変更の必要あり)。
rdini	予報初期の 3次元格子点値ファイルを読み込む。
rdland	土地利用データファイルを読み込む (ユーザーにて変更の必要あり)。
rdname	ネームリスト変数を読み込む。
rdobj	客観解析値等の格子点データファイルを読み込む (ユーザーにて変更の必要あり)。
rdrad	レーダー格子点値ファイルを読み込む。
rdradar	レーダーデータファイルを読み込む (ユーザーにて変更の必要あり)。
rdtgr	リスタートファイルから地中温度の予報値を読み込む。
rdtrn	標高ファイルを読み込む。
rdres	リスタートファイルを読み込む。
rdsfc	陸面ファイルを読み込む。
rdsnd	サウンディングファイルを読み込む。
rdsst	海表面温度データファイルを読み込む (ユーザーにて変更の必要あり)。
resetag	MPI の関数に用いるタグを 0 にリセットする。
reducelb	各ノードにおける側面境界の鉛直断面の計算値の総和を算出する。
rij8mg	各モデル格子点のデータ領域における実数添字を算出する。

次のページへ続く

前のページからの続き

ルーチン名	説明
rotuvm2s	水平成分をモデルの座標系から緯度・経度座標系に回転する。
rotuvs2m	水平成分を緯度・経度座標系からモデルの座標系に回転する。
roughitr	海上の粗度をイタレーションで計算する。
roughnxt	次のタイムステップの海上の粗度を求める。
rstuvw	ヤコビアン × 基準状態の密度 × 各方向の速度成分を計算する。
s2gpv	スカラー変数を同じ格子点値データに近づくようにナッジングする。
s2rad	スカラー変数を同じレーダーデータに近づくようにナッジングする。
satadjst	湿潤飽和調節法を実行する。
sediment	雨水・雪・霰の落下項を計算する。
sedimqr	雨水の落下項を計算する。
set0grd	プリプロセッサ <i>gridata</i> で使用する配列を初期化する。
set0name	ネームリスト変数が代入される配列を初期化する。
set0rad	プリプロセッサ <i>radata</i> で使用する配列を初期化する。
set0sfc	プリプロセッサ <i>surface</i> で使用する配列を初期化する。
set0slv	主プログラム <i>solver</i> で使用する配列を初期化する。
set0trn	プリプロセッサ <i>terrain</i> で使用する配列を初期化する。
set1d	水平面一様データの値を設定する。
setbase	モデル格子点における予報変数の基準状態の値を算出する。
setcnst	入力された配列の全要素に定数を設定する。
setcold	冷たい雨のバルクモデルにおける温度等、各種物理量を計算する。
setgrid	モデル格子の設定の制御ルーチン。
setproj	ポーラステレオ等、地図投影座標系の設定で必要になる係数を計算する。
setrad	<i>solver</i> におけるレーダーデータ処理の主制御ルーチン。
setsfc	地表面の仮温位や水蒸気混合比を計算する。
setvar1d	サウンディングファイル入力の場合の予報変数の初期値の設定ルーチン。
setvar3d	客観解析データ入力の場合の予報変数の初期値の設定ルーチン。
sfcdrv	プリプロセッサ <i>surface</i> の主制御ルーチン。
sfcflx	地表面の摩擦速度とフラックス係数を計算する。
sfcphy	地表面過程の主制御ルーチン。
sheartke	せん断応力を計算する。
shedding	雪・霰の雨水への剥離項を計算する。
slvdrv	主プログラム <i>solver</i> の主制御ルーチン。
smbcsbt	スカラー変数に対する 4 次の数値粘性項の上下境界値を計算する。
smbcssn	スカラー変数に対する 4 次の数値粘性項の南北境界値を計算する。
smbcswe	スカラー変数に対する 4 次の数値粘性項の東西境界値を計算する。
smbcubt	東西速度成分に対する 4 次の数値粘性項の上下境界値を計算する。
smbcusn	東西速度成分に対する 4 次の数値粘性項の南北境界値を計算する。
smbcuwe	東西速度成分に対する 4 次の数値粘性項の東西境界値を計算する。
smbcvbt	南北速度成分に対する 4 次の数値粘性項の上下境界値を計算する。
smbcvsn	南北速度成分に対する 4 次の数値粘性項の南北境界値を計算する。

次のページへ続く



前のページからの続き

ルーチン名	説明
smbcvwe	南北速度成分に対する 4 次の数値粘性項の東西境界値を計算する。
smbcwb	鉛直速度成分に対する 4 次の数値粘性項の上下境界値を計算する。
smbcwsn	鉛直速度成分に対する 4 次の数値粘性項の南北境界値を計算する。
smbcwe	鉛直速度成分に対する 4 次の数値粘性項の東西境界値を計算する。
smoo2s	スカラー変数の 2 次の数値粘性項を計算する。
smoo2uvw	速度成分の 2 次の数値粘性項を計算する。
smoo4s	スカラー変数の 4 次の数値粘性項を計算する。
smoo4uvw	速度成分の 4 次の数値粘性項を計算する。
sndwave	音速を計算する。
sparprt	変数を基準状態と擾乱に分離する。
steppe	HE-VE による時間積分時の次のタイムステップの圧力擾乱を算出する。
steppi	HE-VI による時間積分時の次のタイムステップの圧力擾乱を算出する。
stepptb	長い時間間隔で次のタイムステップの温位擾乱を算出する。
steppts	短い時間間隔で次のタイムステップの温位擾乱を算出する。
stepq	次のタイムステップの液体と固体の水物質の混合比を算出する。
stepqv	次のタイムステップの水蒸気混合比を算出する。
stepsfc	次のタイムステップの境界層における予報変数を算出する。
steptgr	次のタイムステップの地中温度を算出する。
steptke	次のタイムステップの乱流エネルギーを算出する。
stepu	次のタイムステップの東西速度を算出する。
stepv	次のタイムステップの南北速度を算出する。
stepwe	HE-VE による時間積分時の次のタイムステップの鉛直速度を算出する。
stepwi	HE-VI による時間積分時の次のタイムステップの鉛直速度を算出する。
stretch	モデル格子の鉛直方向へのストレッチングを実行する。
strsten	応力テンソルを計算する。
swp2nxt	次の時間積分に備え配列をスワップする。
t2pt	変数を温度から温位へ変換する。
timeflt	Asselin フィルターを実行する。
tkequa	1.5 次のクロージャーモデルの制御ルーチン。
trilat	コリオリ係数を算出する。
trndamp	標高データファイルの標高に滑らかに繋がるようする制御ルーチン。
trndrv	プリプロセッサ <i>terrain</i> の主制御ルーチン。
turbdrv	乱流計算の主制御ルーチン。
turbflx	スカラーの予報変数の乱流フラックスを計算する。
turbs	スカラーの予報変数に関する乱流項 (サブグリッド成分) を計算する。
turbuvw	速度の予報変数に関する乱流項 (サブグリッド成分) を計算する。
undefsst	海表面温度データの未定義点に値を補間する。
unidrv	プリプロセッサ <i>unite</i> の主制御ルーチン。
unistep	プリプロセッサ <i>unite</i> の時間ステップ数を計算する。
uvw2gpv	速度成分を同じ格子点値データに近づくようにナッジングする。

次のページへ続く

前のページからの続き

ルーチン名	説明
uvw2rad	速度成分を同じレーダーデータに近づくようにナッジングする。
var8uvw	ある変数を速度の定義点へ補間する。
vbcp	圧力擾乱の上下端境界値を計算する。
vbcsc	温位擾乱・各混合比（圧力以外のスカラー予報変数）の上下端境界値を計算する。
vbcssf	温位擾乱・水蒸気混合比の下端境界値を計算する。
vbcu	東西速度成分の上下端境界値を計算する。
vbcusf	東西速度成分の下端境界値を計算する。
vbcv	南北速度成分の上下端境界値を計算する。
vbcvsf	南北速度成分の下端境界値を計算する。
vbcwp	鉛直速度成分の上下端境界値を計算する。
vbcwc	鉛直反変速度成分の上下端境界値を計算する。
vint11	鉛直方向に、1次元外部データからより間隔の狭い水平面に変数を補間する。
vint113g	鉛直方向に、1次元中間外部データからモデル領域へ変数を補間する。
vint113s	鉛直方向に、サウンディングデータからモデル領域へ変数を補間する。
vint133g	鉛直方向に、格子点値データからモデル領域へ変数を補間する。
vint133r	鉛直方向に、レーダーデータからモデル領域へ変数を補間する。
vint31g	鉛直方向に、格子点値データの3次元座標系から鉛直1次元座標系へ変数を補間する。
vint31r	鉛直方向に、モデルの3次元座標系から鉛直1次元座標系へ変数を補間する。
vint31s	鉛直方向に、レーダーデータの3次元座標系から鉛直1次元座標系へ変数を補間する。
vintobj	客観解析値等の格子点データの鉛直補間の制御ルーチン。
vintrad	レーダーデータの鉛直補間の制御ルーチン。
vspdm	上端スポンジ層での緩和係数を算出する。
vsps	上端スポンジ層でのスカラー変数を緩和する。
vspuvw	上端スポンジ層での速度成分を緩和する。
warmrain	暖かい雨のバルクモデルの制御ルーチン。
xy2ll	$x, y$ 座標値から緯度・経度を算出する。
xy2ij	$x, y$ 座標値から実数添字を算出する。

### 8.1.3 インクルードファイルリスト

*CReSS* のインクルードファイルには、Fortran の common 文が記述されているファイルと、namelist 文が記述されているファイルがある。これらの他に、コンパイルの際にテンポラリで生成される配列の大きさが記述されたインクルードファイルもあるが、ここには示さない。

ファイル名	説明
comdmp.h	ヒストリファイルに関する制御変数とその common 文が記述されている。
comindx.h	ネームリスト変数が収められた配列のインデックスとその common 文が記述されている。
commpi.h	並列化に関するパラメータとその common 文が記述されている。
comname.h	ネームリスト変数を配列に代入した、その配列と common 文が記述されている。

次のページへ続く

前のページからの続き

ファイル名	説明
comstd.h	標準入出力に関する制御変数とその common 文が記述されている。
comunit.h	ファイルの入出力の番号表の配列とその common 文が記述されている。
namelist.h	ネームリスト変数が記述されている。

#### 8.1.4 MPIルーチンリスト

*CReSS* のプログラムコードには上記のルーチンの呼び出しの他に、MPI ルーチンの呼び出しもある。ここでは、コードで使用されている MPI ルーチンのみを列挙する。なお、MPI ルーチンの詳細に関しては、公式マニュアルにあるので参考にするとよい。

ルーチン名	説明
mpi_allreduce	全ノードに同じ操作を適用する。
mpi_barrier	ノード間の同期を取る。
mpi_bcast	あるノードから他の全てのノードへデータをブロードキャストする。
mpi_comm_rank	ノード番号を取得する。
mpi_comm_size	全ノード数を取得する。
mpi_finalize	MPI を終了する。
mpi_gather	あるノードに他のノードの値を集める。
mpi_init	MPI を初期化する。
mpi_sendrecv	データの送信と受信を同時に行なう。

## 8.2 プログラムのツリー図

本節では、節 8.1.1 で説明した *CReSS* の各プログラムのツリー図を示す。なお、MPI のライブラリルーチンの呼び出し部分は、*CReSS* 独自のルーチンではないので示されていない。

### 8.2.1 主プログラム *solver* の構造

```

solver
|----- inimpi
|         |----- outstd1
|         |----- chkerr
|         |----- destroy
|         |         |----- endmpi
|         |         |----- outstd2
|----- iniunit
|----- rdname
|         |----- set0name
|         |         |----- inichar
|         |         |----- setcnst
|         |         |----- inichar
|         |         |----- chkerr
|         |         |----- destroy
|         |         |         |----- endmpi
|         |         |         |----- outstd2
|         |----- cpondpe

```

```

|----- numchar
|----- outstd7
|----- outstd5
|----- chkstd
|----- castname

|----- set0slv
|----- getiname
|----- setcnst

|----- setgrid
|----- getiname
|----- getxy
|----- getrname

|----- setproj
|----- getiname
|----- getrname

|----- xy211
|----- getiname
|----- getindx
|----- getrname

|----- setcnst
|----- mapfct
|----- getiname
|----- setcnst

|----- setcnst
|----- trilat
|----- getiname
|----- setcnst

|----- gettrn
|----- getiname
|----- getrname
|----- setcnst
|----- rdtrn
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getunit
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- outstd3
|----- outstd5
|----- chkstd
|----- set0name
|----- inichar
|----- setcnst
|----- chkfile
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- putunit

|----- exchwe
|----- getiname

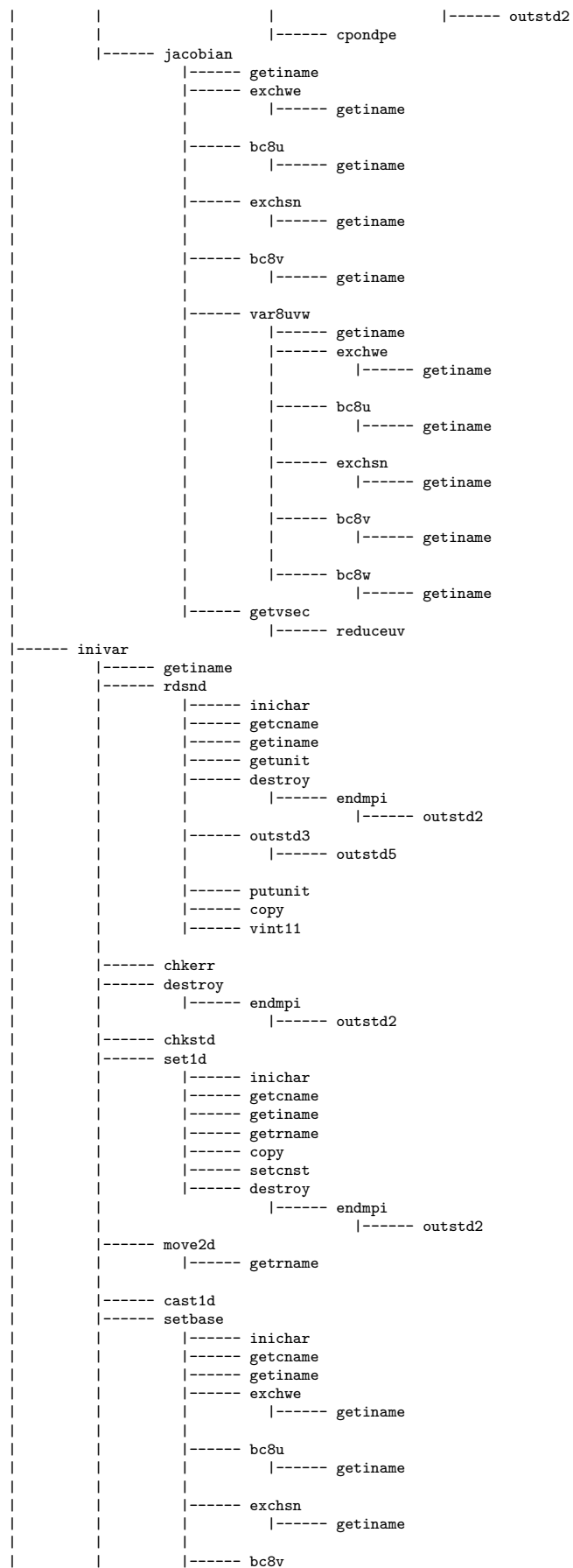
|----- exchn
|----- getiname

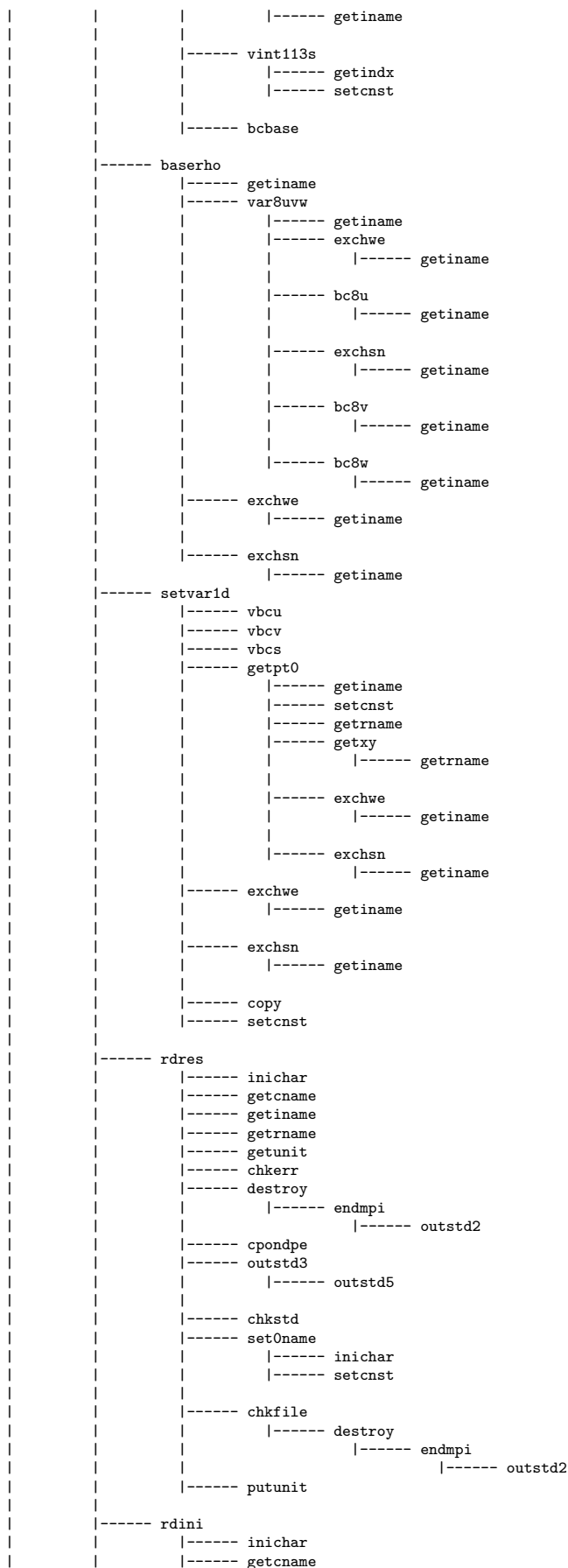
|----- bcs2d
|----- getiname

|----- getz
|----- getrname

|----- phycood
|----- getiname
|----- getrname
|----- copy
|----- stretch
|----- getiname
|----- getrname
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi

```





```

|----- getiname
|----- getunit
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- outstd3
|----- outstd5
|----- chkstd
|----- set0name
|----- inichar
|----- setcnst
|----- chkfile
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- putunit
|----- chkmoist
|----- getiname
|----- setvar3d
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- vbcu
|----- vbcv
|----- phy2cnt
|----- getiname
|----- copy
|----- vbcwc
|----- getiname
|----- vbcwp
|----- getiname
|----- vbcp
|----- getiname
|----- vbcs
|----- getdianc
|----- exchwe
|----- getiname
|----- exchn
|----- getiname
|----- copy
|----- lspdmp
|----- getiname
|----- getrname
|----- vspdmp
|----- getrname
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- inisfc
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getrname
|----- rdsfc
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getrname
|----- getunit
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- outstd3
|----- outstd5
|----- chkstd
|----- set0name

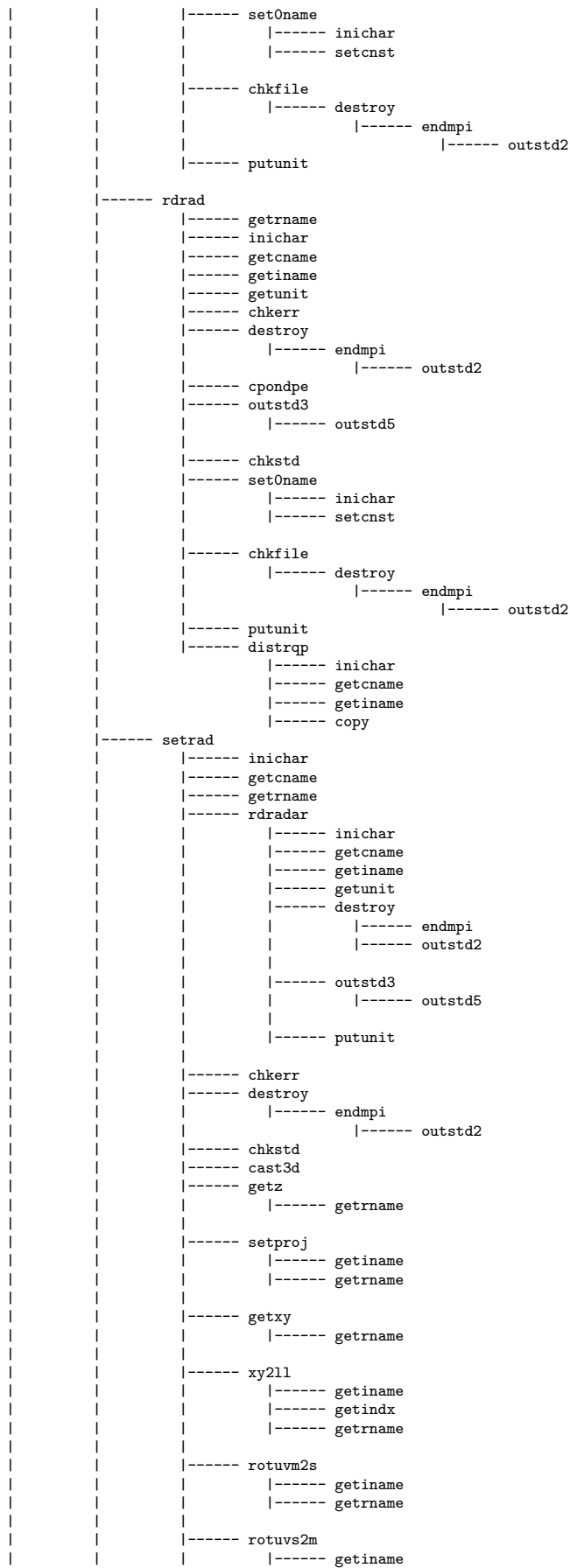
```

```

|----- inichar
|----- setcnst
|----- chkfile
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- putunit
|----- copy
|----- rdres
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getrname
|----- getunit
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- outstd3
|----- outstd5
|----- chkstd
|----- setOname
|----- inichar
|----- setcnst
|----- chkfile
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- putunit
|----- sndwave
|----- outgeo
|----- getrname
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getunit
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- outstd3
|----- outstd5
|----- chkstd
|----- outstd12
|----- putunit
|----- chkopen
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- chkstd
|----- slvdrv
|----- inichar
|----- getiname
|----- getrname
|----- outstd6
|----- chkstd
|----- gettime
|----- getiname
|----- getrname
|----- rdgrd
|----- getrname
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getunit
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- outstd3
|----- outstd5
|----- chkstd

```

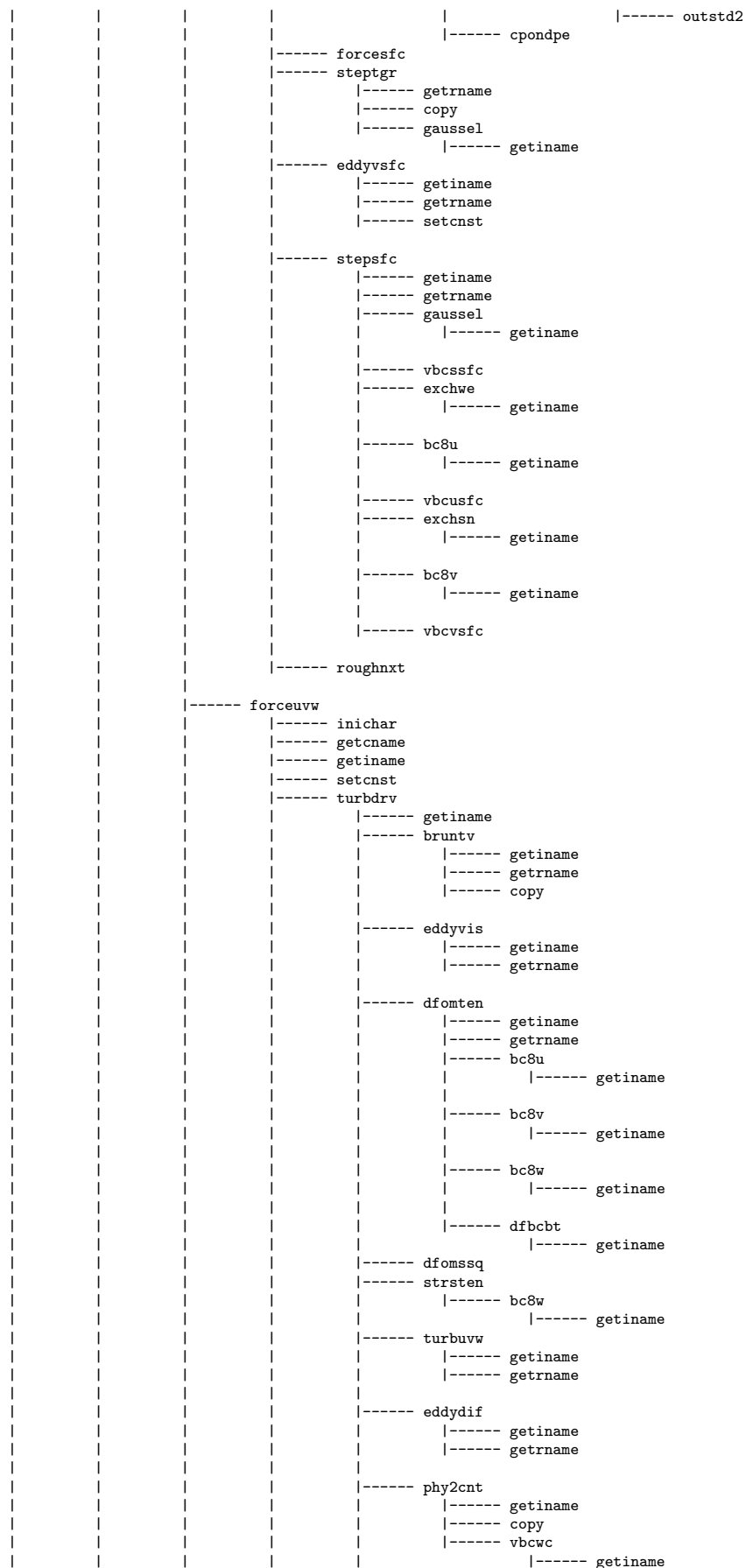












```

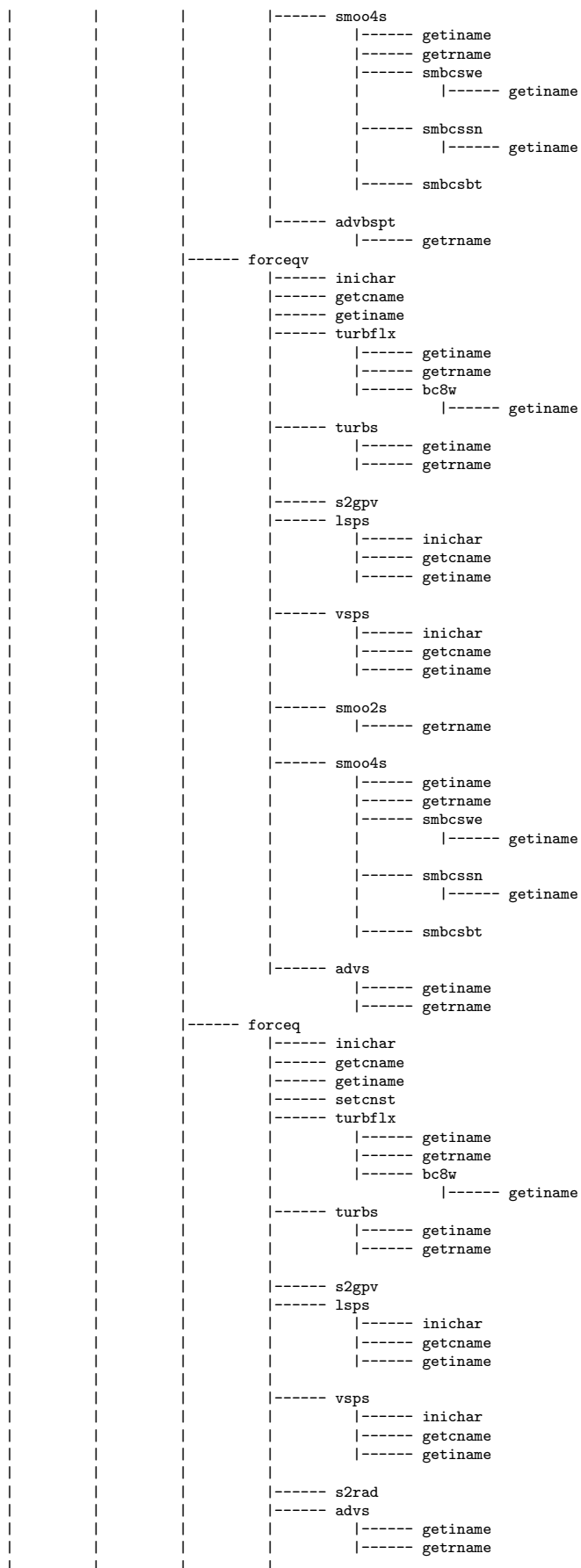
|----- tkequa
|----- getiname
|----- initke
|----- getiname
|----- getrname
|----- rstuvwc
|----- getiname
|----- turbflx
|----- getiname
|----- getrname
|----- bc8w
|----- getiname
|----- turbs
|----- getiname
|----- getrname
|----- advs
|----- getiname
|----- getrname
|----- smoo2s
|----- getrname
|----- smoo4s
|----- getiname
|----- getrname
|----- smbcswe
|----- getiname
|----- smbcssn
|----- getiname
|----- smbcsbt
|----- sheartke
|----- disptke
|----- getrname
|----- eddydif
|----- getiname
|----- getrname
|----- buoytke
|----- getiname
|----- getrname
|----- steptke
|----- getiname
|----- getrname
|----- exchwe
|----- getiname
|----- exchn
|----- getiname
|----- lbcs
|----- getiname
|----- getrname
|----- vbcs
|----- phvs
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getrname
|----- setcnst
|----- copy
|----- uvw2gpv
|----- inichar
|----- getcname
|----- lspuvw
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- vspuvw
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname

```

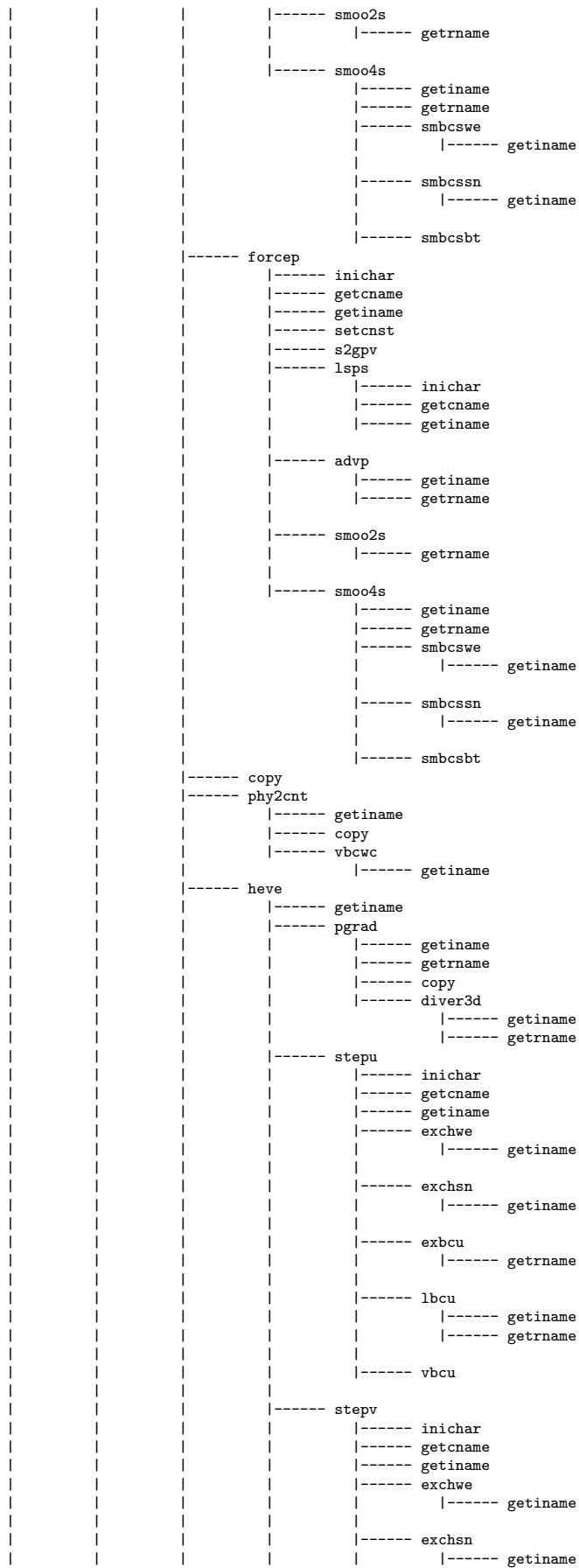
```

|----- uvw2rad
|         |----- inichar
|         |----- getcname
|----- phy2cnt
|         |----- getiname
|         |----- copy
|         |----- vbcwc
|         |         |----- getiname
|----- rstuvc
|         |----- getiname
|----- advuv
|         |----- getiname
|         |----- getrname
|----- smoo2uvw
|         |----- getrname
|----- smoo4uvw
|         |----- getiname
|         |----- getrname
|         |----- smbcuwe
|         |         |----- getiname
|         |----- smbcusn
|         |         |----- getiname
|         |----- smbcubt
|         |----- smbcvwe
|         |         |----- getiname
|         |----- smbcvsn
|         |         |----- getiname
|         |----- smbcvbt
|         |----- smbcwwe
|         |         |----- getiname
|         |----- smbcwsn
|         |         |----- getiname
|         |----- smbcwbt
|         |         |----- getiname
|----- coriuv
|----- coriuvw
|----- curveuvw
|         |----- getiname
|----- buoywb
|         |----- getiname
|         |----- setcst
|         |----- copy
|----- forcept
|         |----- inichar
|         |----- getcname
|         |----- getiname
|         |----- turbflx
|         |         |----- getiname
|         |         |----- getrname
|         |         |----- bc8w
|         |         |         |----- getiname
|----- turbs
|         |----- getiname
|         |----- getrname
|----- s2gpv
|----- lspv
|         |----- inichar
|         |----- getcname
|         |----- getiname
|----- vsps
|         |----- inichar
|         |----- getcname
|         |----- getiname
|----- advs
|         |----- getiname
|         |----- getrname
|----- smoo2s
|         |----- getrname

```







```

|----- exbcv
|----- |----- getrname
|----- lbcv
|----- |----- getiname
|----- |----- getrname
|----- vbcv
|----- buoyws
|----- stepwe
|----- |----- inichar
|----- |----- getcname
|----- |----- getiname
|----- |----- exchwe
|----- |----- |----- getiname
|----- |----- exchn
|----- |----- |----- getiname
|----- |----- exbcw
|----- |----- |----- getrname
|----- |----- lbcw
|----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- getrname
|----- |----- phy2cnt
|----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- copy
|----- |----- |----- vbcwc
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- |----- vbcwp
|----- |----- |----- getiname
|----- advbsp
|----- diverpe
|----- |----- diver3d
|----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- getrname
|----- steppe
|----- |----- inichar
|----- |----- |----- getcname
|----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- exchwe
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- exchn
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- exbcss
|----- |----- |----- |----- getrname
|----- |----- |----- lbcss
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- vbcp
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- steppts
|----- |----- inichar
|----- |----- |----- getcname
|----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- exchwe
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- exchn
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- exbcss
|----- |----- |----- |----- getrname
|----- |----- |----- lbcss
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- |----- getrname
|----- |----- vbcv
|----- hevi
|----- |----- getiname
|----- |----- |----- getrname
|----- |----- |----- pgrad
|----- |----- |----- |----- getiname
|----- |----- |----- |----- getrname
|----- |----- |----- |----- copy
|----- |----- |----- |----- diver3d

```





```

|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- exchwe
|         |----- getiname
|----- exchn
|         |----- getiname
|----- exbsb
|         |----- getrname
|----- lbcsb
|         |----- getiname
|         |----- getrname
|----- vbcs
|----- lbcs
|         |----- getiname
|         |----- getrname
----- cloudphy
|----- getiname
|----- kg2g
|         |----- getiname
|----- getexner
|----- warmrain
|         |----- adjstq
|         |----- convc2r
|         |----- collc2r
|         |----- evapr2v
|         |----- sedimqr
|         |         |----- getrname
|         |         |----- chksedim
|         |----- satadjst
|----- coldrain
|         |----- getiname
|         |----- getrsfc
|         |----- adjstq
|         |----- adjstnc
|         |----- nuclstv
|         |         |----- getiname
|         |         |----- getrname
|         |----- nuclstc
|         |         |----- getiname
|         |         |----- getrname
|         |----- getdianc
|         |----- setcold
|         |         |----- getrname
|         |----- collect
|         |         |----- getiname
|         |----- productg
|         |----- aggregat
|         |         |----- getiname
|         |----- melting
|         |----- deposit
|         |----- convers
|         |         |----- getiname
|         |         |----- getrname
|         |----- nuc2nd
|         |----- freezing
|         |         |----- getiname
|         |----- shedding
|         |----- distrpg
|         |----- hndmore0
|         |         |----- getiname
|         |----- estimpg
|         |----- newcold
|         |         |----- getiname
|         |----- sediment
|         |         |----- getiname
|         |         |----- getrname
|         |         |----- chksedim

```

```

|
|
|
|----- satadjst
|----- g2kg
|----- getiname
----- exchwe
|----- getiname
----- exchsn
|----- getiname
----- timeflt
|----- getiname
|----- getrname
----- phasev
|----- getiname
|----- phvuvw
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getrname
|----- setcnst
|----- phvs
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getrname
|----- setcnst
----- phasevbc
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- phvbcuvw
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getrname
|----- setcnst
|----- phvbc
|----- getiname
|----- getrname
|----- setcnst
----- diabat
|----- getiname
----- swp2nxt
|----- getiname
|----- copy
----- outres
|----- getrname
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getunit
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
----- cpondpe
----- outstd3
|----- outstd5
----- chkstd
----- putunit
----- chkopen
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
----- outmxn
|----- getrname
|----- getiname
|----- outstd10
|----- chkstd
|----- getmxn
----- outstd4
|----- getiname
|----- outstd6

```

```

|          |----- cpondpe
|          |----- resetag
|-----  endmpi
|          |----- outstd2

```

## 8.2.2 プリプロセッサ *gridata* の構造

```

gridata
|----- inimpi
|          |----- outstd1
|-----  iniunit
|-----  rdname
|          |----- set0name
|          |          |----- inichar
|          |          |----- setcnst
|          |----- inichar
|          |----- chkerr
|          |----- destroy
|          |          |----- endmpi
|          |          |          |----- outstd2
|          |----- cpondpe
|          |----- numchar
|          |----- outstd7
|          |          |----- outstd5
|          |----- chkstd
|          |----- castname
|-----  set0grd
|          |----- setcnst
|-----  gridrv
|          |----- inichar
|          |----- getcname
|          |----- getiname
|          |----- getrname
|          |----- outstd6
|          |----- setproj
|          |          |----- getiname
|          |          |----- getrname
|          |----- getxy
|          |          |----- getrname
|          |----- xy211
|          |          |----- getiname
|          |          |----- getindx
|          |          |----- getrname
|          |----- getz
|          |          |----- getrname
|          |----- grdstep
|          |          |----- destroy
|          |          |          |----- endmpi
|          |          |          |          |----- outstd2
|          |----- getdate
|          |          |----- chkerr
|          |          |----- destroy
|          |          |          |----- endmpi
|          |          |          |          |----- outstd2
|          |----- rdobj
|          |          |----- inichar
|          |          |----- getcname
|          |          |----- getiname
|          |          |----- getunit
|          |          |----- destroy
|          |          |          |----- endmpi
|          |          |          |          |----- outstd2
|          |          |----- outstd3
|          |          |          |----- outstd5
|          |          |----- putunit
|          |----- destroy
|          |          |----- endmpi
|          |          |          |----- outstd2

```

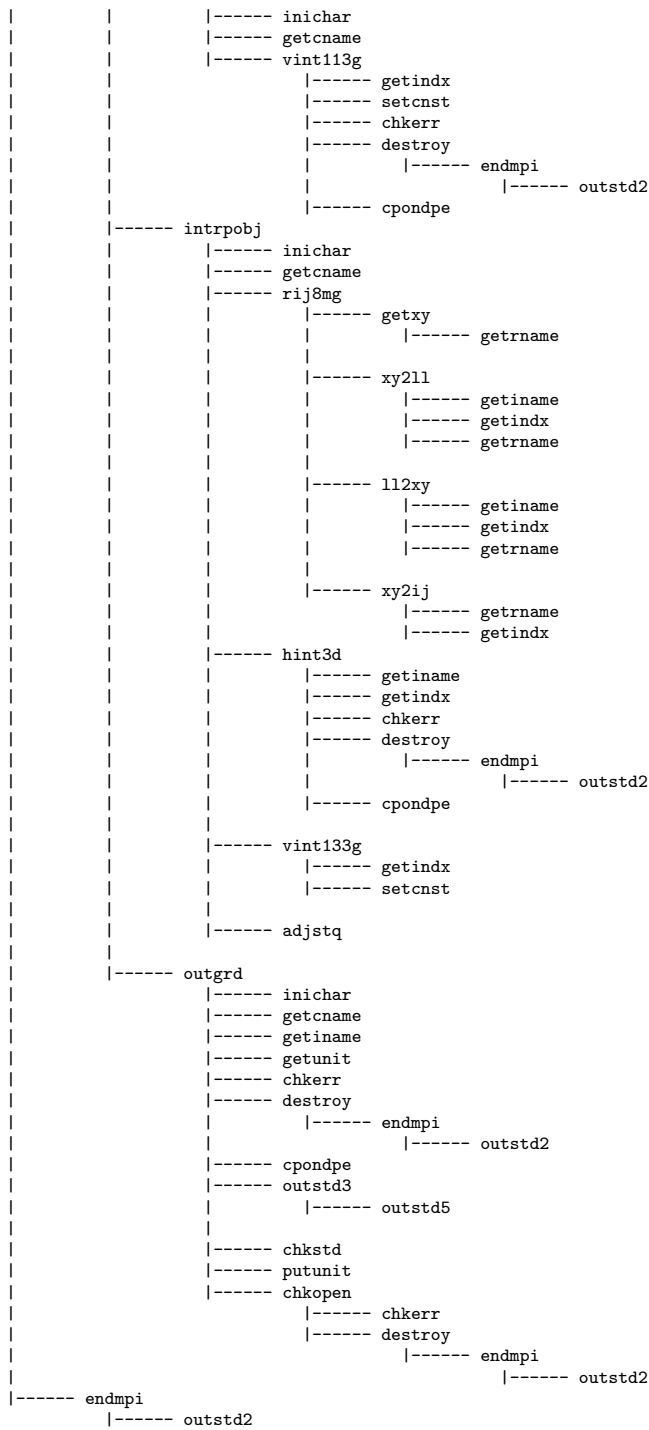
```

|----- t2pt
|----- pc2kg
|----- bar8dg
|         |----- inichar
|         |----- getcname
|         |----- getref
|         |         |----- setcnst
|         |         |----- copy
|         |         |----- vint11
|
|         |----- vint113g
|         |         |----- getindx
|         |         |----- setcnst
|         |         |----- chkerr
|         |         |----- destroy
|         |         |         |----- endmpi
|         |         |         |         |----- outstd2
|         |         |----- cpondpe
|
|         |----- destroy
|         |         |----- endmpi
|         |         |         |----- outstd2
|
|----- rotuvms
|         |----- getiname
|         |----- getrname
|
|----- rotuvs2m
|         |----- getiname
|         |----- getrname
|
|----- sparprt
|----- trndamp
|         |----- getxy
|         |         |----- getrname
|
|         |----- gettrn
|         |         |----- getiname
|         |         |----- getrname
|         |         |----- setcnst
|         |         |----- rdtrn
|         |         |         |----- inichar
|         |         |         |----- getcname
|         |         |         |----- getiname
|         |         |         |----- getunit
|         |         |         |----- chkerr
|         |         |         |----- destroy
|         |         |         |         |----- endmpi
|         |         |         |         |         |----- outstd2
|         |         |         |         |----- cpondpe
|         |         |         |         |----- outstd3
|         |         |         |         |         |----- outstd5
|         |         |         |         |----- chkstd
|         |         |         |         |----- set0name
|         |         |         |         |         |----- inichar
|         |         |         |         |         |----- setcnst
|         |         |         |         |----- chkfile
|         |         |         |         |         |----- destroy
|         |         |         |         |         |         |----- endmpi
|         |         |         |         |         |         |         |----- outstd2
|         |         |         |         |----- putunit
|
|----- rij8mg
|         |----- getxy
|         |         |----- getrname
|
|         |----- xy211
|         |         |----- getiname
|         |         |         |----- getindx
|         |         |         |----- getrname
|
|         |----- 112xy
|         |         |----- getiname
|         |         |         |----- getindx
|         |         |         |----- getrname
|
|         |----- xy2ij
|         |         |----- getrname
|         |         |         |----- getindx
|
|----- hint2d
|         |----- getiname
|         |         |----- getindx
|         |         |----- chkerr
|         |         |----- destroy

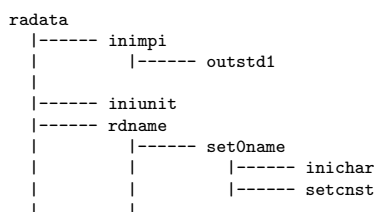
```







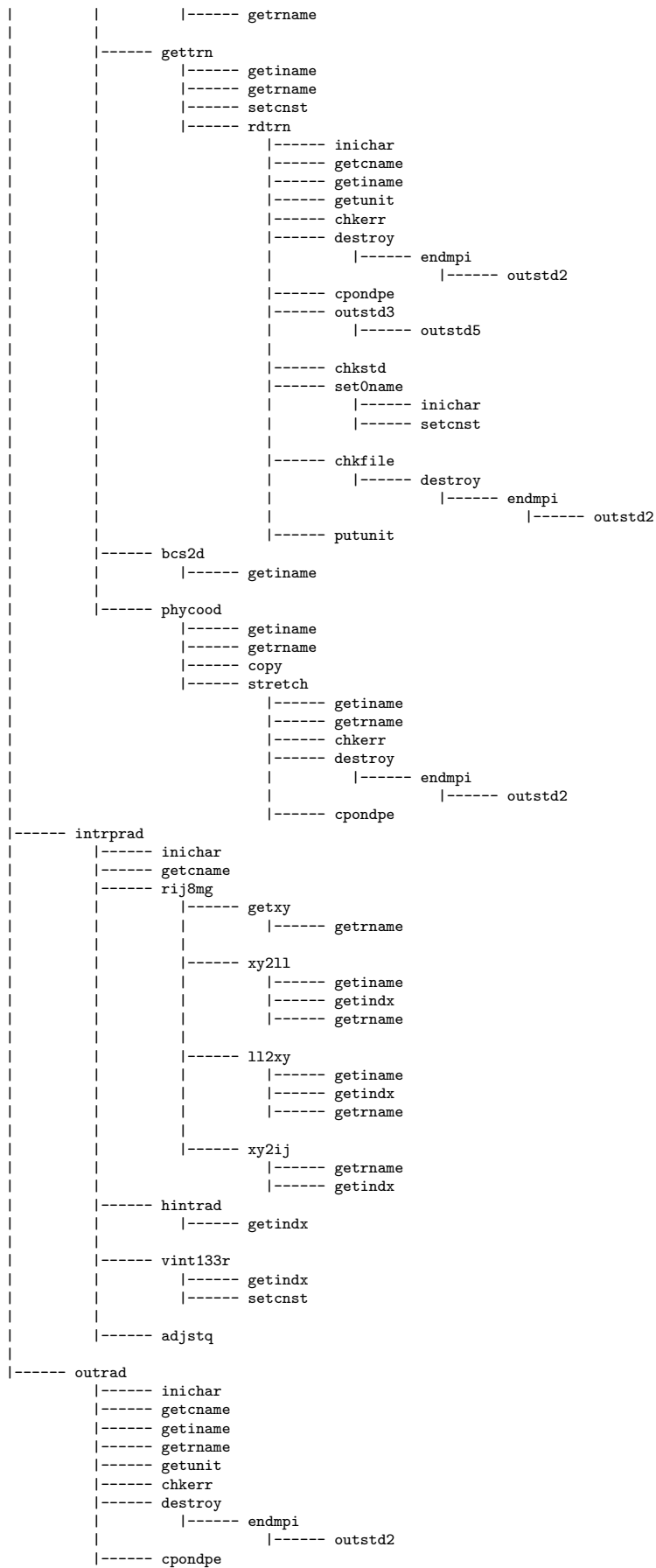
### 8.2.3 プリプロセッサ *radata* の構造

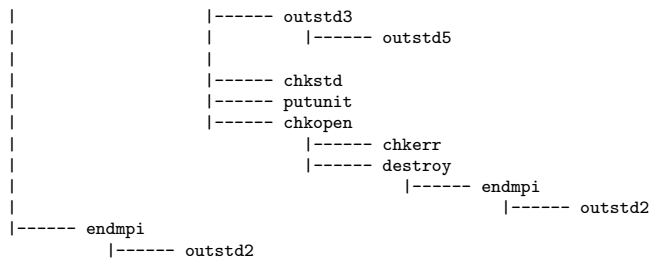


```

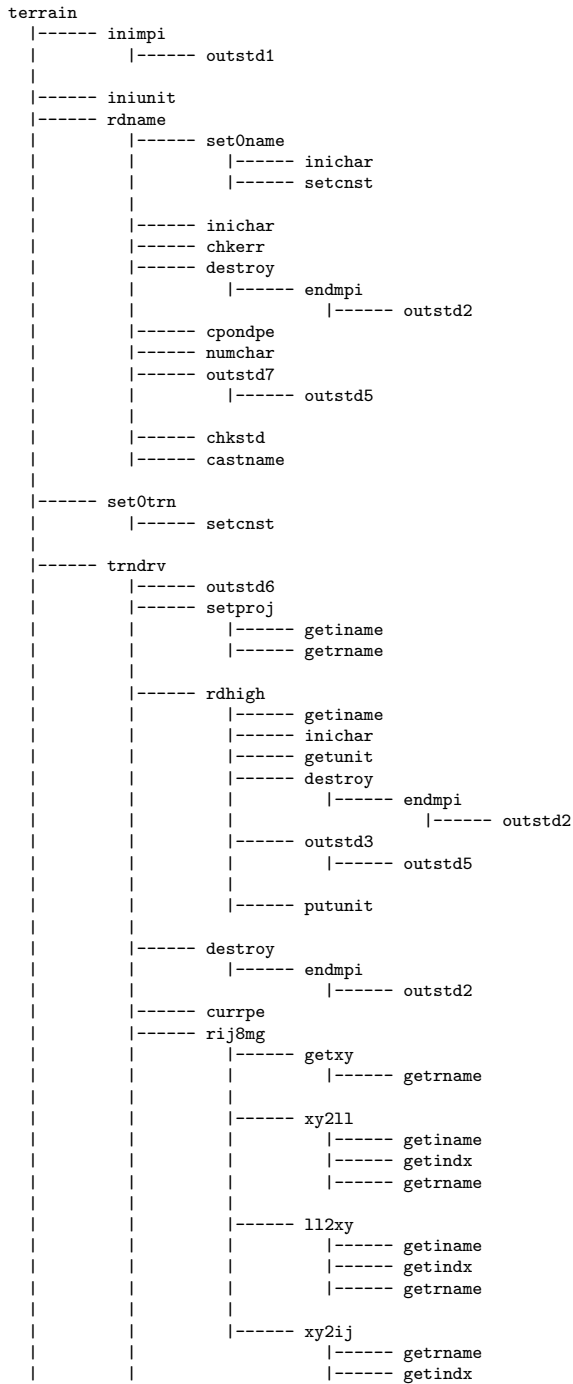
|----- inichar
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- numchar
|----- outstd7
|----- outstd5
|----- chkstd
|----- castname
|----- set0rad
|----- setcnst
|----- raddrv
|----- inichar
|----- getcname
|----- getrname
|----- outstd6
|----- setproj
|----- getiname
|----- getrname
|----- getxy
|----- getrname
|----- xy211
|----- getiname
|----- getindx
|----- getrname
|----- getz
|----- getrname
|----- radstep
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- getdate
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- rdradar
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getunit
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- outstd3
|----- outstd5
|----- putunit
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- rotuvms
|----- getiname
|----- getrname
|----- rotuvs2m
|----- getiname
|----- getrname
|----- dbz2kg
|----- getrname
|----- vintrad
|----- inichar
|----- getcname
|----- vint31r
|----- setcnst
|----- copy
|----- currpe
|----- getzph
|----- getiname
|----- getxy

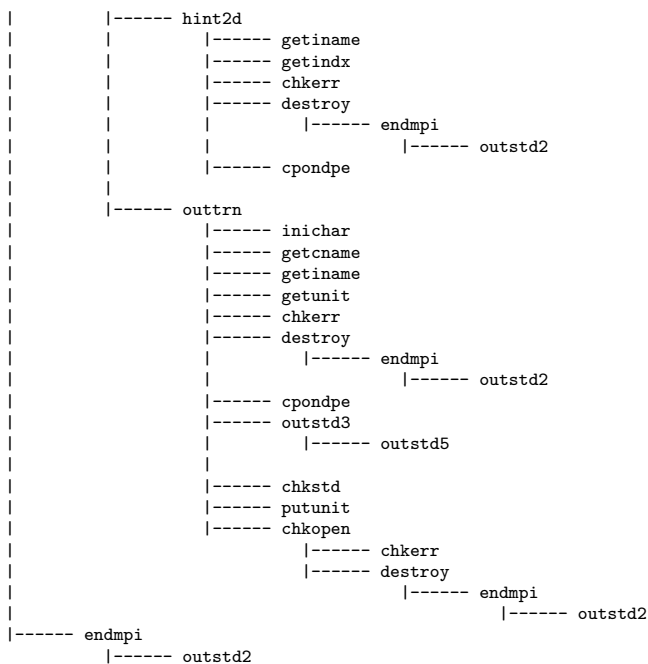
```



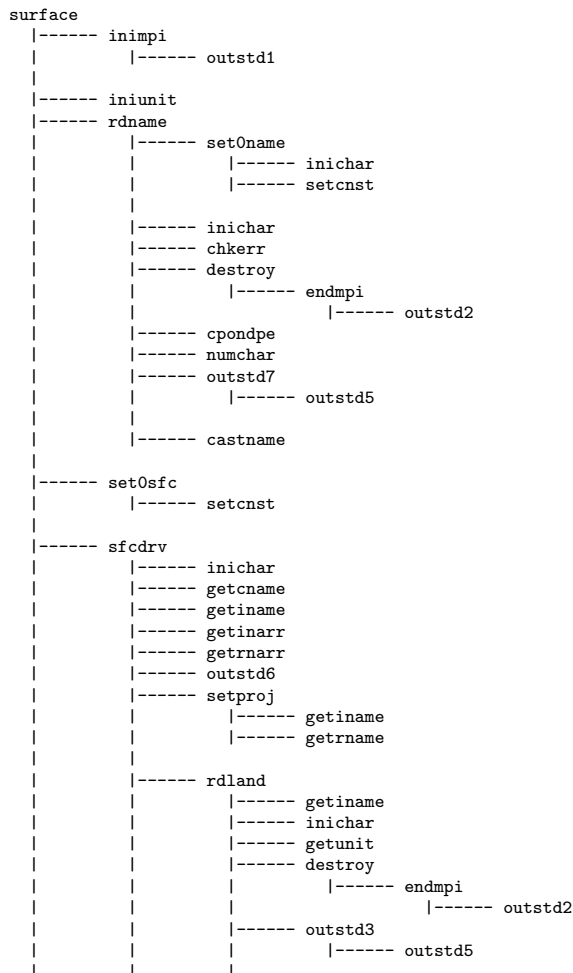


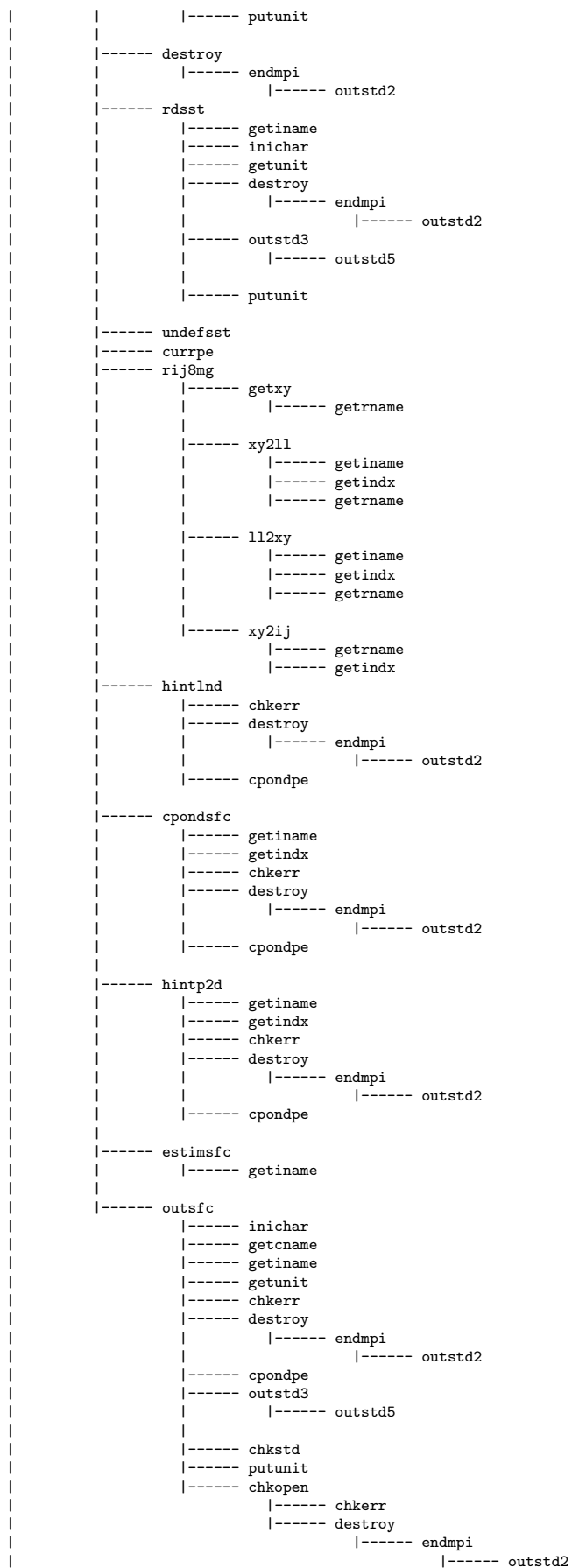
### 8.2.4 プリプロセッサ *terrain* の構造





### 8.2.5 プリプロセッサ *surface* の構造





```

|----- endmpi
|----- outstd2

```

## 8.2.6 ポストプロセッサ *unite* の構造

```

unite
|----- inimpi
|----- outstd1
|----- iniunit
|----- rdname
|----- set0name
|----- inichar
|----- setcnst
|----- inichar
|----- chkerr
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- cpondpe
|----- numchar
|----- outstd7
|----- outstd5
|----- chkstd
|----- castname
|----- setcnst
|----- unidrv
|----- inichar
|----- getcname
|----- getiname
|----- getrname
|----- outstd6
|----- unistep
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- getunit
|----- destroy
|----- endmpi
|----- outstd2
|----- outstd3
|----- outstd2
|----- currpe
|----- putunit
|----- endmpi
|----- outstd2

```



## 第9章

# *CReSS* の設定と実行

本章では、*CReSS* の設定とデータフロー、そして、実行方法を説明する。

*CReSS* には、コンパイルコマンドやコンパイルオプションを設定するファイル `compile.conf` と、コンパイルや実行を制御する設定ファイル `user.conf` の2つの設定ファイルがある。本章では、これら2つの設定ファイルのうち、特に、コンパイルや実行を制御する設定ファイル `user.conf` の各種変数の設定方法を詳述する。この設定ファイルは Fortran のネームリストのフォーマットで記述されているが、実行の際はもちろんのこと、コンパイルの際にも読み込まれる。よって、ソースファイルの一部を書き換えることにより配列の大きさを変更するということはない。

次に、データフローと入出力ファイルについて説明する。また、それらの入出力ファイルのなかで、ユーザーにて操作する必要があるファイルのフォーマットについても説明する。

実行方法については、次に、ケルビンヘルムホルツ不安定波の実験例を用いて、主プログラムのコンパイルから実行、そして、結果のファイルを出力するまでの、必要となる一連の作業を説明する。さらに、プリプロセッサならびにポストプロセッサの実行方法を説明する。

## 9.1 設定ファイル

### 9.1.1 設定の注意点

CReSS の設定ファイルは Fortran のネームリスト形式であるが、別途、注意すべき点を 2 つ挙げる。

- この設定ファイルは CReSS をコンパイルするときにも読み込まれ、独自のシェルスクリプトによって処理される。この処理の都合上、変数名とその値の間の “=” の前後は 1 つ以上のスペースで区切られてなければならない。
- 変数によってはプリプロセッサと主プログラム *solver* の間に依存関係があり、そのような変数がプリプロセッサの設定と主プログラムの設定で合致しない場合（配列の大きさやオプションが違う等）には、エラーを出力し実行中のプログラムは停止する。

### 9.1.2 設定の詳細

#### & sysdep

ここでは、機種依存の変数を設定する。全てのプログラムに使用されるが、特に依存関係はない。

wlength            *integer* \* 4

直接探査の書式なしバイナリファイルの語長で、大抵の機種では 4 である。

#### & dmiset

ここでは、計算領域の分割数や格子数を設定する。全てのプログラムに使用され、それらの間に依存関係がある。

xpedim, ypedim    *integer* \* 4

モデル領域の  $x, y$  方向の分割数を設定する。全体のノード数は  $x \times y$  となる。

xdim, ydim        *integer* \* 4

モデルの  $x, y$  方向の格子数を設定する。Arakawa C グリッドで格子は設定されるので、スカラー変数は各方向とも 1 少ない点数となる。また、各ノードが担当する格子数を同じにするため、以下の式を満たすように設定しなければならない。

$$(xdim - 3) / xpedim = integer$$

$$(ydim - 3) / ypedim = integer$$

zdim                *integer* \* 4

モデルの  $z$  方向の格子数を設定する。Arakawa C グリッドで格子は設定されるので、スカラー変数は 1 少ない点数となる。また、プログラムにおいて仮配列の受け渡しの必要性から、 $cphopt \geq 2$  の場合  $zdim \geq 12$ 、 $sfcopt \geq 1$  の場合  $zdim \geq 10$  を設定しなければならない。

---

**& expname**

ここでは、モデル実行時の実験名を設定する。*solver*, *gridata*, *terrain* に使用され、依存関係がある。

---

**exprim**                    *character \* 80*  
実験名をこの変数に設定する。なお、80文字以上の実験名を記述してはならない。そのまま、この変数は入出力されるファイル名の一部となる。例えばサウンディングファイルの場合には、*exprim.sounding.txt* のようになるので、ファイル名に使用できない特殊な文字は記述してはならない。

---

**& project**

ここでは、モデルの水平方向の座標系を設定する。*solver*, *gridata*, *terrain* に使用され、依存関係がある。

---

**mpopt**                    *integer \* 4*  
モデルの *x, y* 座標系の地図投影法の選択オプション。以下の4種類の方法により座標系を設定できる。  
1: 平射図法により座標系を設定  
2: ランベルト正角円錐図法により座標系を設定  
3: 正角円筒図法により座標系を設定  
4: 地図投影をせず座標系を設定。格子点は正確に地球上の位置に反映されるが、矩形であるべき計算領域は地球に沿って曲がったものとなり、計算領域が広い場合には誤差を生じる。

**nspol**                    *integer \* 4*  
モデル領域が地図座標系の場合に、投影の基点が北半球にあるか南半球にあるかのフラッグ。  
1: モデル領域の座標系は北半球基点  
-1: モデル領域の座標系は南半球基点

**tlat1, tlat2**            *real \* 4*  
地図投影座標系の基準緯度（この緯度では歪がない）を設定する。単位は [°] であり、南半球の緯度は負である。ランベルト正角円錐図法を用いる場合は、2つの基準緯度を設定（*tlat2* も使用）することになる。地図投影座標系が指定されていない場合には、設定の必要はない。

**tlon**                    *real \* 4*  
モデル座標系の基準経度（この経度でモデル領域の *y* 軸は地球の経度線と一致する）を設定する。上記の基準緯度と違い、*mpopt* = 4 の場合にも設定しなければならない。単位は [°] であり、西経の経度は負である。

---

**& gridset**

ここでは、モデルの格子間隔や基準となる格子点とその緯度・経度を設定する。*solver, gridata, terrain* に使用され、依存関係がある。

---

<i>dx, dy, dz</i>	<i>real * 4</i> モデルの <i>x, y, z</i> 各方向の格子間隔を設定する。単位は [ m ] である。dz については、格子のストレッチングを設定するとき ( <i>sthopt = 1, 2</i> ) には平均の格子間隔となる。
<i>ulat, ulon</i>	<i>real * 4</i> モデルの領域のある 1 点の緯度・経度を指定する。単位は [ ° ] であり、南半球の緯度と西経の経度は負である。これらと対応するモデル領域での実数添字 (すぐ下の <i>riu, rju</i> ) から、モデルは領域設定を実行する。
<i>riu, rju</i>	<i>real * 4</i> 上で設定した <i>ulat, ulon</i> のモデル領域での実数添字を指定する。

---

**& gridsth**

ここでは、モデルの鉛直格子のストレッチングを設定する。*solver, gridata* に使用され、依存関係がある。

---

<i>zsfc</i>	<i>real * 4</i> 地表面の標高を設定する。単位は [ m ] である。通常は 0.0 m を設定する。
<i>zflat</i>	<i>real * 4</i> 平滑面の最低の高さを設定する。単位は [ m ] である。
<i>sthopt</i>	<i>integer * 4</i> 鉛直方向の格子のストレッチングのオプション。 0: ストレッチングを実行しない 1: 3 次関数でストレッチングを実行 2: tanh 関数でストレッチングを実行
<i>dzmin</i>	<i>real * 4</i> 格子のストレッチングの際、最下層の最小の dz を設定する。単位は [ m ] である。ストレッチングを適用しない場合には、dz に強制される。
<i>layer1, layer2</i>	<i>real * 4</i> 格子のストレッチングの際、 <i>layer1</i> までの高さでは <i>dzmin</i> の格子間隔で、 <i>layer1</i> から <i>layer2</i> までの高さでは <i>sthopt</i> による関数を適用して、 <i>layer2</i> 以上の高さでは <i>layer2</i> の高さでの格子間隔で格子を設定する。単位は [ m ] である。

---

---

**& terrain**

ここでは、モデルの標高を設定する。 *solver*, *gridata* に使用され、依存関係がある。

---

<b>trnopt</b>	<i>integer * 4</i> モデルの標高の設定オプション。 0: 平滑な地面 1: ベル型の山により標高を設定 2: 標高ファイルを読み込むことにより任意の標高を設定
<b>mntgh</b>	<i>real * 4</i> trnopt = 1 のときベル型の山の高さを設定する。単位は [ m ] である。
<b>mntwx, mntwy</b>	<i>real * 4</i> trnopt = 1 のときベル型の山の <i>x, y</i> 方向の半値幅 ( 山の高さが半分になる中心からの距離 ) を設定する。単位は [ m ] である。
<b>mntcx, mntcy</b>	<i>real * 4</i> trnopt = 1 のときベル型の山の中心の <i>x, y</i> 座標値を設定する。単位は [ m ] である。 配列番号と座標値との関係は配列番号をそれぞれ <i>i, j</i> として、次のとおりである。 $x = (i - 2) \times dx$ $y = (j - 2) \times dy$

---

**& flength**

ここでは、予報時間に関する変数を設定する。 *solver*, *gridata* に使用され、\* 付きの変数には依存関係がある。

---

<b>sfcast*</b>	<i>character * 16</i> 予報開始の年月日と時刻をグリニッジ標準時 ( UTC ) で設定する。その形式は、 sfcast = 'yyyy/mm/dd hh:mm' である。例えば 2000 年 9 月 22 日 13 時 00 分のときは、sfcast = '2000/09/22 13:00' のように記述する。
<b>stime</b>	<i>real * 4</i> 予報開始時間を設定する。単位は [ s ] である。変数は sfcast からの経過時間を表しているのので、初めて実行するときは 0.0 s、経過時間 3600.0 s からのリスタートのときは 3600.0 s と指定する。
<b>etime</b>	<i>real * 4</i> 予報終了時間を設定する。単位は [ s ] である。変数は sfcast からの経過時間を表しているのので、例えば、経過時間 3600.0 s からのリスタートで 1800.0 s 間の予報をしたいときは 5400.0 s と指定する。

---

**& gpvpram**

ここでは、外部気象データファイルとそれを用いる過程に関する変数を設定する。*solver*, *gridata* に使用され、\* 付きの変数には依存関係がある。

<i>gpvvar</i> *	<i>character</i> * 80 外部気象データファイルにおいて、モデルに入力させる変数を設定する。80文字のうち最初の7文字のみ使用する。並びは順に、鉛直速度成分、水蒸気混合比（または相対湿度）、雲水混合比、雨水混合比、雲氷混合比、雪混合比、霰混合比である。なお、 <i>z</i> 座標、水平速度、圧力、温位（または温度）は外部データに必須な変数なので、この設定には含まれない。例えば、必須の変数の他に、鉛直速度成分、水蒸気混合比（または相対湿度）、雨水混合比を入力させる（それらの変数がデータとして存在する）場合には、 <i>gpvvar</i> = 'ooxoxxxx' となる。 o: その変数を入力させる x: その変数を入力させない
<i>gpvitr</i> *	<i>real</i> * 4 外部気象データファイルの存在する時間間隔を設定する。単位は [s] である。
<i>nggopt</i> *	<i>integer</i> * 4 外部気象データに対するアナリシスナッジングの設定オプション。 0: アナリシスナッジングを実行しない 1: アナリシスナッジングを実行する
<i>nggvar</i>	<i>character</i> * 80 ナッジングを適用する変数を設定する。80文字のうち最初の11文字のみ使用する。並びは順に、東西速度成分、南北速度成分、鉛直速度成分、圧力、温位（または温度）、水蒸気混合比（または相対湿度）、雲水混合比、雨水混合比、雲氷混合比、雪混合比、霰混合比である。例えば、各速度成分、圧力、温位にナッジングを適用する場合には、 <i>nggvar</i> = 'ooooooooxxxx' となる。外部気象データにおける必須変数以外は、 <i>gpvvar</i> に適合していなければならない。 o: その変数にナッジングを適用する x: その変数にナッジングを適用しない
<i>nggcoe</i>	<i>real</i> * 4 アナリシスナッジングの緩和係数を設定する。
<i>nggdlt</i>	<i>real</i> * 4 ナッジングを適用する時間間隔を設定する。単位は [s] である。dtb の整数倍でなければならない、また、dtb 以上でなければならない。
<i>nggend</i>	<i>real</i> * 4 ナッジングを終了する予報開始時刻からの経過時間を設定する。単位は [s] である。

---

exbopt*	<i>integer</i> * 4 側面境界の外部データへの強制オプション。 0: 側面境界で予報変数を外部気象データに強制しない 1: 側面境界で外部気象データに強制する 2: 側面境界で外部気象データに強制し、スポンジ層で標高を緩和する 11: 1 にさらに側面における質量調節を実行する 12: 2 にさらに側面における質量調節を実行する
exbvar	<i>character</i> * 80 外部データへの強制を適用する変数を設定する。設定方法は、nggvar と同様である。
exbcoe	<i>real</i> * 4 側面境界の緩和係数を設定する。
corssp*	<i>integer</i> * 4 側面スポンジ層での標高の緩和の層数を設定する
lspopt*	<i>integer</i> * 4 側面スポンジ層での予報変数の緩和の設定オプション。 0: 予報変数を緩和しない 1: 外部データの値に予報変数を緩和する 2: 予報開始時刻の値に予報変数を緩和する
lspvar	<i>character</i> * 80 側面スポンジ層における緩和を適用する変数を設定する。設定方法は、nggvar とほぼ同様であるが、水平速度成分に関しては、o,x の他に '-' として面に垂直な成分にのみ適用させることもできる。
lspcoe	<i>real</i> * 4 側面スポンジ層の緩和係数の最大値を設定する。
lspspn	<i>integer</i> * 4 側面スポンジ層の層数を設定する。
vspopt*	<i>integer</i> * 4 上面スポンジ層の予報変数の緩和の設定オプション。 0: 予報変数を緩和しない 1: 外部データに予報変数を緩和する 2: 予報開始時刻の値に予報変数を緩和する
vspvar	<i>character</i> * 80 上面スポンジ層における緩和を適用する変数を設定する。設定方法は、nggvar と同様である。

<code>vspcoe</code>	<i>real</i> * 4 上面スポンジ層の緩和係数の最大値を設定する。
<code>zsplow</code>	<i>real</i> * 4 緩和を適用する最低高度を設定する。単位は [ m ] である。

**& boundry**

ここでは、境界条件の設定をする。 *solver*, *gridata* に使用され、\* 付きの変数には依存関係がある。

<code>wbc*</code> , <code>ebc*</code> , <code>sbc*</code> , <code>nbc*</code>	<i>integer</i> * 4 側面境界条件のオプション。それぞれ順に、西・東・南・北面。 1: 周期境界条件を適用 2: 固定壁境界条件を適用 3: 勾配 0 の境界条件を適用 4: 側面境界の各点毎に位相速度を計算して、放射境界条件を適用 5: 鉛直方向に平均化された位相速度を用いて、放射境界条件を適用 6: 一定の位相速度と壁の法線方向の移流速度を用いて、放射境界条件を適用 7: 一定の位相速度を用いて、放射境界条件を適用
--	---

<code>bbc</code> , <code>tbc</code>	<i>integer</i> * 4 下端・上端の境界条件のオプション。鉛直陰解法を適用 ( <code>impopt = 1</code> ) する場合には <code>bbc = 2</code> , <code>tbc = 2</code> に強制される。 2: 固定壁境界条件を適用 3: 勾配 0 の境界条件を適用
-------------------------------------	---

<code>lbccoe</code>	<i>real</i> * 4 側面境界の緩和係数を設定する (放射境界選択時のみ)。
---------------------	--

**& radpram**

ここでは、外部レーダーデータファイルとそれを用いる過程に関する変数を設定する。 *solver*, *radata* に使用され、\* 付きの変数には依存関係がある。

<code>radvar*</code>	<i>character</i> * 80 外部レーダーデータファイルにおいて、モデルに入力させる変数を設定する。80 文字のうち最初の 4 文字のみ使用する。並びは順に、東西速度成分、南北速度成分、鉛直速度成分、降水物質の混合比 (または反射強度) である。例えば、水平速度成分を入力させる (それらの変数がデータとして存在する) 場合には、 <code>radvar = 'ooxx'</code> となる。データの各点の高さは必ず入力させなければならない。 o: その変数を入力させる x: その変数を入力させない
----------------------	---



---

<code>raditv*</code>	<i>real</i> * 4 外部レーダーデータファイルの存在する時間間隔を設定する。単位は [s] である。
<code>ngropt*</code>	<i>integer</i> * 4 レーダーデータに対するアナリシスナッジングの設定オプション。 0: アナリシスナッジングを実行しない 1: アナリシスナッジングを <i>radata</i> の出力ファイルを読み込み実行する 2: アナリシスナッジングを外部データを直接読み込み実行する
<code>ngrvar</code>	<i>character</i> * 80 ナッジングを適用する変数を設定する。80 文字のうち最初の 6 文字のみ使用する。並びは順に、東西速度成分、南北速度成分、鉛直速度成分、雨水混合比、雪混合比、霰混合比である。例えば、水平速度成分と各混合比にナッジングを適用する場合には、 <code>ngrvar = 'ooxooo'</code> となる。 <code>radvar</code> に適合していなければならない。 o: その変数にナッジングを適用する x: その変数にナッジングを適用しない
<code>ngrcoe</code>	<i>real</i> * 4 アナリシスナッジングの緩和係数を設定する。
<code>ngrdlt</code>	<i>real</i> * 4 ナッジングを適用する時間間隔を設定する。単位は [s] である。 <code>dtb</code> の整数倍でなければならない。また、 <code>dtb</code> 以上でなければならない。
<code>ngrstr</code>	<i>real</i> * 4 ナッジングを開始する予報開始時刻からの経過時間を設定する。単位は [s] である。
<code>ngrend</code>	<i>real</i> * 4 ナッジングを終了する予報開始時刻からの経過時間を設定する。単位は [s] である。
<code>ngraff</code>	<i>real</i> * 4 ナッジングを適用する影響時間（読み込み時刻からの時間方向の影響半径）を設定する。単位は [s] である。

---

### & sfcphys

ここでは、地表面過程の各種変数を設定する。*solver*, *surface* に使用され、\* 付きの変数には依存関係がある。

---

<code>sfcopt</code>	<i>integer</i> * 4 地表面過程の設定オプション。 0: 地表面過程を実行しない 1: 地表面過程を実行する 2: 地表面過程を過去の実行で得た地中温度データを用いて実行する
---------------------	---

---

levpbl	<p><i>integer</i> * 4</p> <p>境界層の層数を設定する。各層の幅は <math>dz</math> であり、<math>1 \leq \text{levpbl} \leq \text{zdim} - 2</math> の範囲で設定できる。</p>
levgrd	<p><i>integer</i> * 4</p> <p>地中温度の計算の層数を設定する。</p>
dzgrd	<p><i>real</i> * 4</p> <p>地中温度の計算の各層の幅を設定する。単位は [ m ] である。levgrd×dzgrd が数メートルの深さになるように設定する必要がある。</p>
ctgr	<p><i>real</i> * 4</p> <p>過去の実行における地中温度データの入力がない場合に、最深層に一定の地中温度を設定する。単位は [ K ] である。</p>
prvres	<p><i>character</i> * 80</p> <p>過去の実行における地中温度を用いる場合に、その実行時に得た拡張子を除いたリストファイル名を指定する。</p>
sfcdat*	<p><i>character</i> * 80</p> <p>地表面過程に対する外部データの入力の有無を指定する。80 文字のうち最初の 2 文字のみ使用する。並びは順に、土地利用、海水面温度の各データの入力の有無である。例えば、土地利用データのみ入力させる場合には、sfcdat = 'ox' となる。なお、海水面温度は予報期間内で変化しないとしている。</p> <p style="margin-left: 2em;">o: データファイルがあり、それを入力させる</p> <p style="margin-left: 2em;">x: そのデータを入力させない</p>
cbeta	<p><i>real</i> * 4</p> <p>土地利用データの入力がない場合に、一定の蒸発散係数を設定する。この場合には標高値が正の格子点が陸面として判断され、対応する点にこの係数が設定される。</p>
calbe	<p><i>real</i> * 4</p> <p>土地利用データの入力がない場合に、一定のアルベドを設定する。全く同様に、標高値が正の格子点に設定される。</p>
cz0m	<p><i>real</i> * 4</p> <p>土地利用データの入力がない場合に、一定の粗度を設定する。単位は [ m ] である。全く同様に、標高値が正の格子点に設定される。</p>
csst	<p><i>real</i> * 4</p> <p>海面温度データの入力がない場合に、一定の海面温度を設定する。単位は [ K ] である。この場合には標高値が負の格子点が海面として判断され、対応する点にこの温度が設定される。</p>

---

**& initype**

ここでは、モデルの初期化の方法を設定する。*solver* のみに使用される。

---

<i>iniopt</i>	<p><i>integer</i> * 4</p> <p>モデルの初期化のオプション。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1: サウンディングファイルを読み込み実行を開始</li> <li>2: リスタートファイルを読み込み実行を開始</li> <li>3: 3次元格子点値ファイルを読み込み実行開始</li> </ol>
<i>snddim</i>	<p><i>integer</i> * 4</p> <p><i>iniopt</i> = 1 のとき、サウンディングファイルのデータ層数を設定する。</p>
<i>sndhed</i>	<p><i>integer</i> * 4</p> <p><i>iniopt</i> = 1 のとき、サウンディングファイルのヘッダのコメント行数を設定する。ヘッダのみ有効でフッタは無効である。</p>
<i>sndtyp</i>	<p><i>character</i> * 80</p> <p><i>iniopt</i> = 1 のとき、サウンディングファイルのデータの種類を指定する。水平速度成分以外を以下のような組み合わせで設定できる。80文字のうち最初の3文字のみ使用する。</p> <p>ppk: 第1列は圧力 [ Pa ] 第2列は温位 [ K ] 第5列は水蒸気混合比 [ kg kg<sup>-1</sup> ]</p> <p>zpk: 第1列は高さ [ m ] 第2列は温位 [ K ] 第5列は水蒸気混合比 [ kg kg<sup>-1</sup> ]</p> <p>ptk: 第1列は圧力 [ Pa ] 第2列は温度 [ K ] 第5列は水蒸気混合比 [ kg kg<sup>-1</sup> ]</p> <p>ztk: 第1列は高さ [ m ] 第2列は温度 [ K ] 第5列は水蒸気混合比 [ kg kg<sup>-1</sup> ]</p> <p>ppp: 第1列は圧力 [ Pa ] 第2列は温位 [ K ] 第5列は相対湿度 [ % ]</p> <p>zpp: 第1列は高さ [ m ] 第2列は温位 [ K ] 第5列は相対湿度 [ % ]</p> <p>ptp: 第1列は圧力 [ Pa ] 第2列は温度 [ K ] 第5列は相対湿度 [ % ]</p> <p>ztp: 第1列は高さ [ m ] 第2列は温度 [ K ] 第5列は相対湿度 [ % ]</p>
<i>zsnd0, psnd0</i>	<p><i>real</i> * 4</p> <p>サウンディングデータの最低点の高さもしくは圧力を設定する。単位はそれぞれ [ m ] [ Pa ] である。<i>sndtyp</i>(1:1) = 'p' のときは <i>zsnd0</i> が、<i>sndtyp</i>(1:1) = 'z' のときは <i>psnd0</i> が使用される。</p>
<i>masopt</i>	<p><i>integer</i> * 4</p> <p>マスコンモデルの実行オプション。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>0: 実行開始時にマスコンモデルを適用しない</li> <li>1: 実行開始時にマスコンモデルを適用する</li> </ol>
<i>alpha1, alpha2</i>	<p><i>real</i> * 4</p> <p><i>masopt</i> = 1 のとき、水平・鉛直方向の大気安定度を示す重みづけ係数を設定する。</p>

---

**& gridmove**

ここでは、計算領域の移動に関する設定をする。 *solver* のみに使用される。

---

<b>movopt</b>	<i>integer</i> * 4
	格子の移動オプション。 <i>trnopt</i> = 0, <i>iniopt</i> = 1, <i>exbopt</i> = 0 の場合にのみ適用できる。
	0: 格子を移動させない
	1: 格子を移動させる
<b>umove, vmove</b>	<i>real</i> * 4
	格子移動時の東西・南北方向の移動速度を設定する。単位は [ m s <sup>-1</sup> ] である。

---

**& ptinicon**

ここでは、予報開始時刻の温位擾乱に関する設定をする。 *solver* のみに使用される。

---

<b>pt0opt</b>	<i>integer</i> * 4
	予報開始時刻における温位擾乱の設定オプション。 <i>iniopt</i> = 1 の場合に適用できる。
	0: 初期擾乱を設定しない
	1: 球形の初期擾乱を <i>x</i> 方向に複数個設定する
	2: 球形の初期擾乱を <i>y</i> 方向に複数個設定する
	3: 三角関数形の初期擾乱を <i>x</i> 方向に設定する
	4: 三角関数形の初期擾乱を <i>y</i> 方向に設定する
	5: ランダム擾乱を指定した 2 点の高度間に設定する
<b>pt0num</b>	<i>integer</i> * 4
	<i>pt0opt</i> = 1 または 2 のとき、球形擾乱の個数を設定する。
<b>ptp0</b>	<i>real</i> * 4
	温位擾乱の最大値を設定する。単位は [ K ] である。
<b>pt0rx, pt0ry, pt0rz</b>	<i>real</i> * 4
	並びの温位擾乱の半径または半波長または領域の半値幅 ( <i>pt0opt</i> = 5 のときは <i>z</i> 方向のみ ) を設定する。単位は [ m ] である。
<b>pt0cx, pt0cy, pt0cz</b>	<i>real</i> * 4
	並びの温位擾乱の中心または原点または領域中心点の <i>x, y, z</i> 座標値 ( <i>pt0opt</i> = 5 のときは <i>z</i> 方向のみ ) を設定する。単位は [ m ] である。
<b>pt0ds</b>	<i>real</i> * 4
	<i>pt0opt</i> = 1 または 2 のとき、各バブル間の距離を設定する。単位は [ m ] である。

---

**& integrat**

ここでは、タイムステップや Asselin フィルターなど、時間積分に関する設定をする。*solver* のみに使用される。

---

dtbig,dtsml	<i>real</i> * 4 それぞれ、音波モードに関係しない項と音波モードに関係する項の時間積分のタイムステップを設定する。gwmopt = 1 の場合には、重力波モードも dtsml に含まれる。単位は [s] である。CFL 条件に注意して設定しなければならない。
gwmopt	<i>integer</i> * 4 重力波モードに関する時間積分法の設定オプション。 0: 音波モードを小さいタイムステップの時間積分に含めない 1: 音波モードを小さいタイムステップの時間積分に含める
impopt	<i>integer</i> * 4 音波モードの鉛直方向の時間積分法の設定オプション。通常 impopt = 0 もしくは impopt = 1 でよい。 0: 水平・鉛直方向とも陽解法で時間積分する 1: ガウスの消去法により鉛直方向を陰解法で時間積分する 2: ピボット選択付きガウスの消去法により鉛直方向を陰解法で時間積分する 3: ガウス・ザイデル法により鉛直方向を陰解法で時間積分する
weicoe	<i>real</i> * 4 陰解法で時間積分するとき、求められるタイムステップにおける重み付け係数を設定する。小さいタイムステップを $\Delta\tau$ とし、時間 $\tau$ が $1 - \text{weicoe}$ 、時間 $\tau + \Delta\tau$ が $\text{weicoe}$ の重みで評価される。
filcoe	<i>real</i> * 4 Asselin フィルターの重み付け係数を設定する。

---

**& advectio**

ここでは、移流項の計算方法に関する設定をする。*solver* のみに使用される。

---

ad4opt	<i>integer</i> * 4 移流項の計算オプション。中心差分法が適用されているので、数値粘性項を設定しないと計算不安定が発生する。 0: 2 次精度の中心差分で移流項を計算する 1: 4 次精度の中心差分で移流項を計算する
--------	---

---

**& smoother**

ここでは、数値粘性項に関する設定をする。 *solver* のみに使用される。

---

smtopt	<i>integer</i> * 4
	数値粘性項の計算オプション。移流項に付加される非物理的な粘性である。 0: 数値粘性項を方程式に付加しない 1: 2 次の数値粘性項を方程式に付加する 2: 4 次の数値粘性項を方程式に付加する
smndch	<i>real</i> * 4
	水平方向の粘性係数の無次元係数を設定する。大きいタイムステップで割った値が次のような範囲にあるのが妥当である。 2 次の場合: $\text{smndch}/\text{dtb} \leq 1/8$ 4 次の場合: $\text{smndch}/\text{dtb} \simeq 1/1000$
smndcv	<i>real</i> * 4
	鉛直方向の粘性係数の無次元係数を設定する。水平方向の場合と同様、大きいタイムステップで割った値が次のような範囲にあるのが妥当である。 2 次の場合: $\text{smndcv}/\text{dtb} \leq 1/8$ 4 次の場合: $\text{smndcv}/\text{dtb} \simeq 1/1000$

---

**& mapfcter**

ここでは、マップスケールファクターに関する設定をする。 *solver* のみに使用される。

---

mfcopt	<i>integer</i> * 4
	マップスケールファクターの設定オプション。 0: マップスケールファクターを設定しない 1: マップスケールファクターを設定する

---

**& coriolis**

ここでは、コリオリ力に関する設定をする。 *solver* のみに使用される。

---

coropt	<i>integer</i> * 4
	コリオリ力の計算オプション。鉛直方向のコリオリ力は省略してもよい。 0: コリオリ力を計算しない 1: 水平方向のみコリオリ力を計算する 2: 鉛直方向のコリオリ力も計算する

---

---

**& earthcrv**

ここでは、地球の曲率の影響に関する設定をする。*solver* のみに使用される。

---

**coropt**            *integer \* 4*  
地球の曲率の影響項の計算オプション。  
0: 地球の曲率の影響項を計算しない  
1: 地球の曲率の影響項を計算する

---

**& buoyancy**

ここでは、浮力の項に関する設定をする。*solver* のみに使用される。

---

**buyopt**            *integer \* 4*  
浮力項の計算オプション。  
0: 浮力項を計算しない  
1: 浮力項を計算する

---

**& diabatic**

ここでは、断熱項に関する設定をする。*solver* のみに使用される。

---

**diaopt**            *integer \* 4*  
断熱項の計算オプション。  
0: 断熱項を計算しない  
1: 断熱項を計算する

---

**& ddamping**

ここでは、圧力勾配項の緩和に関する設定をする。*solver* のみに使用される。

---

**divopt**            *integer \* 4*  
圧力勾配項の緩和のオプション。計算不安定を抑えるための非物理的な緩和である。  
0: 圧力勾配項の緩和を実行しない  
1: 圧力勾配項の緩和を実行する

**divndc**            *real \* 4*  
無次元の緩和係数を設定する。divndc = 0.05 程度が一般的である。

---

**& turbulen**

ここでは、サブグリッドスケールの乱流過程に関する設定をする。 *solver* のみに使用される。

---

tubopt	<i>integer</i> * 4 乱流過程の設定オプション。 0: 乱流過程を実行しない 1: スマゴリンスキーモデルを実行 2: 1.5 次のクロージャーモデルを実行
isoopt	<i>integer</i> * 4 格子が等方か非等方かの設定オプション。 1: 格子間隔は水平・鉛直に等方的である 2: 格子間隔は水平・鉛直に非等方的である
prnum	<i>real</i> * 4 プラントル数を設定する ( $Pr = \nu_\tau / \nu_H$ )。 tubopt = 2 のときは安定性の検査のみに使用される。
csnum	<i>real</i> * 4 tubopt = 1 のときスマゴリンスキー定数を設定する。

---

**& cloudy**

ここでは、雲微物理過程に関する設定をする。 *solver* のみに使用される。

---

cphopt	<i>integer</i> * 4 雲微物理過程の設定オプション。 0: 雲微物理過程を実行しない 1: 暖かい雨のバルク法のパラメタリゼーションを実行 2: 氷相を含むバルク法のパラメタリゼーションを実行 3: 2 に氷物質 (雲氷・雪・霰) の数密度の予報を含めたパラメタリゼーションを実行
numnc	<i>real</i> * 4 cphopt = 2 または 3 のときに、一定の雲水の数密度を設定する。単位は [ $\text{m}^{-3}$ ] である。

---



**& outfomat**

ここでは、出力されるファイルのフォーマットや時間間隔を設定する。*solver* のみに使用される。

---

dmpfmt	<i>integer * 4</i>	<p>ヒストリファイルと地理情報ファイルの出力形式の設定オプション。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1: 並びのテキスト書式でファイルを出力</li> <li>2: 直接探査の書式なしバイナリでファイルを出力</li> </ol>
dmpcmp	<i>integer * 4</i>	<p>ヒストリファイルの鉛直座標系の設定オプション。dmpcmp = 1 以外の場合には、地中や計算領域の上端より高い点には、未定義値として非常に大きな負の値 (<math>-1.0 \times 10^{35}</math>) が設定される。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1: 計算領域と同じ <math>z^*</math> 系 (<math>\zeta</math>) 系で出力</li> <li>2: dz の間隔で、一定の水平面に補間して出力</li> <li>3: ストレッチングの関数を適用した間隔で、一定の水平面に補間して出力</li> </ol>
dmpitv	<i>real * 4</i>	<p>ヒストリファイルの出力の時間間隔を設定する。単位は [s] である。この間隔はリスタートを含まない予報開始時刻 <math>stime = 0.e0</math> からの時間である。例えば、この時間間隔の設定が 300.0 s でリスタート時間 450.0 s で実行した場合、最初の出力時間は 600.0 s である。</p>
resitv	<i>real * 4</i>	<p>リスタートファイルの出力の時間間隔を設定する。単位は [s] である。dmpitv と同様、この間隔はリスタートを含まない予報開始時刻からの時間である。</p>
mxnitv	<i>real * 4</i>	<p>予報変数の最大値と最小値を標準出力ファイルに出力する時間間隔を設定する。単位は [s] である。dmpitv, resitv と同様、この間隔はリスタートを含まない予報開始時刻からの時間である。</p>

---

**& project\_grd**

ここでは、外部気象データファイルの座標系を設定する。*gridata* に使用され、依存関係はない。

---

mpopt_grd	<i>integer * 4</i>	<p>外部気象データファイルの座標系を指定する。5 種類の座標系を指定できる。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>0: データは緯度・経度座標系である。</li> <li>1: データは平射図法により座標系が設定されている</li> <li>2: データはランベルト正角円錐図法により座標系が設定されている</li> <li>3: データは正角円筒図法により座標系が設定されている</li> <li>4: データは地図投影によらない座標系が設定されている</li> </ol>
-----------	--------------------	--

---

nspol_grd	<i>integer</i> * 4	外部気象データが地図座標系の場合に、投影の基点が北半球にあるか南半球にあるかのフラッグ。 1: 外部データの地図座標系は北半球基点 -1: 外部データの地図座標系は南半球基点
tlat1_grd, tlat2_grd	<i>real</i> * 4	地図投影座標系の基準緯度を指定する。単位は [°] であり、南半球の緯度は負である。ランベルト正角円錐図法が指定されている場合は、2つの基準緯度を指定 ( tlat2_grd も使用 ) することになる。緯度・経度座標系の場合には、設定の必要はない。
tlon_grd	<i>real</i> * 4	地図投影座標系の基準経度を指定する。単位は [°] であり、西経の経度は負である。

---

#### & gridset\_grd

ここでは、外部気象データの格子間隔や基準となる格子点とその緯度・経度を設定する。 *gridata* に使用され、依存関係はない。

---

xdim_grd, ydim_grd, zdim_grd	<i>integer</i> * 4	外部気象データの $x, y, z$ 方向の格子数を設定する。外部データに地表面 ( 場合によっては海面 ) の物理量が含まれる場合 ( <i>refsfrc</i> = 1 ) でも、鉛直方向の最初の添え字に読み込ませるように設計されている、つまり、同じ 3 次元配列に読み込ませるようになっており、 <i>refsfrc</i> の設定に関わらず最初の添え字はいつも使用されるので注意が必要である。
dx_grd, dy_grd	<i>real</i> * 4	外部気象データの $x, y$ 各方向の格子間隔を設定する。単位は、 <i>mpopt_grd</i> = 0 の場合は [°]、それ以外の場合は [ m ] である。鉛直方向の格子間隔については、外部気象データに鉛直座標値が含まれていると仮定しているので設定しない。
ulat_grd, ulon_grd	<i>real</i> * 4	外部気象データの領域のある 1 点の緯度・経度を指定する。単位は [°] であり、南半球の緯度と西経の経度は負である。これらと対応する外部データの領域での実数添字 ( すぐ下の <i>riu_grd, rju_grd</i> ) から、モデル領域との対応関係が得られる。
riu_grd, rju_grd	<i>real</i> * 4	上で設定した <i>ulat_grd, ulon_grd</i> の外部データの領域での実数添字を指定する。

---

---

**& how2intp\_grd**

ここでは、外部気象データからモデル格子への補間方法を設定する。*gridata*, に使用され、依存関係はない。

---

**biiopt\_grd**            *integer \* 4*  
 外部気象データのモデル領域への補間方法のオプション。ここで設定されるのは水平方向の補間方法の選択のみで、客観解析値などの3次元データの鉛直方向の補間では、常に1次の線型補間が適用されるので、該当するオプションはない。  
 0: 1次の線型補間を適用  
 1: 2次の放物線補間を適用

---

**& dataacf\_grd**

ここでは、客観解析値などの3次元の格子点データファイルのフォーマットとプリプロセッサ *gridata* の動作に関する設定をする。

---

**datatype\_grd**        *character \* 80*  
 客観解析データなどの外部気象データの変数のうち、温度または温位、水蒸気混合比または相対湿度のどちらを入力するかを指定するオプション。80文字のうち最初の2文字のみ使用する。  
 tk: 入力変数の1つは温度 [ K ], もう1つは水蒸気混合比 [ kg kg<sup>-1</sup> ]  
 pk: 入力変数の1つは温位 [ K ], もう1つは水蒸気混合比 [ kg kg<sup>-1</sup> ]  
 tp: 入力変数の1つは温度 [ K ], もう1つは相対湿度 [ % ]  
 pp: 入力変数の1つは温位 [ K ], もう1つは相対湿度 [ % ]

**refsfc**                *integer \* 4*  
 客観解析データなどの外部気象データの補間の際に、データの地表面（場合によっては海面）の高度と物理量を参照するかどうかのフラグ。このフラグを設定した場合、鉛直方向の最初の添え字が地表面として扱われる。地表面のデータが別途存在するような場合には、ユーザーが変更する必要があるサブルーチン *rdobj.f* での読み込みの際には注意が必要である。  
 0: 外部データの標高と地表面の物理量を参照しない  
 1: 外部データの標高と地表面の物理量を参照する

---

**& project\_rad**

ここでは、外部レーダーデータファイルの座標系を設定する。*radata* に使用され、依存関係はない。

---

**mpopt\_rad**            *integer \* 4*  
 外部レーダーデータファイルの座標系を指定する。5種類の座標系を指定できる。

- 0: データは緯度・経度座標系である。
- 1: データは平射図法により座標系が設定されている
- 2: データはランベルト正角円錐図法により座標系が設定されている
- 3: データは正角円筒図法により座標系が設定されている
- 4: データは地図投影によらない座標系が設定されている

nspol_rad	<i>integer</i> * 4	外部レーダーデータが地図座標系の場合に、投影の基点が北半球にあるか南半球にあるかのフラッグ。 1: 外部データの地図座標系は北半球基点 -1: 外部データの地図座標系は南半球基点
tlat1_rad, tlat2_rad	<i>real</i> * 4	地図投影座標系の基準緯度を指定する。単位は[°]であり、南半球の緯度は負である。ランベルト正角円錐図法が指定されている場合は、2つの基準緯度を指定(tlat2_radも使用)することになる。緯度・経度座標系の場合には、設定の必要はない。
tlon_rad	<i>real</i> * 4	地図投影座標系の基準経度を指定する。単位は[°]であり、西経の経度は負である。

---

#### & gridset\_rad

ここでは、外部レーダーデータの格子間隔や基準となる格子点とその緯度・経度を設定する。*radata* に使用され、依存関係はない。

xdim_rad, ydim_rad, zdim_rad	<i>integer</i> * 4	外部レーダーデータの $x, y, z$ 方向の格子数を設定する。
dx_rad, dy_rad	<i>real</i> * 4	外部レーダーデータの $x, y$ 各方向の格子間隔を設定する。単位は、mpopt_rad = 0 の場合は[°]、それ以外の場合は[m]である。鉛直方向の格子間隔については、外部レーダーデータに鉛直座標値が含まれていると仮定しているので設定しない。
ulat_rad, ulon_rad	<i>real</i> * 4	外部レーダーデータの領域のある1点の緯度・経度を指定する。単位は[°]であり、南半球の緯度と西経の経度は負である。これらと対応する外部データの領域での実数添字(すぐ下の riu_rad, rju_rad)から、モデル領域との対応関係が得られる。
riu_rad, rju_rad	<i>real</i> * 4	上で設定した ulat_rad, ulon_rad の外部データの領域での実数添字を指定する。

---

**& datacf\_rad**

ここでは、モデル入力用レーダーファイルのフォーマットとプリプロセッサ *radata* の動作に関する設定をする。

---

<code>datatype_rad</code>	<i>character * 80</i> レーダーデータの変数のうち、降水物質に関しての単位を指定するオプション。80文字のうち最初の2文字のみ使用する。 z: 降水物質は反射強度 [ dBZe ] で与えられる k: 降水物質は混合比 [ kg kg <sup>-1</sup> ] で与えられる
<code>radcoe, radpwr</code>	<i>real * 4</i> 降水物質の単位を反射強度 [ dBZe ] から混合比 [ kg kg <sup>-1</sup> ] に変換する際の変換式の係数と指数を指定する。なお、プログラム <i>solver</i> にて変数が使用されるときに大気密度で除されるために、モデル入力用ファイルへの出力段階ではその単位は粒子密度 [ kg m <sup>-3</sup> ] となっている。

---

**& project\_trn**

ここでは、標高データファイルの座標系を設定する。*terrain* に使用され、依存関係はない。

---

<code>mpopt_trn</code>	<i>integer * 4</i> 標高データファイルの座標系を指定する。5種類の座標系を指定できる。 0: データは緯度・経度座標系である。 1: データは平射図法により座標系が設定されている 2: データはランベルト正角円錐図法により座標系が設定されている 3: データは正角円筒図法により座標系が設定されている 4: データは地図投影によらない座標系が設定されている
<code>nspol_trn</code>	<i>integer * 4</i> 標高データが地図座標系の場合に、投影の基点が北半球にあるか南半球にあるかのフラッグ。 1: 外部データの地図座標系は北半球基点 -1: 外部データの地図座標系は南半球基点
<code>tlat1_trn,</code> <code>tlat2_trn</code>	<i>real * 4</i> 地図投影座標系の基準緯度を指定する。単位は [ ° ] であり、南半球の緯度は負である。ランベルト正角円錐図法が指定されている場合は、2つの基準緯度を指定 ( <code>tlat2_trn</code> も使用 ) することになる。緯度・経度座標系の場合には、設定の必要はない。
<code>tlon_trn</code>	<i>real * 4</i> 地図投影座標系の基準経度を指定する。単位は [ ° ] であり、西経の経度は負である。

---

**& gridset\_trn**

ここでは、標高データの格子間隔や基準となる格子点とその緯度・経度を設定する。*terrain* に使用され、依存関係はない。

---

<i>x</i> dim_trn,	<i>integer</i> * 4
<i>y</i> dim_trn,	標高データの <i>x, y</i> 方向の格子数を設定する。
<i>dx</i> _trn,	<i>real</i> * 4
<i>dy</i> _trn	標高データの <i>x, y</i> 各方向の格子間隔を設定する。単位は、mpopt_trn = 0 の場合は [°] それ以外の場合は [m] である。
<i>ulat</i> _trn,	<i>real</i> * 4
<i>ulon</i> _trn	標高データの領域のある 1 点の緯度・経度を指定する。単位は [°] であり、南半球の緯度と西経の経度は負である。これらと対応する外部データの領域での実数添字 (すぐ下の <i>riu</i> _trn, <i>rju</i> _trn) から、モデル領域との対応関係が得られる。
<i>riu</i> _trn,	<i>real</i> * 4
<i>rju</i> _trn	上で設定した <i>ulat</i> _trn, <i>ulon</i> _trn の外部データの領域での実数添字を指定する。

---

**& how2intp\_trn**

ここでは、標高データからモデル格子への補間方法を設定する。*terrain*, に使用され、依存関係はない。

---

<i>bii</i> opt_trn	<i>integer</i> * 4
	標高データのモデル領域への補間方法のオプション。
	0: 1 次の線型補間を適用
	1: 2 次の放物線補間を適用

---

**& project\_lnd**

ここでは、土地利用データファイルの座標系を設定する。*surface* に使用され、依存関係はない。

---

<i>mpopt</i> _lnd	<i>integer</i> * 4
	土地利用データファイルの座標系を指定する。5 種類の座標系を指定できる。
	0: データは緯度・経度座標系である。
	1: データは平射図法により座標系が設定されている
	2: データはランベルト正角円錐図法により座標系が設定されている
	3: データは正角円筒図法により座標系が設定されている
	4: データは地図投影によらない座標系が設定されている

---

nspol_lnd	<i>integer</i> * 4	土地利用データが地図座標系の場合に、投影の基点が北半球にあるか南半球にあるかのフラッグ。 1: 外部データの地図座標系は北半球基点 -1: 外部データの地図座標系は南半球基点
tlat1_lnd, tlat2_lnd	<i>real</i> * 4	地図投影座標系の基準緯度を指定する。単位は [°] であり、南半球の緯度は負である。ランベルト正角円錐図法が指定されている場合は、2つの基準緯度を指定 ( tlat2_lnd も使用 ) することになる。緯度・経度座標系の場合には、設定の必要はない。
tlon_lnd	<i>real</i> * 4	地図投影座標系の基準経度を指定する。単位は [°] であり、西経の経度は負である。

---

#### & gridset\_lnd

ここでは、土地利用データの格子間隔や基準となる格子点とその緯度・経度を設定する。 *surface* に使用され、依存関係はない。

---

xdim_lnd, ydim_lnd,	<i>integer</i> * 4	土地利用データの <i>x, y</i> 方向の格子数を設定する。
dx_lnd, dy_lnd	<i>real</i> * 4	土地利用データの <i>x, y</i> 各方向の格子間隔を設定する。単位は、mpopt_lnd = 0 の場合は [°]、それ以外の場合は [ m ] である。
ulat_lnd, ulon_lnd	<i>real</i> * 4	土地利用データの領域のある 1 点の緯度・経度を指定する。単位は [°] であり、南半球の緯度と西経の経度は負である。これらと対応する外部データの領域での実数添字 ( すぐ下の riu_lnd, rju_lnd ) から、モデル領域との対応関係が得られる。
riu_lnd, rju_lnd	<i>real</i> * 4	上で設定した ulat_lnd, ulon_lnd の外部データの領域での実数添字を指定する。

---

#### & landuse

ここでは、プリプロセッサ *surface* の動作に関する設定をする。

---

linopt	<i>integer</i> * 4	土地利用データファイルの補間オプション。 0: あるモデル格子点の土地利用は直近のデータから得られる 1: 土地利用データをモデル格子点へ線型補間する
--------	--------------------	---

---

<code>categ</code>	<i>integer</i> * 4 土地利用データのカテゴリ数を指定する。100 カテゴリまで指定できる
<code>usland(1:100)</code>	<i>integer</i> * 4 入力データと <code>categ</code> で指定したカテゴリ数に見合う土地利用カテゴリを指定する。ただし、海面 ; -1、氷面 ; 0~4、雪面 ; 5~9 を指定しなければならない。
<code>usbeta(1:100)</code>	<i>real</i> * 4 usland に対応するように蒸発散係数を指定する。
<code>usalbe(1:100)</code>	<i>real</i> * 4 usland に対応するようにアルベドを指定する。
<code>usz0m(1:100)</code>	<i>real</i> * 4 usland に対応するように粗度を指定する。単位は [ m ] である。

---

#### & project\_sst

ここでは、海水面温度データファイルの座標系を設定する。 *surface* に使用され、依存関係はない。

---

<code>mpopt_sst</code>	<i>integer</i> * 4 海水面温度データファイルの座標系を指定する。5種類の座標系を指定できる。 0: データは緯度・経度座標系である。 1: データは平射図法により座標系が設定されている 2: データはランベルト正角円錐図法により座標系が設定されている 3: データは正角円筒図法により座標系が設定されている 4: データは地図投影によらない座標系が設定されている
<code>nspol_sst</code>	<i>integer</i> * 4 海水面温度データが地図座標系の場合に、投影の基点が北半球にあるか南半球にあるかのフラッグ。 1: 外部データの地図座標系は北半球基点 -1: 外部データの地図座標系は南半球基点
<code>tlat1_sst,</code> <code>tlat2_sst</code>	<i>real</i> * 4 地図投影座標系の基準緯度を指定する。単位は [ ° ] であり、南半球の緯度は負である。ランベルト正角円錐図法が指定されている場合は、2つの基準緯度を指定 ( <code>tlat2_sst</code> も使用 ) することになる。緯度・経度座標系の場合には、設定の必要はない。
<code>tlon_sst</code>	<i>real</i> * 4 地図投影座標系の基準経度を指定する。単位は [ ° ] であり、西経の経度は負である。

---



**& gridset\_sst**

ここでは、海水面温度データの格子間隔や基準となる格子点とその緯度・経度を設定する。 *surface* に使用され、依存関係はない。

---

<i>x</i> dim_sst,	<i>integer</i> * 4
<i>y</i> dim_sst,	海水面温度データの <i>x, y</i> 方向の格子数を設定する。
<i>dx</i> _sst,	<i>real</i> * 4
<i>dy</i> _sst	海水面温度データの <i>x, y</i> 各方向の格子間隔を設定する。単位は、mpopt_sst = 0 の場合は [ ° ]、それ以外の場合は [ m ] である。
ulat_sst,	<i>real</i> * 4
ulon_sst	海水面温度データの領域のある 1 点の緯度・経度を指定する。単位は [ ° ] であり、南半球の緯度と西経の経度は負である。これらと対応する外部データの領域での実数添字 (すぐ下の riu_sst, rju_sst) から、モデル領域との対応関係が得られる。
riu_sst,	<i>real</i> * 4
rju_sst	上で設定した ulat_sst, ulon_sst の外部データの領域での実数添字を指定する。

---

**& united**

ここでは、ポストプロセッサ *unite* の動作に関する設定をする。

---

fltype	<i>chracter</i> * 80
	処理されるファイルの種類を指定する。80 文字のうち最初の 3 文字のみ使用する。 dmp: ヒストリファイルを 1 つにまとめる geo: 地理情報ファイルを 1 つにまとめる
flsize	<i>integer</i> * 4
	処理される個々のファイルのバイト単位の大きさを指定する。dmpopt = 2 であれば、ユーザーが任意に outdmp2d.f や outdmp3d.f を挿入して出力されたファイルであっても、中身の変数の種類・数に関わらず、バイト数を指定するだけでよい。
flitv	<i>real</i> * 4
	処理されるヒストリファイルの出力時間間隔を指定する。flitv ≠ dmpitv でもよい。stime, etime 間のヒストリファイルが処理される。
delopt	<i>integer</i> * 4
	処理後、各ノード毎のファイルを消去するかどうかを指定するオプション。 0: 各ノード毎のファイルを残す 1: 各ノード毎のファイルを消す

---



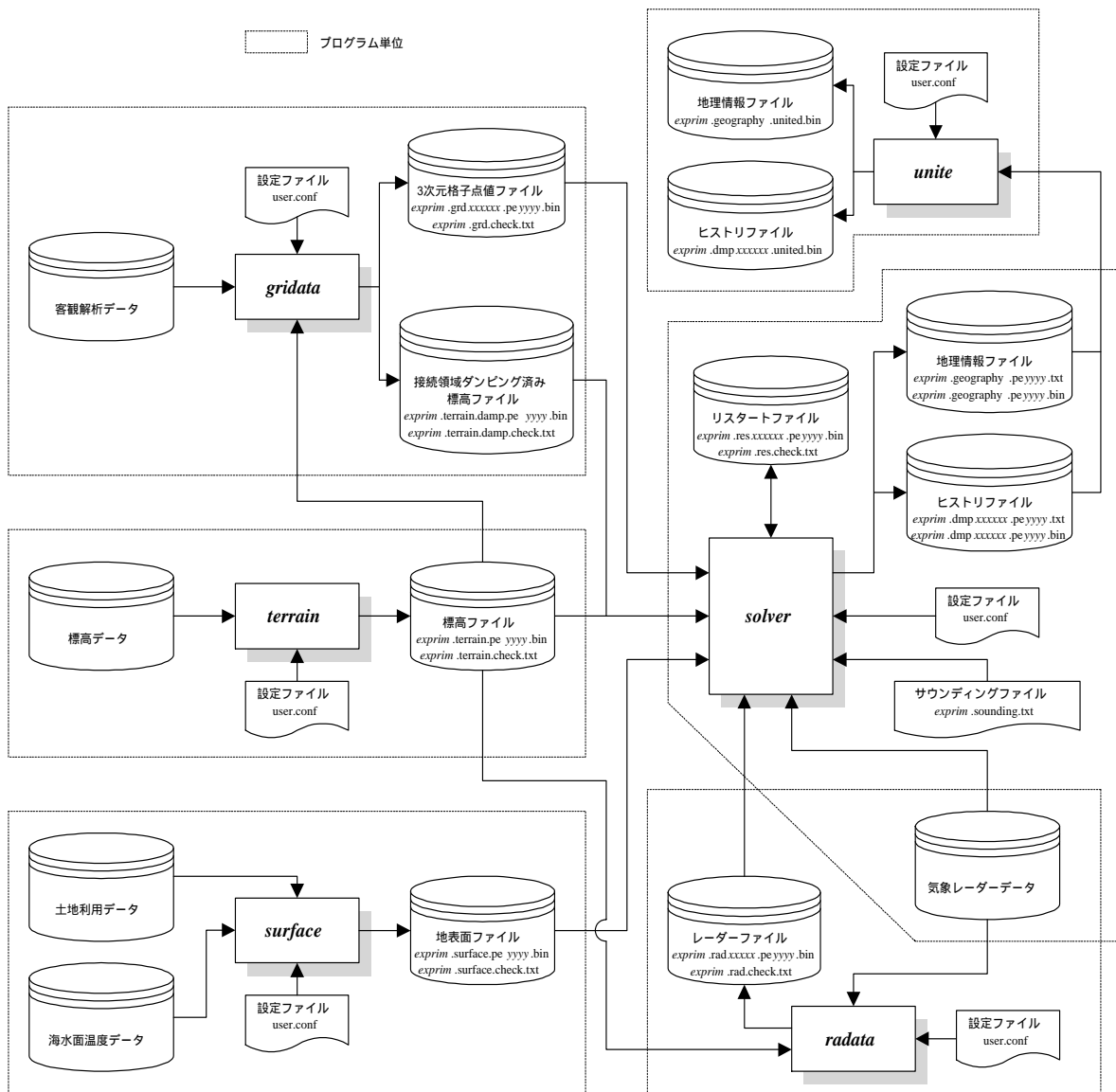


図 9.2. CReSS 並列実行版のデータフローの全体図。

### 9.2.2 入出力ファイルの概要

ここでは、図 9.1 ならびに図 9.2 に現れる各入出力ファイルの用途を説明する。なお、逐次実行版のそれらは、以下のファイル名からノード番号 `.peyyyy` を除いたものである。

ファイル名	説明
<code>exprim.terrain.peyyyy.bin</code>	モデルの地面格子点の標高値が格納されているファイル。直接探査の書式なしバイナリファイル。
<code>exprim.terrain.check.txt</code>	上記ファイル入力時に、設定の是非を判定するための検査ファイル。並びのテキスト書式のファイル。

---

<i>exprim.terrain.damp.peyyyyy.bin</i>	接続領域が滑らかに繋がるように補正された標高値が格納されているファイル。直接探査の書式なしバイナリファイル。
<i>exprim.terrain.damp.check.txt</i>	上記ファイル入力時に、設定の是非を判定するための検査ファイル。並びのテキスト書式のファイル。
<i>exprim.surface.peyyyyy.bin</i>	モデルの地面格子点の土地利用カテゴリや海水面温度が格納されているファイル。直接探査の書式なしバイナリファイル。
<i>exprim.surface.check.txt</i>	上記ファイル入力時に、設定の是非を判定するための検査ファイル。並びのテキスト書式のファイル。
<i>exprim.grdxxxxxx.peyyyyy.bin</i>	補間済みの外部の客観解析データの各格子点値が格納されているファイル。直接探査の書式なしバイナリファイル。
<i>exprim.grd.check.txt</i>	上記ファイル入力時に、設定の是非を判定するための検査ファイル。並びのテキスト書式のファイル。
<i>exprim.radxxxxxx.peyyyyy.bin</i>	補間済みの外部のレーダーデータの各格子点値が格納されているファイル。直接探査の書式なしバイナリファイル。
<i>exprim.rad.check.txt</i>	上記ファイル入力時に、設定の是非を判定するための検査ファイル。並びのテキスト書式のファイル。
<i>exprim.sounding.txt</i>	水平面一様の鉛直1次元の初期値ファイル。並びのテキスト書式のファイル。
<i>exprim.dmpxxxxxx.peyyyyy.txt</i> <i>exprim.dmpxxxxxx.peyyyyy.bin</i>	計算結果が格納されたファイル。設定オプションにより、並びのテキスト書式のファイルで出力するか、直接探査の書式なしバイナリファイルで出力するかを選択できる。
<i>exprim.geography.peyyyyy.txt</i> <i>exprim.geography.peyyyyy.bin</i>	計算領域の地理情報が格納されたファイル。上記ファイルと同様に、設定オプションにより、出力形式を指定できる。
<i>exprim.resxxxxxx.peyyyyy.bin</i>	リスタートファイル。順番探査の書式なしバイナリファイル。
<i>exprim.res.check.txt</i>	上記ファイル入力時に、設定の是非を判定するための検査ファイル。並びのテキスト書式のファイル。
<i>exprim.dmpxxxxxx.united.bin</i>	各ノード毎に別々のヒストリファイルが1つにまとめられたもの。直接探査の書式なしバイナリファイル。
<i>exprim.geography.united.bin</i>	各ノード毎に別々の地理情報ファイルが1つにまとめられたもの。直接探査の書式なしバイナリファイル。

---

### 9.2.3 ユーザー操作のファイルフォーマット

本節では、ユーザーが直接操作する必要が生ずる、サウンディングファイル、履歴ファイル、地理情報ファイルのフォーマットを説明する。

#### サウンディングファイルのフォーマット

サウンディングファイルの第1列目と第2列目、さらに、第5列目には変数の種類が設定できるように設計されている。そこで、設定することのできる変数を全て列挙しておく。このとき、組み合わせの制限はないので、全部で8通りの選択方法があることになる。

---

第1列	高さ [ m ] もしくは、圧力 [ Pa ]
第2列	温度 [ K ] もしくは、温位 [ K ]
第3列	速度の東西成分 [ m s <sup>-1</sup> ]
第4列	速度の南北成分 [ m s <sup>-1</sup> ]
第5列	水蒸気混合比 [ kg kg <sup>-1</sup> ] もしくは、相対湿度 [ % ]

---

次に、例として節 9.3.1 で用いたファイルの一部分を示す。これを模倣してサウンディングファイルとして作成し、ファイル user.conf を設定するだけである。Form ディレクトリにも様々なサンプルがあるので、参考にするとよい。

```
#####
#
#   One dimensional sounding input file, sounding.txt.cats.eye.form
#
#   This is the cats eye simulation data.
#
#   Author       : SAKAKIBARA Atsushi
#   Date        : 1999/07/23
#   Modification : 1999/07/28
#               : 1999/11/19
#
#   First column: height [m]
#   Second column: tempereture [K]
#   Third column: x components of velocity [m/s]
#   Fourth column: y components of velocity [m/s]
#   Fifth column: water vapor relative humidity [%]
#
#####
780.e0 300.200e0 8.0000e0 0.e0 0.e0
720.e0 300.200e0 7.9999e0 0.e0 0.e0
660.e0 300.200e0 7.9993e0 0.e0 0.e0
```

```

600.e0 300.200e0 7.9946e0 0.e0 0.e0
540.e0 300.199e0 7.9449e0 0.e0 0.e0
530.e0 300.199e0 7.9231e0 0.e0 0.e0
      :
      :
200.e0 299.802e0 -7.9231e0 0.e0 0.e0
190.e0 299.802e0 -7.9449e0 0.e0 0.e0
180.e0 299.801e0 -7.9604e0 0.e0 0.e0
120.e0 299.800e0 -7.9946e0 0.e0 0.e0
 60.e0 299.800e0 -7.9993e0 0.e0 0.e0
  0.e0 299.800e0 -7.9999e0 0.e0 0.e0

```

### ヒストリファイルと地理情報ファイルのフォーマット

計算結果が格納されているヒストリファイルと計算領域の地理情報が格納されている地理情報ファイルは、ユーザーの設定により、並びのテキスト書式のファイルによる出力が直接探査の書式なしバイナリファイルによる出力かが選択できる。

まず、出力形式をテキスト書式 (`dmpfmt = 1`) に設定した場合には、ある 1 変数は、

---

```

do xxx k=2,nk-2
  write(ionum,*,err=errnum) (variable(i,j,k),i=2,nx-2,j=2,ny-2)
xxx continue

```

---

のように出力される。

次に、出力形式を書式なしバイナリ (`dmpfmt = 2`) に設定した場合には、ある 1 変数は、

---

```

do xxx k=2,nk-2
  recnum=recnum+1
  write(ionum,rec=recnum,err=errnum)
    (variable(i,j,k),i=2,nx-2,j=2,ny-2)
xxx continue

```

---

のように直接探査の書式なしバイナリファイルで出力される (`outdmp3d.f` と `outdmp2d.f` を参照)。ここで、`nx,ny,nz` は全格子点数を表し、地理情報ファイルの場合は鉛直方向の次元は 1 である。

各変数の出力範囲は、計算格子と同じ  $z^*$  系 ( $\zeta$  系) への出力オプション (`dmpcmp = 1`) について言えば、次の図 9.3 (図 6.2 と同じ) のように、太線内の領域の  $x$  の点の値が出力される。ただし、の点に定義される各方向の速度成分については、スカラー量が定義されている  $x$  の点に補間されて出力される。

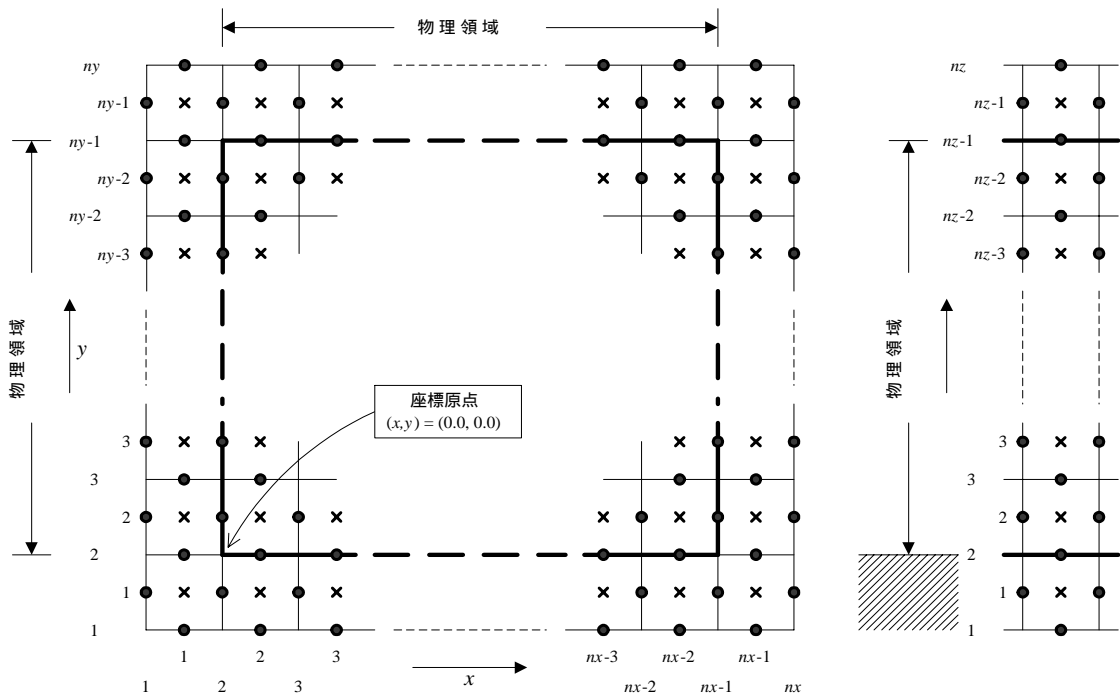


図 9.3. 全計算領域における変数の配置図 ( o は速度の定義点、x はスカラー量の定義点を表す )

ヒストリファイルについて、他の鉛直座標系への出力オプションを選択した場合の  $z^*$  系 ( $\zeta$  系) との関連は、図 9.4 のとおりである。

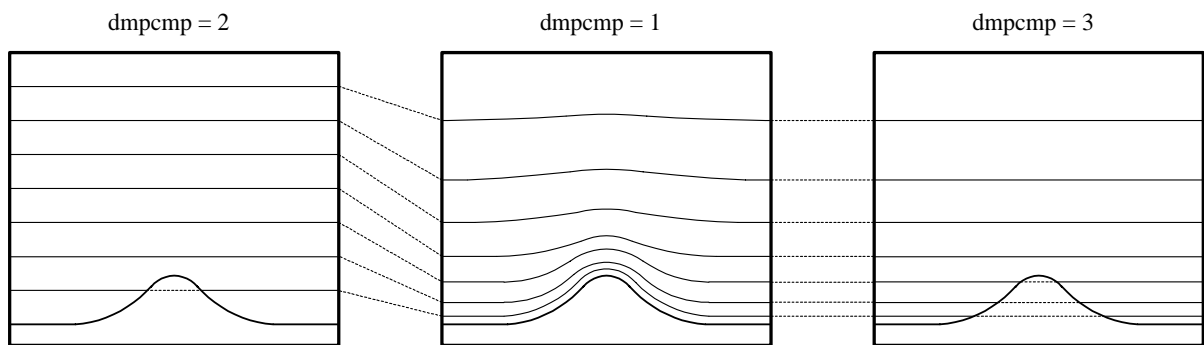


図 9.4. ヒストリファイルの鉛直座標系出力オプションの関連。

出力される変数の種類は実行時の設定により毎回異なるが、ファイル出力の設定時間に到達するたびに、出力各面の高度 [m] などの必要な情報とともにその変数種類や出力順が標準出力にログとして残される。次表に出力される変数とその単位を示す。

## 地理情報ファイルの出力変数 (プログラムにおける変数名と出力範囲)

ht(2:nx-2,2:ny-2)	標高	m
lat(2:nx-2,2:ny-2)	緯度	°
lon(2:nx-2,2:ny-2)	経度	°
mf(2:nx-2,2:ny-2,1:1)	マップスケールファクタ	
fc(2:nx-2,2:ny-2,1:1)	コリオリパラメータ	
fc(2:nx-2,2:ny-2,2:2)	コリオリパラメータ	
land(2:nx-2,2:ny-2)	土地利用カテゴリ	

## ヒストリファイルの出力変数 (プログラムにおける変数名と出力範囲)

usfc(2:nx-2,2:ny-2)	地上 10 m における速度の東西成分		$m s^{-1}$
vsfc(2:nx-2,2:ny-2)	地上 10 m における速度の南北成分		$m s^{-1}$
psfc(2:nx-2,2:ny-2)	地上 1.5 m における圧力		Pa
ptsfc(2:nx-2,2:ny-2)	地上 1.5 m における温位		K
qvsfc(2:nx-2,2:ny-2)	地上 1.5 m における水蒸気混合比		$kg kg^{-1}$
u(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	速度の東西成分		$m s^{-1}$
v(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	速度の南北成分		$m s^{-1}$
w(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	速度の鉛直成分		$m s^{-1}$
pbr(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	基準状態の圧力	予報開始時刻から不変	Pa
pp(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	基準状態からの圧力の偏差		Pa
ptbr(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	基準状態の温位	予報開始時刻から不変	K
ptp(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	基準状態からの温位の偏差		K
qvbr(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	基準状態の水蒸気混合比	予報開始時刻から不変	$kg kg^{-1}$
qv(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	水蒸気混合比		$kg kg^{-1}$
qc(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	雲水混合比		$kg kg^{-1}$
qr(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	雨水混合比		$kg kg^{-1}$
qi(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	雲氷混合比		$kg kg^{-1}$
qs(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	雪の混合比		$kg kg^{-1}$
qg(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	霰の混合比		$kg kg^{-1}$
nci(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	雲氷の数密度		$m^{-3}$
ncs(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	雪の数密度		$m^{-3}$
ncg(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	霰の数密度		$m^{-3}$
prr(2:nx-2,2:ny-2,1:1)	降雨量強度		$m s^{-1}$
prr(2:nx-2,2:ny-2,2:2)	ファイル出力間隔の時間内の積算降雨量		m
prs(2:nx-2,2:ny-2,1:1)	降雪量強度		$m s^{-1}$
prs(2:nx-2,2:ny-2,2:2)	ファイル出力間隔の時間内の積算降雪量		m
prg(2:nx-2,2:ny-2,1:1)	降霰量強度		$m s^{-1}$
prg(2:nx-2,2:ny-2,2:2)	ファイル出力間隔の時間内の積算降霰量		m
zph(2:nx-2,2:ny-2,2:nz-2)	各格子点の高さ	予報開始時刻から不変	m



## 9.3 CReSS の実行

### 9.3.1 *solver* の実行方法

ここでは、ケルビンヘルムホルツ不安定波という具体的な実験例を用いて、主プログラム *solver* を実行する一連の作業を説明する。なお、ここでの説明は具体例を用いたものであるが、どのような場合でも動作方法は変わらない。

さて、ここで、ケルビンヘルムホルツ不安定波を選んだのは、

- 入力ファイルに水平面一様のサウンディングファイルを用いればよい。
- 計算時間が比較的短時間ですみ、結果をすぐに確認することができる。
- その結果を、教科書などの図と比較しやすい。

からである。本節をそのまま実行すれば、結果を出力するまでの一連の動作を経験することができる。

まず、ユーザーは適当なディレクトリに *CReSS* の圧縮アーカイブファイルがあることを確認し、このファイルを解凍・展開しなければならない。

```
% ls
cress1.4m.tar.Z
% uncompress -c cress1.4m.tar.Z | tar xvf -
  messages
  :
% ls
CReSS1.4m      cress1.4m.tar.Z
%
```

これで *CReSS* は適当な場所にインストールされたことになるので、次に、*CReSS1.4m* ディレクトリに移動し、どのような構造になっているか見てみよう。

```
% cd CReSS1.4m
% ls
Doc          Src          compile.conf
Form        Tmp          compile.csh
%
```

上に示したような表示は得られているだろうか。大文字で始まるものはサブディレクトリ、小文字で始まるものはファイルである。以下にこれらを簡単に説明しよう。

Doc	ユーザーズガイドや Readme などの各種文書があるディレクトリ
Form	各種検証実験の設定ファイルとサウンディングデータファイルがあるディレクトリ
Src	全ソースファイルがあるディレクトリ
Tmp	コンパイル時にインクルードファイルが生成されるテンポラリディレクトリ
compile.conf	コンパイルコマンドやオプションを指定する設定ファイル
compile.csh	コンパイルを制御するシェルスクリプト

さて、Form ディレクトリには上記のように、各種実験の設定ファイルとデータファイルがある。それらを CReSS1.4m ディレクトリに以下のようなファイル名でコピーし（この実験名が test であるため、入出力されるファイル名には全て test. が付加される）、ケルビンヘルムホルツ不安定波の実験を始める。

```
% cp Form/user.conf.cats.eye.form user.conf
% cp Form/sounding.txt.cats.eye.form test.sounding.txt
% ls
Doc                Src                compile.conf      test.sounding.txt
Form               Tmp               compile.csh       user.conf
%
```

次に、実行ファイル作成のために、ソースコードを以下のようにしてコンパイルする。このとき配列の大きさなどの情報は user.conf から読み込まれ、compile.csh が自動的にインクルードファイルを生成するので、ソースファイルの一部を書き換えたりする必要はない。しかし、デフォルトの設定では出力ファイルに対して直接探査の書式なしバイナリの指定をしているので、使用している機種によっては、その語長に特殊な値を設定しなければならない可能性がある。その場合、user.conf の変数 wlength を書き直す（多くの場合 4 1 と思われる）必要がある。また、Fortran コンパイラコマンドがよく用いられるような f90 や mpif90 でない場合やコンパイラコマンドオプションを設定したい場合、compile.conf に必要な情報を書き加える必要がある。

```
% compile.csh solver user.conf
cd Src; messages
      :
%
```

コンパイルが終了すると、実行ファイル solver.exe が生成されている。実際には、solver.exe は Src ディレクトリ内の実体へのシンボリックリンクである。

```
% ls
Doc                Tmp                solver.exe
Form               compile.conf       test.sounding.txt
Src                compile.csh        user.conf
%
```

これで実験の準備は全て整った。並列計算機を用いて実験する場合、ジョブスクリプトを記述したり機種に適合した MPI コマンドを実行しなければならないかもしれないが、基本的には以下のコマンドを入力することにより、設定ファイル user.conf を標準入力から読み込み、計算の進捗状況を log.solver（ファイル名はもちろん可変）に標準出力から書き出しながら、バックグラウンドで solver.exe を実行すればよい。

```
% solver.exe < user.conf >& log.solver &
%
```

計算終了後、次のように各ノード毎のヒストリファイル、地理情報ファイル、リスタートファイルが生成される（この例では 4 ノードの実行なので 4 つずつ）。計算が正常に終了したかどうかは、標準出力ファイル log.solver の最後にある一文 “This program stopped normally.” が記述されているかどうかで確認できる。また、このファイルには計算の進捗状況やファイルの入出力のメッセージ、各予報変数の最大・最

小値などが出力されているので確認するとよい。

```
% ls
Doc                test.dmp000120.pe0002.bin
Form               test.dmp000120.pe0003.bin
Src                test.dmp000160.pe0000.bin
Tmp                test.dmp000160.pe0001.bin
compile.conf       test.dmp000160.pe0002.bin
compile.csh        test.dmp000160.pe0003.bin
log.solver         test.dmp000200.pe0000.bin
solver.exe         test.dmp000200.pe0001.bin
test.dmp000000.pe0000.bin test.dmp000200.pe0002.bin
test.dmp000000.pe0001.bin test.dmp000200.pe0003.bin
test.dmp000000.pe0002.bin test.dmp000240.pe0000.bin
test.dmp000000.pe0003.bin test.dmp000240.pe0001.bin
test.dmp000040.pe0000.bin test.dmp000240.pe0002.bin
test.dmp000040.pe0001.bin test.dmp000240.pe0003.bin
test.dmp000040.pe0002.bin test.geography.bin
test.dmp000040.pe0003.bin test.res000240.check.txt
test.dmp000080.pe0000.bin test.res000240.pe0000.bin
test.dmp000080.pe0001.bin test.res000240.pe0000.bin
test.dmp000080.pe0002.bin user.res000240.pe0001.bin
test.dmp000080.pe0003.bin test.res000240.pe0002.bin
test.dmp000120.pe0000.bin test.sounding.txt
test.dmp000120.pe0001.bin user.conf
%
```

### 9.3.2 unite の実行方法

ヒストリファイルは、並列実行の場合、各ノード毎に複数出力されるので1つにまとめる必要がある。そのためにポストプロセッサ *unite* を実行しなければならない。次のように入力しよう。

```
% compile.csh unite user.conf
cd Src; messages
:
%
```

これで、ポストプロセッサ *unite.exe* が生成された。solver.exe と同様にして、適当な標準出力ファイルを指定してバググラウンドで実行する。

```
% unite.exe < user.conf >& log.unite &
%
```

まとめられたファイルは、例えば 240s 後のヒストリファイルなら *test.dmp000240.united.bin* である。また、このファイルのフォーマットは前節 9.2.3 で説明したとおりで、出力変数の種類・順番は、solver.exe 実行時の標準出力ファイル *log.solver* に出力されているので確認するとよい。このファイルを表示アプリ

ケーション等に読み込ませれば、図 9.5 と図 9.6 ( 図 10.6、図 10.7 と同じ ) のように結果が表示できる。

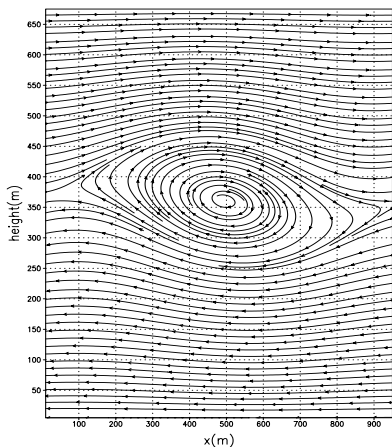


図 9.5. 予報開始時刻より 240s 後の流線 ( $u-w$ )。

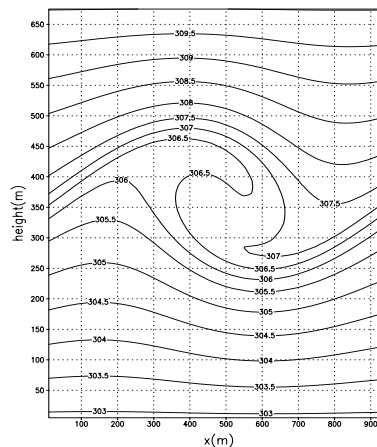


図 9.6. 予報開始時刻より 240s 後の温度 [ K ]

### 9.3.3 terrain の実行方法

プリプロセッサ *terrain* は、標高データをモデルの計算領域に補間するプログラムである。客観解析データを用いて予報実験をするような場合は、平原における計算でもない限り標高データが必要になるので、まず最初に *terrain* を実行しなければならないだろう。

さて、*terrain* を実行する場合、まず、外部の標高データファイルを用意しプログラムに読み込ませる必要があるが、*CReSS* ではデータファイルの形式は特に指定していない。その代わりに、Src ディレクトリにあるサブルーチン *rdhigh.f* の#で囲まれた部分を、データファイルに合わせて変更しなければならない。

---

```
* ##### You will have to modify the following lines. #####
```

```
    siz=nid*njd*wlength
```

```
    write(trnfl(1:16),'(a16)' 'data.terrain.bin')
```

```
    open(iotrnl,iostat=stat,file=trnfl(1:16),status='old',
```

```
    .    access='direct',form='unformatted',recl=siz)
```

```
* #####
```

```
* ##### You will have to modify the following lines. #####
```

```
    read(iotrnl,rec=1,err=100) ((htdat(id,jd),id=1,nid),jd=1,njd)
```

```
* #####
```

---

ここで、入力される標高データの単位は [ m ] である。入力データの単位が異なる場合には、このサブルーチンでの読み込みの際に直しておく必要がある。

実行方法は、まず、9.1 節を参照しながら設定ファイルを記述し、次のようにコンパイルする。

```
% compile.csh terrain user.conf
cd Src; messages
:
%
```

コンパイルが終了すると、実行ファイル `terrain.exe` が生成されている。実際には、`terrain.exe` は `Src` ディレクトリ内の実体へのシンボリックリンクである。

次に、以下のコマンドを入力して `terrain.exe` を実行する。入力ファイルは `terrain.exe` と同じディレクトリになければならない。

```
% terrain.exe < user.conf >& log.terrain &
%
```

終了後、各ノード毎の設定に見合う名称（ここでも実験名は `test` としている）の標高ファイルが生成される。なお `terrain.exe` は逐次版・並列版ともに 1 ノードで動作し、逐次版の場合には 1 つのファイルが、並列版の場合には `solver.exe` を実行するときに必要なノード数のファイルが出力される。

#### 9.3.4 *surface* の実行方法

プリプロセッサ *surface* は、土地利用データや海水面データをモデルの計算領域に補間するプログラムである。土地利用状況や海水面温度の分布を反映させ、より現実に近い条件で予報実験をする場合には、*surface* を実行しなければならない。

さて、*surface* を実行する場合、まず、外部の土地利用データファイルならびに海水面温度データファイルを用意しプログラムに読み込ませる必要があるが、*surface* においてもデータファイルの形式は特に指定していない。その代わりに、`Src` ディレクトリにあるサブルーチン `rdland.f` ならびに `rdsst.f` の#で囲まれた部分を、データファイルに合わせて変更しなければならない。なお、必ずしも土地利用・海水面の 2 種類のファイルがなければ実行できないことはなく、どちらか一方のデータのみを用いることも可能である。

---

```
* ##### You will have to modify the following lines. #####
```

```
    siz=nid*njd*wlngth
```

```
    write(lndfl(1:13),'(a13)') 'data.land.bin'
```

```
    open(iolnd,iostat=stat,file=lndfl(1:13),status='old',
      .   access='direct',form='unformatted',recl=siz)
```

```
* #####
```

```
* ##### You will have to modify the following lines. #####
```

```
read(iolnd,rec=1,err=100) ((landat(id,jd),id=1,nid),jd=1,njd)
```

```
* #####
```

---



---

```
* ##### You will have to modify the following lines. #####
```

```
siz=nid*njd*wlngth
```

```
write(sstfl(1:12),'(a12)') 'data.sst.bin'
```

```
open(iosst,iostat=stat,file=sstfl(1:12),status='old',
.   access='direct',form='unformatted',recl=siz)
```

```
* #####
```

```
* ##### You will have to modify the following lines. #####
```

```
read(iosst,rec=1,err=100) ((sstdat(id,jd),id=1,nid),jd=1,njd)
```

```
* #####
```

---

ここで、入力される土地利用データのカテゴリは `rdland.f` の最初の部分にある#で囲まれた内容に従わねばならない。また、海水面温度の単位は [ K ] である。入力データのカテゴリや単位が異なる場合には、このサブルーチンでの読み込みの際に直しておく必要がある。

実行方法は、`terrain.exe` と同様に、設定ファイルを記述し、次のようにコンパイルする。

```
% compile.csh surface user.conf
cd Src; messages
:
%
```

コンパイルが終了すると、実行ファイル `surface.exe` が生成されている。

次に、以下のコマンドを入力して `surface.exe` を実行する。入力ファイルは `surface.exe` と同じディレクトリになければならない。

```
% surface.exe < user.conf >& log.surface &
%
```

終了後、各ノード毎の設定に見合う名称（ここでも実験名は `test` としている）の地表面ファイルが生成される。なお `surface.exe` も逐次版・並列版ともに 1 ノードで動作する。

### 9.3.5 *gridata* の実行方法

次に、3次元格子点値ファイルを生成するプリプロセッサ *gridata* に入出力されるファイルと実行方法を説明する。

さて、モデル入力用 3次元格子点値ファイルを用意する場合、まず、客観解析値などの 3次元データファイルを用意する必要がある。他のプリプロセッサと同様に、そのファイルの形式は特に指定していないが、その代わりに、Src ディレクトリにあるサブルーチン `rdobj.f` を変更しなければならない。`rdobj.f` の#で囲まれた部分を読み込むべきファイルに合わせて変更すればよい。ただし、時間的に変化しない標高データファイルなどと違い、ファイル名の一部にグレゴリオ暦の形式 `yyyymmddhhmm` (UTC) が含まれてなければならない。

---

```
* ##### You will have to modify the following lines. #####

      write(objfl(1:24),'(a8,a12,a4)') 'data.obj',cdate(1:12),'.bin'

      open(iobj,iostat=stat,file=objfl(1:24),status='old',
        .      access='sequential',form='unformatted')

* #####

* ##### You will have to modify the following lines. #####

      read(iobj,end=100,err=100) zdat

      read(iobj,end=100,err=100) udat
      read(iobj,end=100,err=100) vdat

      read(iobj,end=100,err=100) pdat
          :

* #####
```

---

ここで、必ず入力されなければならない変数は、次の表、

<code>zdat</code>	各格子点の高さ（標高と一致するとは限らない）	m
<code>udat</code>	データ格子系の速度の東西成分（緯度・経度方向とは異なる）	$\text{m s}^{-1}$
<code>vdat</code>	データ格子系の速度の南北成分（緯度・経度方向とは異なる）	$\text{m s}^{-1}$
<code>pdat</code>	各格子点の圧力	Pa
<code>ptdat</code>	各格子点の温位または温度	K

---

入力の有無を選択できる変数は、次の表のとおりである。

wdat	データ格子系の速度の鉛直成分	$\text{m s}^{-1}$
qvdat	各格子点の水蒸気混合比または相対湿度	$\text{kg kg}^{-1}$ or %
qcdat	各格子点の雲水混合比	$\text{kg kg}^{-1}$
qrdat	各格子点の雨水混合比	$\text{kg kg}^{-1}$
qidat	各格子点の雲氷混合比	$\text{kg kg}^{-1}$
qsdat	各格子点の雪混合比	$\text{kg kg}^{-1}$
qgdat	各格子点の霰混合比	$\text{kg kg}^{-1}$

なお、入力データの単位が上の表と異なる場合には、このサブルーチンにおける読み込みの際に変換しておく必要がある。

また、地表面のデータが別途ある場合 ( $\text{refsf} = 1$ ) には、一番目の鉛直方向の添え字 ( $\text{kd} = 1$ ) の番地にそれらのデータを読み込まなければならない。一番目の鉛直方向の添え字が使用されることは、 $\text{refsf}$  の設定によって違いがあるわけではないので、読み込みの際には注意が必要である。例えば、一番目の添え字の番地に、各格子点の高さ  $\text{zdat}$  にデータの標高を、物理量についてはその高さに対応するデータを読み込んでおき、 $\text{refsf} = 1$  と設定すれば、 $\text{kd} = 1$  に対応するデータの標高より低い物理量を無視して鉛直補間がなされる。そうでなければ、 $\text{kd} = 1$  の物理量だけが区別されることにならないので、モデル格子では地中であるかどうかにかかわらず内・外挿されることになる。特に  $p$  面のデータの場合には、何らかの補正はされているにしても、気圧が高い面ほど地中に位置するデータが含まれることに注意が必要である。

実行方法は、ここでも基本的に他のプリプロセッサと同様である。まず、設定ファイルを記述し、次のようにコンパイルする。

```
% compile.csh gridata user.conf
cd Src; messages
:
%
```

コンパイルが終了すると、実行ファイル `gridata.exe` が生成されている。

次に、以下のコマンドを入力して `gridata.exe` を実行する。入力ファイルは `gridata.exe` と同じディレクトリになければならない。

```
% gridata.exe < user.conf >& log.gridata &
%
```

終了後、各ノード毎の実験名の設定に見合う名称 (実験名を `test` としているのは前節までと同様) のモデル入力用 3次元格子点値ファイルと、設定によっては、外部気象データの標高に徐々に繋がるような標高ファイルが生成される。なお、`gridata.exe` も他のプリプロセッサと同様に逐次版・並列版ともに 1 ノードで動作する。





なお、入力データの単位が上の表と異なる場合には、このサブルーチンにおける読み込みの際に変換しておく必要がある。また、値が定義されていない点 (undefined point) は、 $-1.0 \times 10^{34}$  未満の値で満たされていなければならないように設計されているので、同じく読み込みの際に変換しておく必要がある。

実行方法は、ここでも基本的に他のプリプロセッサと同様である。まず、設定ファイルを記述し、次のようにコンパイルする。

```
% compile.csh radata user.conf
cd Src; messages
      :
%
```

コンパイルが終了すると、実行ファイル `radata.exe` が生成されている。

次に、以下のコマンドを入力して `radata.exe` を実行する。入力ファイルは `radata.exe` と同じディレクトリになければならない。

```
% radata.exe < user.conf >& log.radata &
%
```

終了後、各ノード毎の実験名の設定に見合う名称 (実験名を `test` としているのは前節までと同様) のモデル入力用レーダー格子点値ファイルが生成される。なお、`radata.exe` も他のプリプロセッサと同様に逐次版・並列版ともに 1 ノードで動作する。

## 第10章

# さまざまな実験例

本章では、*CReSS* の検証のための各種実験結果を示す。

これらの検証では、乾燥大気について、山岳波、ケルビンヘルムホルツ不安定波、及び乾燥ダウンバーストについてテストを行った。これら乾燥大気に対する実験は、一部を除いて、一般的なワークステーションでも簡単に実行できるものである。

また、湿潤大気に対する *CReSS* の検証として、1999 年 9 月 24 日に愛知県豊橋市で台風 18 号に伴って発生した竜巻と、1998 年 6 月 11 日から 7 月 22 日にかけて行われた GAME/HUBEX 集中観測において観測された強いスコールラインのシミュレーションを行った。これら湿潤大気に対する実験は、できる限り大規模で高速な計算機を用いなければ計算できないものである。

## 10.1 乾燥大気の実験

乾燥大気については、山岳波、ケルビンヘルムホルツ不安定波、及び乾燥ダウンバーストについてテストを行った。以下にこれらの結果を示していく。

### 10.1.1 山岳波の実験

この実験では、一様な流れの中に小規模な孤立峰を置いて山岳波が励起される様子を調べた。モデルの設定の概要は以下のとおりである。

格子数	363 × 4 × 147
格子間隔	400 × 400 × 125 m
タイムステップ	HE-VI の時間積分で、大 : 10.0 s、小 : 1.0 s
地形	高さ 500 m、半値幅 2000 m のベル型の孤立峰を設定
初期水平風	東向き 10 m s <sup>-1</sup>
初期温位	プラントバイサラ振動数が 0.01 s <sup>-1</sup> で一定になるように設定
初期温位擾乱	なし
移流計算	4 次の中心差分に 4 次の数値粘性項を付加
乱流計算	1.5 次のクロージャー
雲物理過程	なし

また、この実験のデータフローは下図 10.1 のとおりで、水平面一様のサウンディングファイルを入力するだけの非常に簡単な実験である。

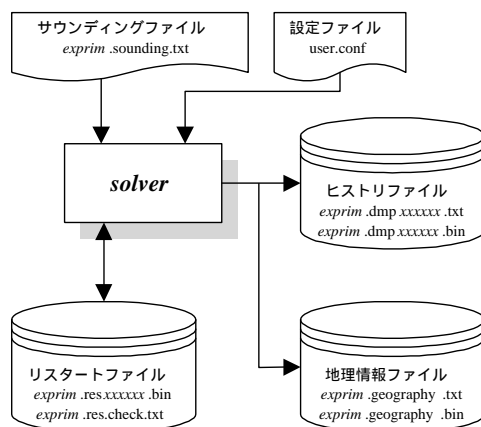


図 10.1. 山岳波の実験のデータフロー。

さて、この実験は山の風下に伝播する山岳波の例であるが、計算結果では、図 10.2 のように理論的に期待される結果が得られている。

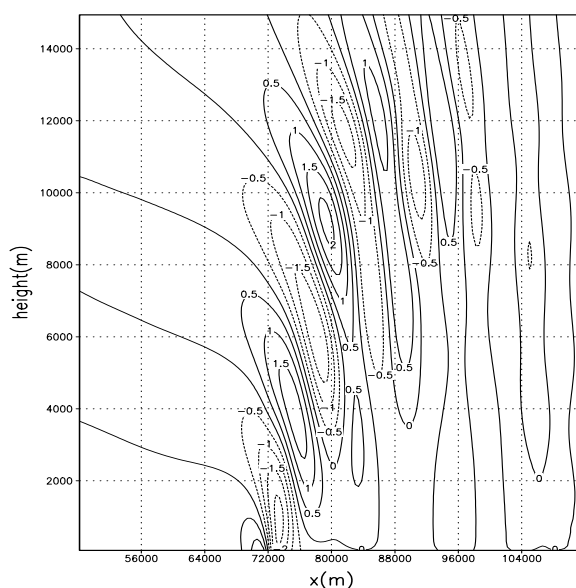


図 10.2. 予報開始時刻より 9000s 後の鉛直速度 [  $\text{m s}^{-1}$  ],

さらに、本節では、里村雄彦氏（京都大学・理）が提案された「急峻な地形での非静力学モデルの比較実験」（気象学会 2001 年春期 B368 参照）の参照実験として実施した山岳波の計算結果を示す。なお、里村氏が示された条件は 6 種類あるが、ここでは、その中の 1 つと独自に追加した条件での実験結果を示す。

本実験の機会と方針を与えていただきました京都大学の里村雄彦先生に対しては、ここに記して深くお礼申し上げます。

さて、里村氏の提案された実験の共通の条件は、以下のとおりである。

- 2次元の計算とする。
- 領域下部の中央にベル型の山を置く。
- 水平の計算領域は  $2000 \times dx$  ( $dx$  は水平格子サイズ)。
- 計算領域の高さは 15km 以上とし、必要であれば上部境界にダンピング層を置く。
- 基本場の水平風速は一定とする。
- ブラントバイサラ振動数（浮力振動数）は一定とする。

これに加えて、*CReSS* においては、以下の条件を設定する。

- 乾燥大気とする。
- 鉛直格子は等間隔とする。
- 側面境界は周期境界条件とする。
- 下部境界は自由端条件とする。
- 結果の出力は、 $z^*$  系から  $z$  系に変換して出力する。

まず、風下に伝播する山岳波の実験結果を示す。設定は以下のとおりで、データフローは図 10.1 と同様である。

格子数	2003 × 4 × 253
格子間隔	50 × 50 × 50 m
タイムステップ	HE-VI の時間積分で、大 : 10.0 s、小 : 1.0 s
地形	高さ 500 m、半値幅 500 m のベル型の孤立峰を設定
初期水平風	東向き 10 m s <sup>-1</sup>
初期温位	プラントサイラ振動数が 0.01 s <sup>-1</sup> で一定になるように設定
初期温位擾乱	なし
移流計算	4 次の中心差分に 4 次の数値粘性項を付加
乱流計算	1.5 次のクロージャー
雲物理過程	なし

この実験は先に示した実験とほぼ同じ条件での計算であるが、ベル型の山は、平均斜度が 26 度、最大斜度が約 34 度というように比較的傾きが大きいにもかかわらず、大きなノイズを発生することなく計算を実行できた (図 10.3)。

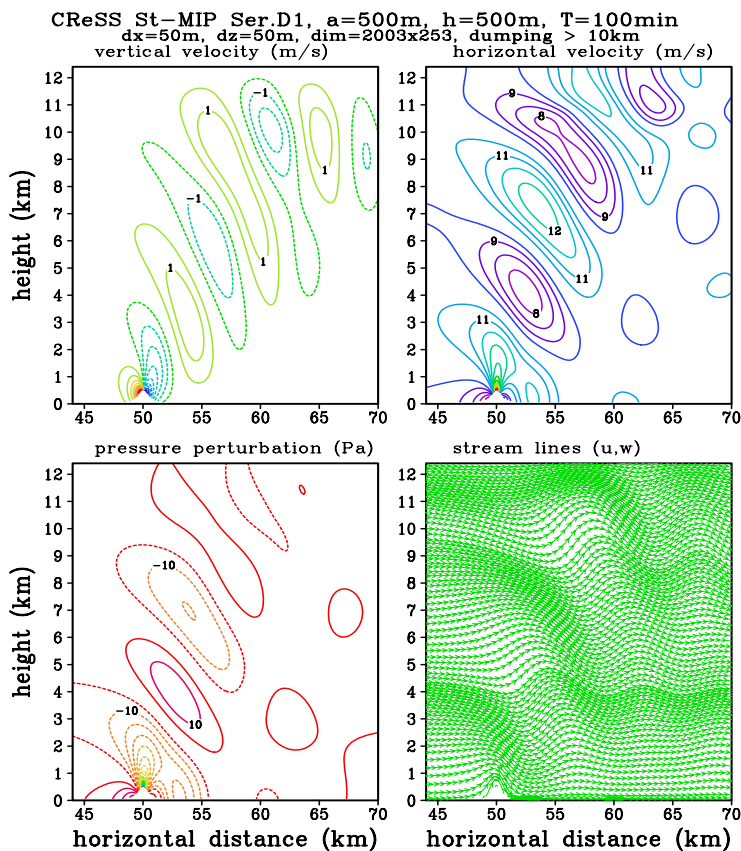


図 10.3. 予報開始時刻より 6000s 後の、速度 ( $u, w$ ) [ m s<sup>-1</sup> ] 圧力擾乱 [ Pa ]、流線。

次に、追加実験として、大振幅の非定常な山岳波の実験を行なった。設定は以下のとおりで、データフローは、図 10.1 と同様である。

格子数	2003 × 4 × 253
格子間隔	50 × 50 × 50 m
タイムステップ	HE-VI の時間積分で、大 : 10.0 s、小 : 1.0 s
地形	高さ 1000 m、半値幅 500 m のベル型の孤立峰を設定
初期水平風	東向き 10 m s <sup>-1</sup>
初期温位	プラントパイサラ振動数が 0.02 s <sup>-1</sup> で一定になるように設定
初期温位擾乱	なし
移流計算	4 次の中心差分に 4 次の数値粘性項を付加
乱流計算	1.5 次のクロージャー
雲物理過程	なし

結果として、山の風下に非定常な山岳波が形成されている様子が見られる。注目する点として、山の風下の地表近くには風速 30 m s<sup>-1</sup> の水平風があり、その上の高度 1 km 付近には逆向きの風が見られる。また、地上の大きな水平風が前線を形成しながら風下に伸びていく様子が見られる (図 10.4)。しかも、この実験の山は最大斜度が前の実験よりさらに大きく 50 度を越えるのにも係わらず、ほとんどノイズは見られない。

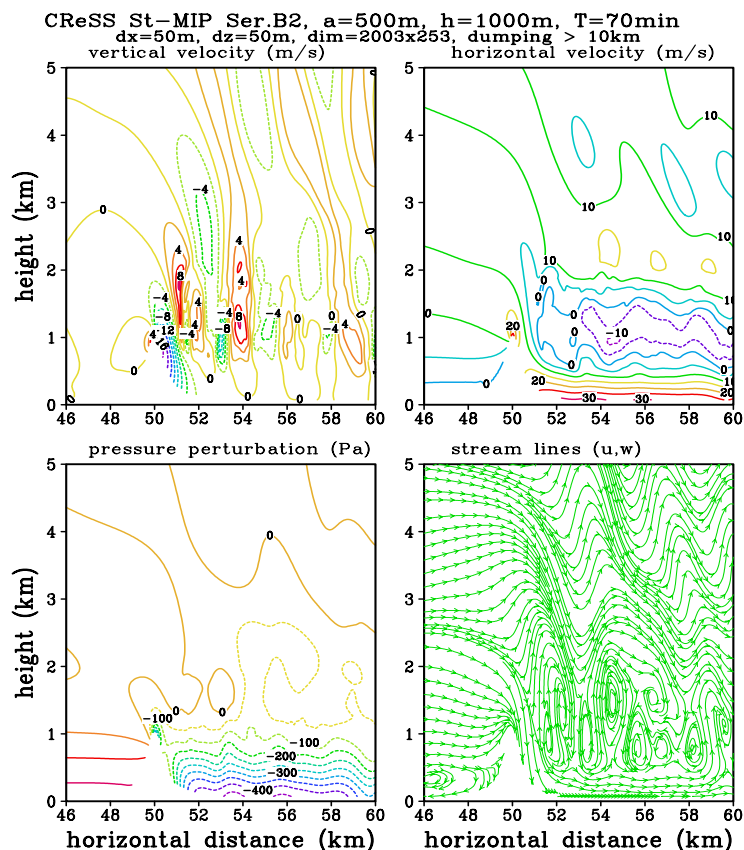


図 10.4. 予報開始時刻より 4200s 後の、速度 ( $u, w$ ) [ m s<sup>-1</sup> ] 圧力擾乱 [ Pa ] 流線。

### 10.1.2 ケルビンヘルムホルツ不安定波の実験

次に、乱流のパラメタリゼーションなどが小さな格子間隔でも正しく計算されることを調べるために、ケルビンヘルムホルツ不安定波の実験を行った。モデルの設定の概要は以下のとおりである。

格子数	51 × 4 × 71
格子間隔	20 × 20 × 10 m
タイムステップ	HE-VE の時間積分で、大 : 0.8 s、小 : 0.04 s
地形	なし
初期水平風	tanh 型のシアを設定
初期温位	tanh 型のシアを設定
初期温位擾乱	最大振幅 0.4 K の三角関数型の擾乱を設定
移流計算	4 次の中心差分に 4 次の数値粘性項を付加
乱流計算	1.5 次のクロージャー
雲物理過程	なし

また、この実験のデータフローは下図 10.5 のとおりで、これも水平面一様のサウンディングファイルを入力するだけの非常に簡単な実験である。

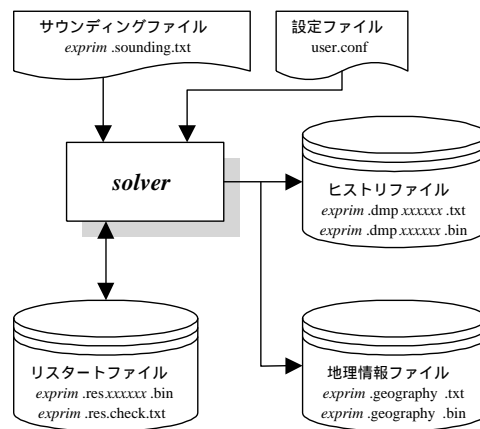


図 10.5. ケルビンヘルムホルツ不安定波の実験のデータフロー。

さらに、初期の水平風と温位の設定における tanh 型のシアとは、それらの高度分布が以下のように与えられるものである。

$$u(z) = u_c \left[ 1 + \tanh \left( \frac{z - z_c}{h} \right) \right] \quad (10.1)$$

$$\theta(z) = \theta_c + \Delta\theta \tanh \left( \frac{z - z_c}{h} \right) \quad (10.2)$$



ここで、 $u_c, \theta_c, z_c$  はそれぞれシア層中心の速度と温位と高度、 $h$  はシアが強い層の半分の厚さ、 $\Delta\theta$  はシア層上下の温位差である。また、この波を発達させるには、シア層の厚さと初期擾乱の波長の比が重要である。

さて、結果は、図 10.6 と図 10.7 に見られるように、ケルビンヘルムホルツ不安定波に見られるキャッツアイ構造などの特徴がよく表現され、渦の移流による温位の逆転成層も再現された。

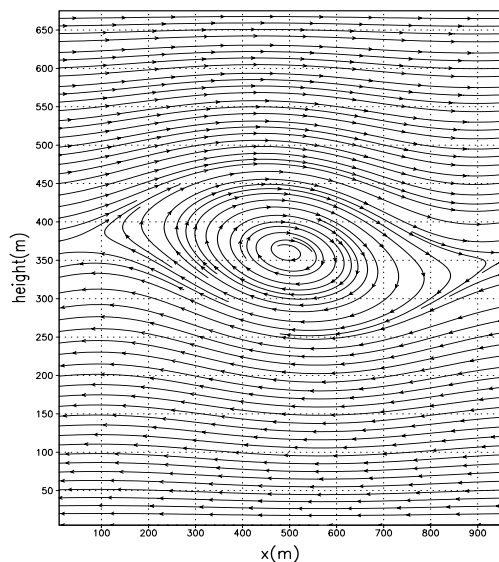


図 10.6. 予報開始時刻より 240s 後の流線 ( $u-w$ )。

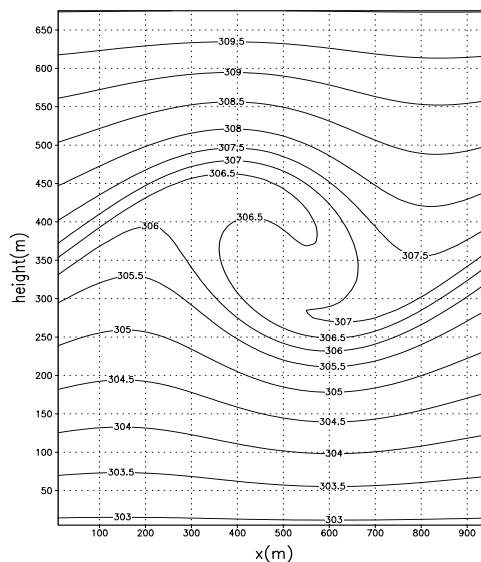


図 10.7. 予報開始時刻より 240s 後の温位 [K]

### 10.1.3 乾燥ダウンバーストの実験

この実験では、初期の静止大気中の上空に球形の密度の高い空気をおいて、その空気塊が下降するようすを調べる計算を行った。モデルの設定の概要は以下のとおりである。

格子数	51 × 51 × 35
格子間隔	2000 × 2000 × 500 m
タイムステップ	HE-VI の時間積分で、大 : 10.0 s、小 : 2.0 s
地形	標高 0 m の平面
初期水平風	無風
初期温位	300 K 一様に設定
初期温位擾乱	水平 4000 m、鉛直方向 1500 m、最大擾乱 -4 K の球形擾乱を設定
移流計算	4 次の中心差分に 4 次の数値粘性項を付加
乱流計算	1.5 次のクロージャー
雲物理過程	なし

また、この実験のデータフローは下図 10.8 のとおりで、これも水平面一様のサウンディングファイルを入力するだけの非常に簡単な実験である。

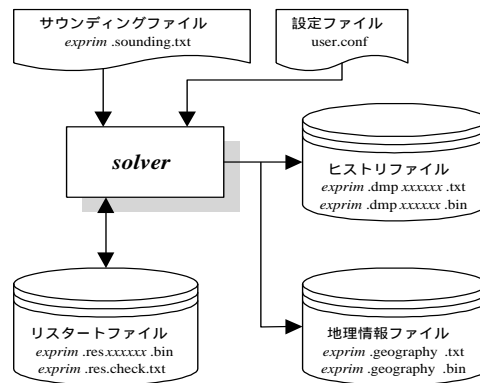


図 10.8. 乾燥ダウンバーストの実験のデータフロー。

計算結果では、図 10.9 に見られるように、下降気流と地上での発散風、それに伴う循環、及び発散風先端部のガストなどが期待されるように表現されているのが分かる。

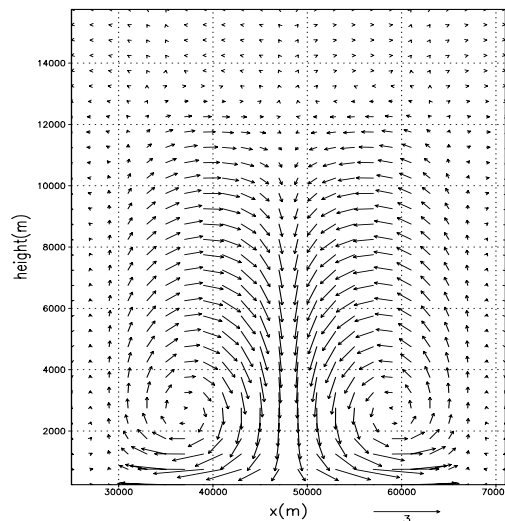


図 10.9. 予報開始時刻より 7200s 後の  $y$  鉛直断面の速度 [  $\text{m s}^{-1}$  ]

最後に、乾燥大気についての各種実験結果を以下にまとめる。

- 山岳波の実験では、一様な流れの中に孤立峰を置いて計算を行った結果、理論的に期待される山岳波が得られた。これにより力学過程と放射境界条件が正しく計算されていることが示された (図 10.2)。
- さらに、「急峻な地形での非静力学モデルの比較実験」による山岳波の実験では、急峻な地形においても大きなノイズを発生することなく計算できることが分かり、 $z^*$  系 ( $\zeta$  系) の座標のモデルを用いて、実際の地形を入力するような実験にも十分に対応できることが示された (図 10.3 ~ 図 10.4)。
- ケルビンヘルムホルツ不安定波の実験では、キャッツアイ構造などの特徴が表現され、渦の移流による温位の逆転成層なども再現された。これにより乱流のパラメタリゼーションなどが小さな格子間隔でも正しく計算されることが示された (図 10.6 ~ 図 10.7)。
- 乾燥ダウンバーストの実験では、下降気流と地上での発散風、それに伴う循環及び発散風先端部のガストなどが期待されるように表現された (図 10.9)。

## 10.2 湿潤大気の実験

湿潤大気については、豊橋で発生した竜巻と GAME/HUBEX で観測されたスコールラインのシミュレーション実験を行った。

### 10.2.1 竜巻のシミュレーション実験

本実験は、雲解像モデルを用いて、スーパーセルと竜巻というメソ対流系の高精度シミュレーションを同じ格子系で行い、以下のような観測された竜巻を数値モデルを用いて再現し解析できるかどうかを試みたものである。

1999年9月24日、台風18号の通過時に愛知県内で複数の竜巻が発生し、大規模な被害が出た。観測より竜巻の親雲としてスーパーセルが観測された。この竜巻とその親雲の概要を以下にまとめる。

- 竜巻は台風9918号の最外縁部の雲帯内で発生した。
- 複数の竜巻のうち、豊橋で発生したものが最も強く、気象台の発表では「F3」のものであった。
- この竜巻は1105JSTごろ発生し、時速約45kmで北北東に進行し、1130JSTごろ消滅した。
- ビデオ映像から豊橋の竜巻は反時計回りで、直径が数百メートルであった。
- 被害域の幅は最大550メートルあった。
- 潮岬の高層観測から発生点付近では不安定度が高く、シアが非常に大きかった。

この竜巻発生時のスーパーセルの様子は、名古屋大学大気水圏科学研究所のドップラーレーダー観測によって捉えられている。モデル計算の結果との比較の際に非常に重要な要素となるので示しておこう。

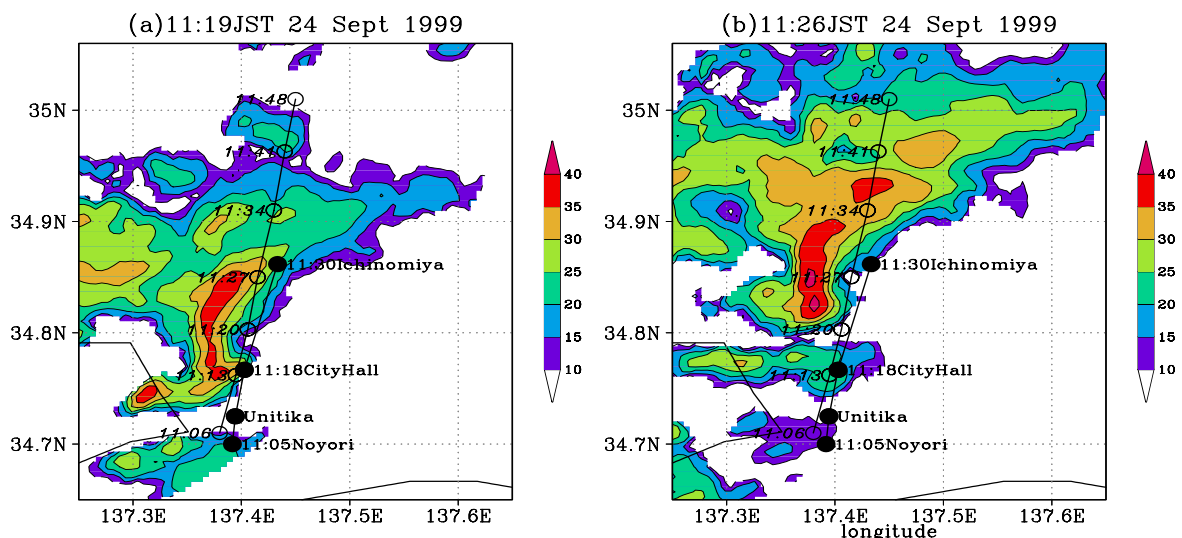


図 10.10. ドップラーレーダーで観測された竜巻の親雲の高度 1 km におけるエコー強度の CAPPI 表示。右図：1999年9月24日1119JST、左図：1126JST。 はドップラー速度から推定したメソサイクロンの中心位置の移動、 は竜巻の発生から消滅までの経路を示す。

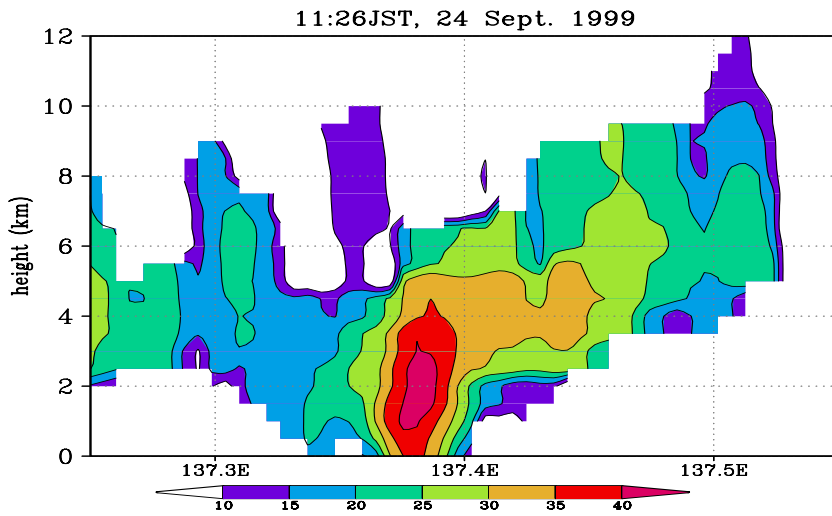


図 10.11. 1999 年 9 月 24 日 1126JST の北緯 34.85 度に沿うエコー強度 [dBZ] の東西方向の鉛直断面表示。

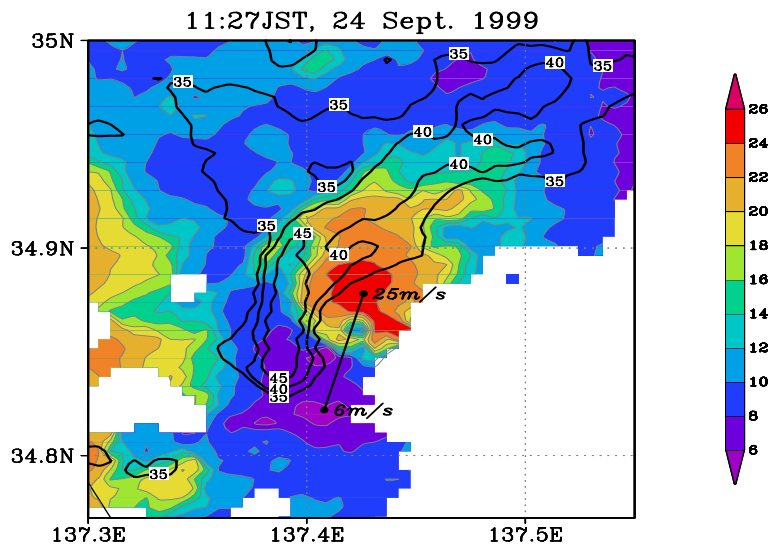


図 10.12. 1999 年 9 月 24 日 1127JST の仰角 2.6 度のドップラー速度の PPI 表示。豊橋付近は 2~3 km の高度に相当する。スケールは図の横に示してある [  $\text{m s}^{-1}$  ]。図中にはメソサイクロンに伴うドップラー速度の極小と極大を実線で結び、その値を示してある。また、等値線によりエコー強度を重ねてある。

さて、これまでの竜巻のシミュレーションは、粗い格子の中に細かい構造が現れたときだけそれに合わせた細かい格子をネスティングすることで行なわれてきたが、この実験はスーパーセルと竜巻を同じ格子系でシミュレーションを行い、このような現象を数値モデルを用いて再現し解析できるかどうかを試みたものである。この現象を選んだのは、スケールのオーダーが異なっていてしかも同時に発生するものをシミュレーションし、モデルが正しく機能していることを示すためである。ここで行った実験は、ネスティングをせずに全ての領域を均等な細かい格子で計算をしたことに意義がある。

次に、この実験の概要を示す。基本的には、潮岬の 0000UTC の高層観測データを入力し、初めに温位擾乱を与えることによりモデル内に雲を発生させ竜巻が再現できるかどうかを調べるものである。

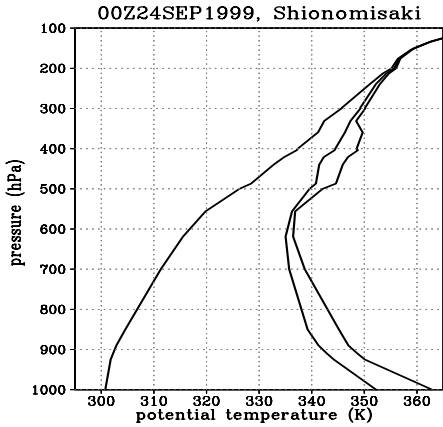


図 10.13. 潮岬における温位、相当温位、飽和相当温位 [ K ] の鉛直プロファイル。

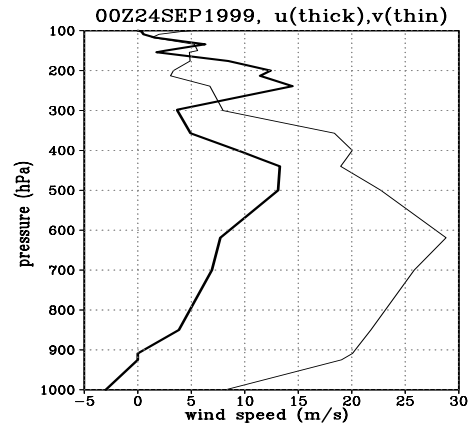


図 10.14. 潮岬における東西風（太線）と南北風（細線）[  $m s^{-1}$  ] の鉛直プロファイル。

モデルにおける設定は、以下のとおりである。

格子数・間隔	483 × 483 × 43、100 × 100 × 300 m
タイムステップ	HE-VE の時間積分で、大 : 0.6 s、小 : 0.1 s
地形	標高 0 m の平面
初期水平風	潮岬の高層観測データ
初期温位	潮岬の高層観測データ
初期温位擾乱	水平 10000 m、鉛直 1500 m、最大擾乱 4 K の球形擾乱
移流計算	4 次の中心差分に 4 次の数値粘性項を付加
乱流過程	1.5 次のクロージャー
雲物理過程	暖かい雨のバルク法のパラメタリゼーション

また、この実験のデータフローは下図 10.15 のとおりである。

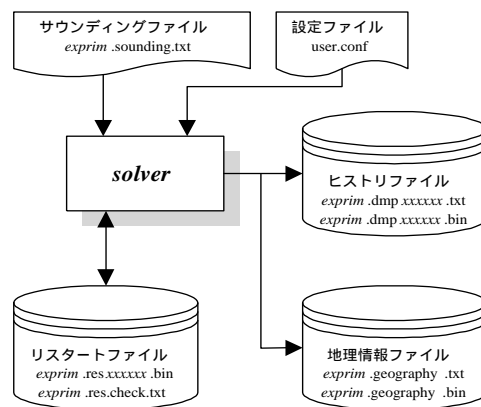


図 10.15. 竜巻のシミュレーション実験のデータフロー。

上記のように、この実験はサウンディングファイルを使用するだけの基本的なものであるが、計算規模は非常に大きく、格子間隔は非常に細かく、結果として、竜巻とその親雲を同時にシミュレートした結果は非常に興味深いものである。

図 10.16 には、竜巻の親雲となるスーパーセルが計算開始から約 90 分後には準定常状態になり、さらにその中心付近にできたフック状降水の中の最大上昇流付近に、竜巻に相当するスケールの渦が形成されたようすが示されている。

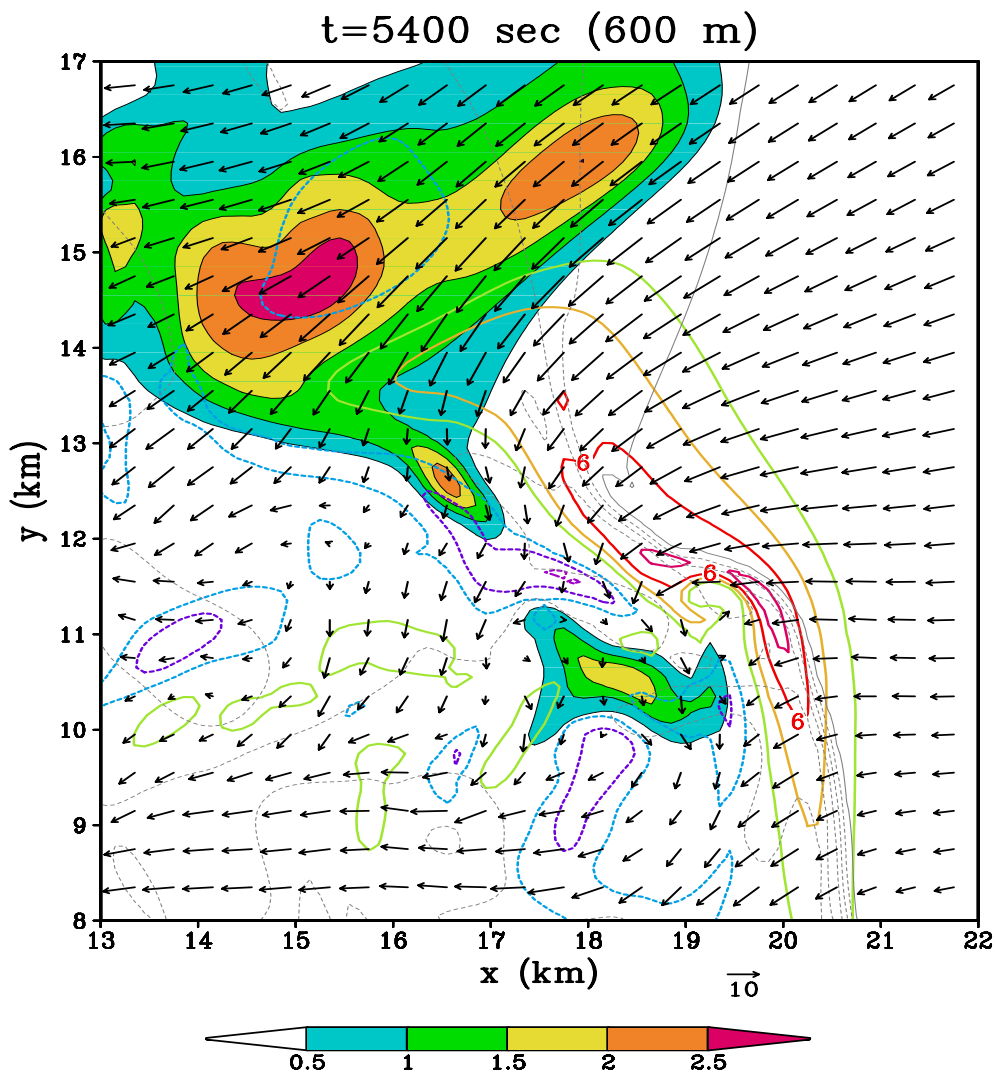


図 10.16. 予報開始時刻より 90 分後のスーパーセル中心付近の構造。高度 600 m の雨水 ( $[g \text{ kg}^{-1}]$ : 陰影) と鉛直流 ( $[m \text{ s}^{-1}]$ : 実線は上昇流、破線は下降流) と水平風 ( $[m \text{ s}^{-1}]$ : 矢印) および高度 15 m の温位擾乱 ( $[K]$ : 細線)。

図 10.17 と図 10.18 は地表面近くの渦の拡大図である。渦の直径は約 500 m あり、実際に観測されたものと同じ程度の大きさを示している。流れは気圧と旋衡風バランスをしており、中心付近には  $0.1 \text{ s}^{-1}$  以上の非常に強い渦度が形成されている。

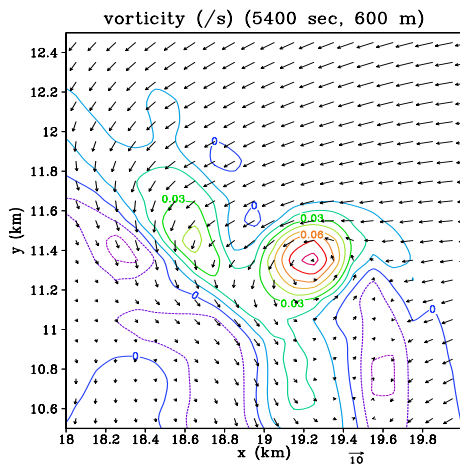


図 10.17. スーパーセル中心付近の渦度 ( $[s^{-1}]$ : 実線) と水平風 ( $[m s^{-1}]$ : 矢印)。

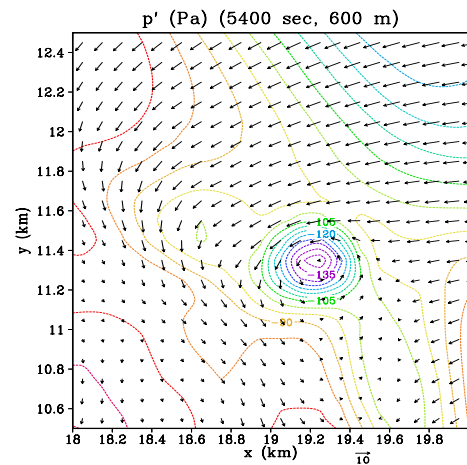


図 10.18. スーパーセル中心付近の圧力擾乱 ( $[Pa]$ : 実線) と水平風 ( $[m s^{-1}]$ : 矢印)。

次に、渦の鉛直断面を図 10.19 に示す。直径約 500 m の最大の渦度の軸が、気圧偏差の示す低圧部と対応して、高度約 2 km 付近まで斜めにのびている様子が明瞭にシミュレートされている。これらの図中には示していないが、この渦の中心付近で雲水の混合比が垂れ下がっているようすもみられた。

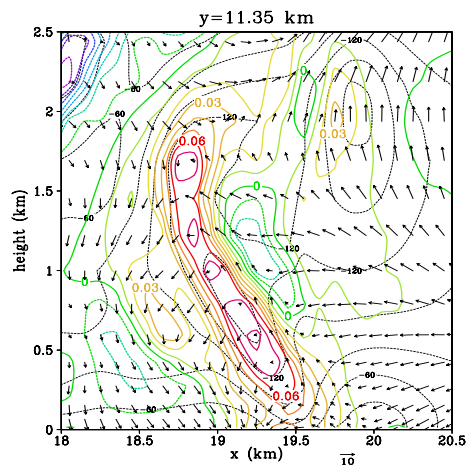


図 10.19. 領域南端から 11.35 km の鉛直断面の渦度 ( $[s^{-1}]$ : 太線) と圧力擾乱 ( $[Pa]$ : 細線) と水平風 ( $[m s^{-1}]$ : 矢印)。

この実験の結果を以下にまとめる。

- スーパーセルとその中にメソサイクロンがドップラーレーダーで観測された (図 10.10 ~ 図 10.12)。
- 竜巻はメソサイクロンの中心付近に発生し、その移動とともに進行した。
- 計算の結果、竜巻の親雲となる準定常的なスーパーセルが形成され、その中心部付近で竜巻に相当する規模と強さの渦が発生した (図 10.16 ~ 図 10.19)。

以上のことから、雲解像モデルの並列計算により、竜巻をその親雲と同時にシミュレーションでき、そのメカニズムを解析できる可能性が示された。

### 10.2.2 スコールラインのシミュレーション実験

1998 年 6 ~ 7 月の梅雨期、GAME/HUBEX, GEWEX Asian Monsoon Experiment / Huaihe River Basin Experiment の特別集中観測が中国淮河流域で行われた。

この特別観測では日本の 3 台のドップラーレーダーが安徽省の寿県、鳳台、淮南に設置され同時観測が行われ、この観測期間中の 7 月 16 日に、顕著なスコールラインが 3 台のドップラーレーダーで観測された。

このスコールラインの概要は、以下のとおりである。

- このスコールラインは、1998 年 7 月 16 日 1000UTC 頃南西方向からレーダーに接近した。
- その後、1130UTC にかけてレーダー上空を北東方向に進行した。
- このスコールラインは北西から南東方向に 20 ~ 30km のラインを形成していた。
- このスコールラインには強い雷雲セルが含まれていた。
- 強い雷雲セルのなかには、雲頂高度が 17km を超えるものがあった。

この実験は、スコールラインに対する 1033UTC のレーダー反射強度とレーダー観測域から約 100km 西の阜陽の 1200UTC の高層観測のデータを初期値にして実行したものである。図 10.20 と図 10.21 に、高層観測のデータを示す。

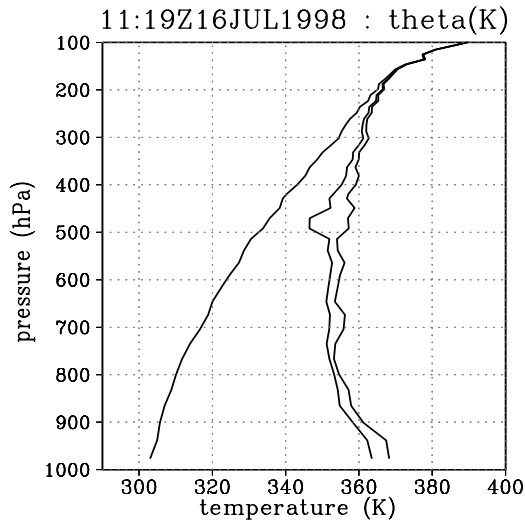


図 10.20. 岐陽における温位、相当温位、飽和相当温位 [ K ] の鉛直プロファイル。

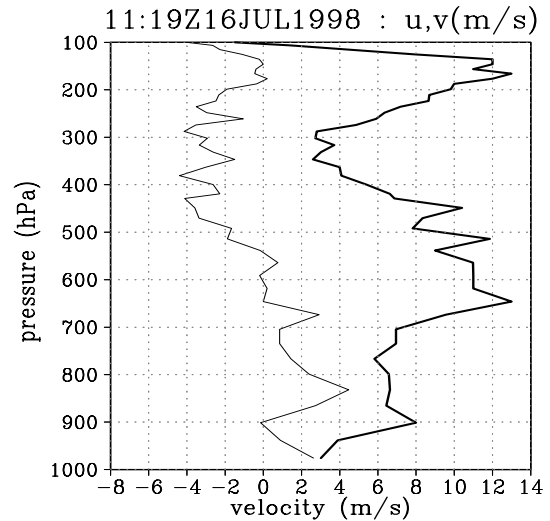


図 10.21. 岐陽における東西風 (太線) と南北風 (細線) [  $\text{m s}^{-1}$  ] の鉛直プロファイル。

さて、ドップラーレーダーによる観測では、降水粒子を伴う雲内部の速度とその降水粒子の反射強度が分かる。これらのデータを観測できた雲のある部分だけ水平面一様の高層観測のデータと置き換えることにより、プリプロセッサ *gridata* への入力データファイルを作成し、その出力を *solver* の初期値とする。このようにしてできた初期値は、次の図 10.22 のとおりである。



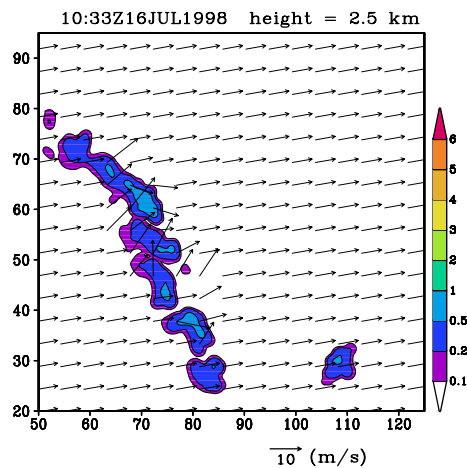


図 10.22. シミュレーション実験で用いた初期場の高度 2.5km の水平表示。レーダー反射強度から推定した降水粒子（雨、雪、あられ）全部の混合比 ( $[g\ kg^{-1}]$ : 陰影) と降水域についてはドップラーレーダーから直接測定された水平風、それ以外の領域は高層観測から得られた水平風 ( $[m\ s^{-1}]$ : 矢印、矢印の最大は  $10\ m\ s^{-1}$ )

この初期値に対して、モデルの設定は以下のとおりである。

格子数・間隔	583 × 411 × 53、300 × 300 × 300 m
タイムステップ	HE-VE の時間積分で、大 : 3.0 s、小 : 0.2 s
地形	標高 0 m の平面
初期値	ドップラーレーダーの観測値と岐陽の高層観測データ
境界条件	放射境界条件
移流計算	4 次の中心差分に 4 次の数値粘性項を付加
乱流過程	1.5 次のクロージャー
雲物理過程	氷相を含むバルク法のパラメタリゼーション

また、この実験のデータフローは下図 10.23 のとおりである。

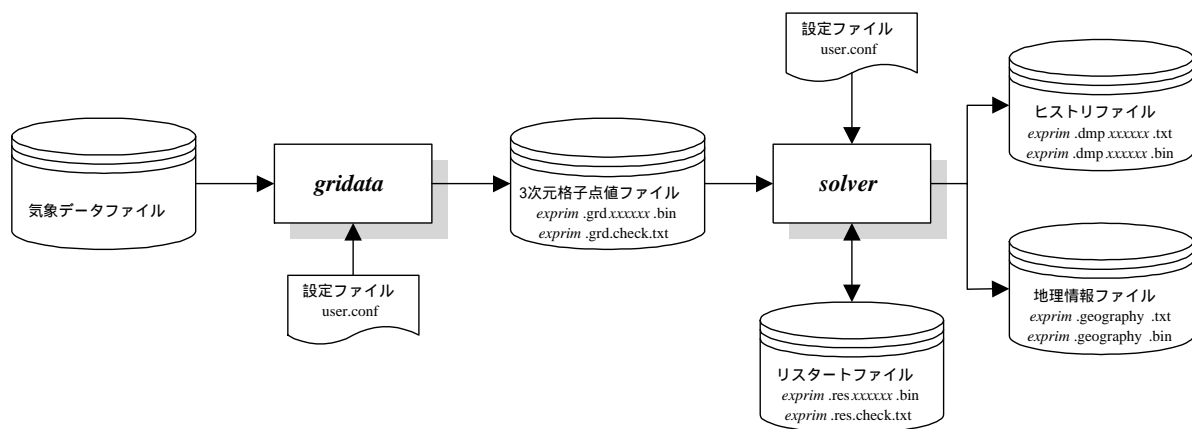


図 10.23. スコールラインのシミュレーション実験のデータフロー。

結果は、以下のとおりである。図 10.24 は高度 2km の水平面における観測結果の時間変化、図 10.25 の上図は同じ面のシミュレーション結果の時間変化である。また、図 10.25 の下図はスコールラインに直交する方向の鉛直断面におけるシミュレーション結果の時間変化である。

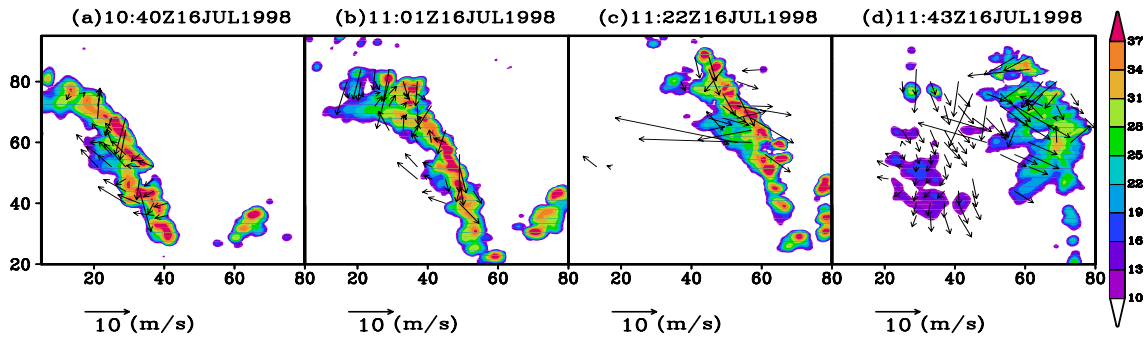


図 10.24. スコールラインの観測結果。高度 2.5km のレーダー反射強度の等高度面表示 ( $[dBZ]$ : 陰影) とスコールラインに相対的な水平速度 ( $[m s^{-1}]$ : 矢印)。

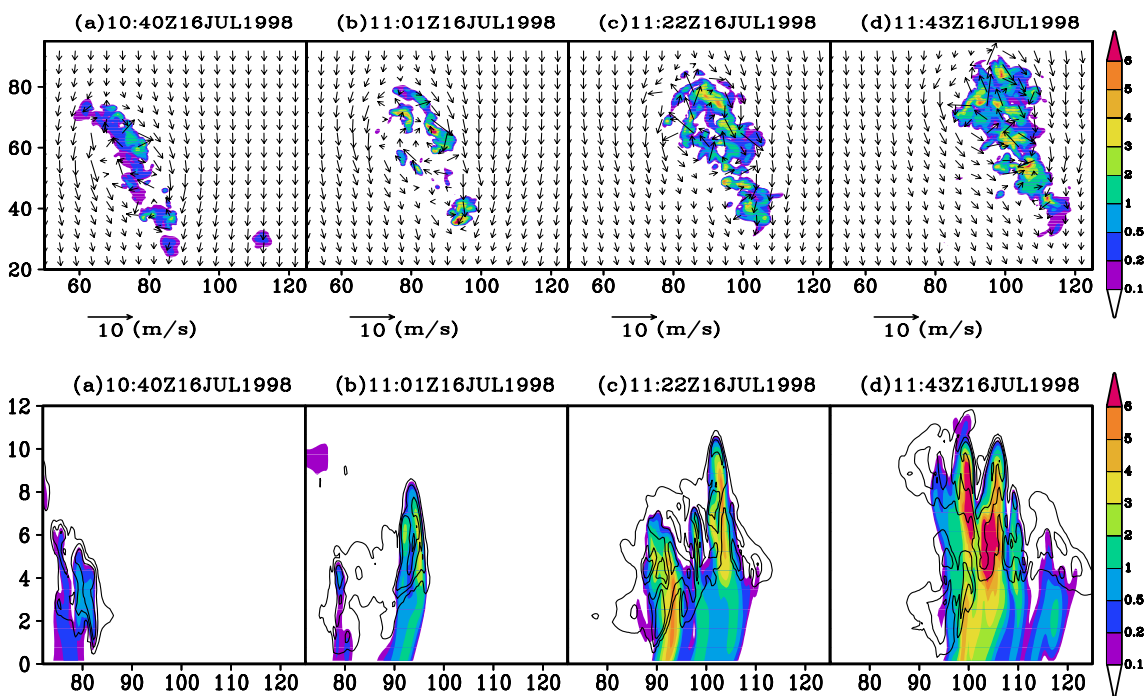


図 10.25. スコールラインのシミュレーション結果。上図はスコールラインのシミュレーション実験の結果得られた、降水粒子 (雨、雪、あられ) の全部の混合比 ( $[g kg^{-1}]$ : 陰影) とスコールラインに相対的な水平速度 ( $[m s^{-1}]$ : 矢印) の高度 2.5km の水平表示。下図はスコールラインに直交する方向の鉛直断面の降水粒子 (雨、雪、あられ) の全部の混合比 ( $[g kg^{-1}]$ : 陰影) と非降水粒子 (雲水、雲氷) の全部の混合比 ( $[g kg^{-1}]$ : 等値線、外側から 0.1, 0.5, 1, 2  $g kg^{-1}$ )。

図 10.25 の上図から、いくつかの積乱雲が消長を繰り返し全体としては線状の構造を維持しながら移動するスコールラインの様子をよく再現できていることが分かり、図 10.24 と比較すると、定性的には観測結果とよく一致することが分かる。さらに、鉛直分布の図 10.25 の下図からは、1つの雷雲セルの前面にもう1つの雷雲セルが発達していく過程などが捉えられており、積乱雲群の消長の様子がよく分かり、雲頂高度も観測結果とよく一致する。

この実験の結果を以下にまとめる。

- 顕著なスコールラインが3台のドップラーレーダーで観測された(図 10.24)。
- ドップラーレーダーの観測値を初期条件に与えてシミュレーションを行ない、観測されたスコールラインが再現された(図 10.25)。
- 非常に細かい格子で計算することにより、スコールライン全体だけでなく、内部の個々の雷雲セルの消長の様子も捉えられた(図 10.25)。

以上のことから、雲解像モデルの並列計算により、観測結果を元にスコールライン内部の雷雲セルの消長の様子を全体の移動と同時にシミュレーションでき、そのメカニズムを解析できる可能性が示された。

本章で分かるように、*CReSS* は、簡単な乾燥大気の実験から、竜巻やスコールラインのシミュレーションのような大規模で高速計算が必要な現象まで対応できるモデルである。





## *CReSS* ユーザーズガイド 第2版

---

- 坪木 和久  
名古屋大学地球水循環研究センター  
e-mail: tsuboki@ihas.nagoya-u.ac.jp
  
- 榊原 篤志  
財団法人高度情報科学技術研究機構（名古屋大学地球水循環研究センター 駐在）  
e-mail: atsusi@ihas.nagoya-u.ac.jp
  
- 名古屋大学地球水循環研究センター  
464-8601 名古屋市千種区不老町
  
- 財団法人高度情報科学技術研究機構 東京事業所  
153-0061 東京都目黒区中目黒 2-2-54

上記は、平成 13 年 9 月現在のものです。









