



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	1台のドップラーレーダーを用いた風速場の測定法：最小二乗法を用いたVAD解析
Author(s)	坪木, 和久; 若浜, 五郎
Citation	低温科学. 物理篇 = Low temperature science. Series A, Physical sciences, 47: 73-88
Issue Date	1989-03-10
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/18566">http://hdl.handle.net/2115/18566</a>
Rights	
Type	bulletin
Additional Information	



Instructions for use

## I 台のドップラーレーダーを用いた風速場の測定法\*

——最小二乗法を用いた VAD 解析——

坪 木 和 久

(北海道大学大学院 理学研究科)

若 浜 五 郎

(低温科学研究所)

(昭和 63 年 11 月受理)

### I. 緒 言

ドップラーレーダーとは、運動する目標物から散乱される電波のドップラー効果を利用して、目標物の速度を測定できる測器である。これを用いた気象観測は、米国を中心として 1980 年代に大きく発展した。日本においても近年いくつかの研究機関でドップラーレーダーが整備され、基礎的研究が始まった。ドップラーレーダーは集中豪雨雪などの災害を引き起こすような局地的気象現象に対して極めて有効な測器で、今後ますます利用が活発になるであろう。本研究のドップラーレーダーは昭和 59 年 12 月に整備され、以来主に雪雲の観測を行ってきた。そのレーダーの主要性能は藤吉他<sup>1)</sup>の報告にある。

ドップラーレーダーは目標物の速度のうち動径方向の速度成分のみを測定するので、複雑な気流系の 3 次元的速度場を得るためには、2 台または 3 台で同時に観測しなければならない。しかしながら、2 台以上を用いて観測することは、アンテナ走査が複雑であり、風速場の測定領域も制限される。また経費の面からも 2 台以上用いて観測することは現時点では困難な場合が多い。そこで、風速場に適当な仮定をおいて 1 台のドップラーレーダーのみで測風をするため考案された方法が、本論文で述べる VAD (Velocity Azimuth Display) を用いた測風方式である。以下これを VAD 法と云う。VAD 法では、レーダー上の水平風の風向風速、水平発散、及び変形の場合とその伸長軸の方向が、各高度毎に得られる。さらに水平発散を積分することで、鉛直流の速度を求めることができる。すなわち、1 台のドップラーレーダーからレーダー上の気流の 3 成分を得られるという点で、この VAD 法は風速場の運動学的特徴を調べるためのたいへん有効な方法である。

ドップラー速度の解析にはいくつかの前処理が必要である。その一つにドップラー速度の折り返し補正がある。パルスドップラーレーダーでは測定可能なドップラー周波数があり、それに相当する測定可能な最大速度を超えると、みかけ上超過分の周波数だけ折り返して測定される。VAD 解析をするためには、この折り返しを補正する必要があるが、その自動補正につ

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第 3181 号

いても述べる。

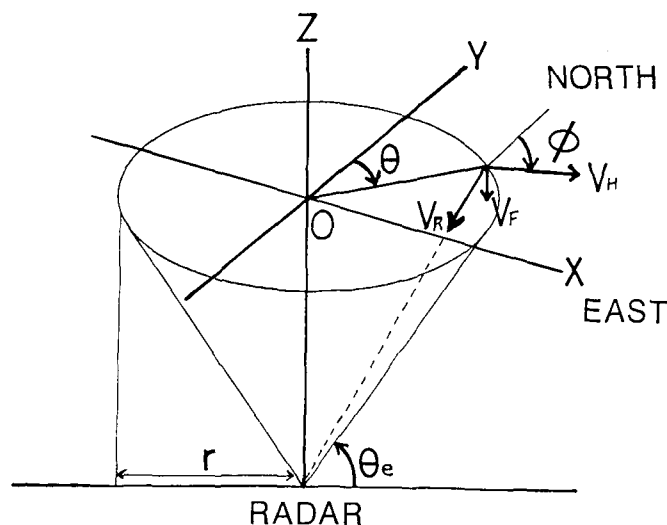
降水現象では鉛直流が重要な役割をはたす。ドップラーレーダーで鉛直流を求める場合、連続の方程式の水平発散の項を積分する。このとき、大気は連続密度成層をしているので、大気の密度の減少の効果を考慮しなければならない。この大気の密度成層を考慮した鉛直速度を求める方法を示す。またある高度で降水粒子が無いために水平発散が得られなかった場合、差分法による積分ではその高度より上の鉛直速度が得られない。このような場合の処理についても述べる。

VAD法では、降水粒子の落下速度は未知数であるので、降水粒子が雪の場合は落下速度を  $-1 \text{ ms}^{-1}$  と仮定し、また雨の場合はレーダー反射因子からそれに対応する平均落下速度を仮定する。一方、落下速度を仮定する代わりに2仰角または多仰角を用いたVAD法が近年開発された。これらをそれぞれ二仰角VAD法、多仰角VAD法、または両方を拡張VAD法と云うが、これらについてもまとめる。

今回、ドップラー速度データの方位角方向に沿っての欠落が多い場合や、データにノイズの多い場合にも有効な自動折り返し補正と、最小二乗法を用いたVAD解析のアルゴリズムを開発した。今後1台のドップラーレーダーによる観測はますます活発になると考えられるので、ここでVAD解析の方法についてまとめることは、一つの解析法を確立するというだけでなく、今後のドップラーレーダー観測の有効な走査方式を考える上での指針を与えるという意味で、有意義である。

## II. 最小二乗法によるVAD解析の原理

第1図に示すようにレーダーの仰角を一定にして方位角を変えながら観測を行う走査モードをVADと云い、レーダーのビームが走査する円周を走査円と云う。この走査円内で仮に一



第1図 VAD (Velocity Azimuth Display) 方式による風速場の測定のためのアンテナ走査模式図

様な北風が吹いていたとする。また降水粒子の落下速度が無視できるとすると、このときドップラー速度は方位角のみの関数として余弦関数曲線分布として与えられる。一般に、水平風速を  $V_H$ 、風向を  $\phi$ 、レーダーの方位角を  $\theta$  (ただし、 $\theta$  と  $\phi$  は北から時計回りに測る。)、仰角を  $\theta_e$ 、走査円内の降水粒子の平均落下速度を  $V_F$  とするとドップラー速度  $V_R(\theta)$  は次式によって与えられる。

$$V_R(\theta) = -V_H \cos(\theta_e) \cos(\phi - \theta) + V_F \sin(\theta_e) \quad (1)$$

ただし、 $V_R(\theta)$  はレーダーに向かう向きを正とする。未知数は降水粒子の落下速度  $V_F$ 、水平風速  $V_H$ 、風向  $\phi$  の3要素であるが、今後  $V_F$  は走査円内で一様と仮定する。 $X$ - $Y$ 座標系をレーダー上を原点とし、 $X$ 軸を東向きに正、 $Y$ 軸を北向きに正ととり、風向と方位角の測り方に注意すると、 $V_H$  の  $X$ 、 $Y$ 成分  $V_X$ 、 $V_Y$  は、

$$V_X = V_H \sin(\phi) \quad (2)$$

$$V_Y = V_H \cos(\phi) \quad (3)$$

で与えられる。

$V_X$ 、 $V_Y$  をレーダー上の原点についてテイラー展開したとき、2次以上の高次の項が無視できる程度の風速場であったと仮定する。すなわち  $V_X$  と  $V_Y$  が次式で表されるとする。

$$V_X = V_{X0} + \frac{\partial V_X}{\partial x} x + \frac{\partial V_X}{\partial y} y \quad (4)$$

$$V_Y = V_{Y0} + \frac{\partial V_Y}{\partial x} x + \frac{\partial V_Y}{\partial y} y \quad (5)$$

ここで  $V_{X0}$ 、 $V_{Y0}$  は原点における  $V_H$  の  $X$ 、 $Y$ 成分である。また、走査円の半径を  $r$  とすると、

$$x = r \sin(\theta) \quad (6)$$

$$y = r \cos(\theta) \quad (7)$$

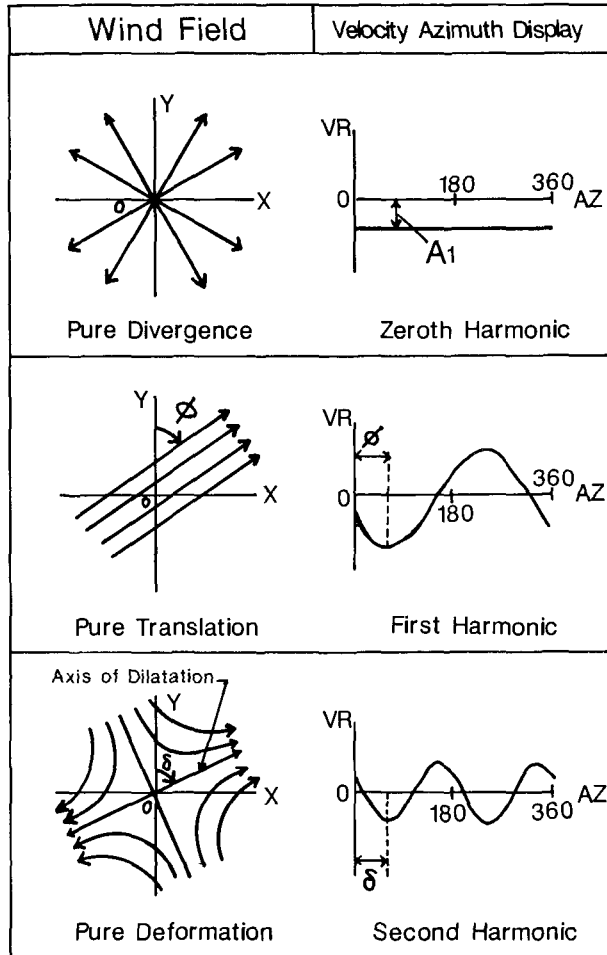
である。式(2)から(7)を(1)式に代入すると、

$$\begin{aligned} V_R(\theta) = & -\frac{1}{2} r \cos(\theta_e) \left( \frac{\partial V_X}{\partial x} + \frac{\partial V_Y}{\partial y} \right) + V_F \sin(\theta_e) \\ & - V_{X0} \cos(\theta_e) \sin(\theta) \\ & - V_{Y0} \cos(\theta_e) \cos(\theta) \\ & - \frac{1}{2} r \cos(\theta_e) \left( \frac{\partial V_X}{\partial y} + \frac{\partial V_Y}{\partial x} \right) \sin(2\theta) \\ & - \frac{1}{2} r \cos(\theta_e) \left( \frac{\partial V_Y}{\partial y} - \frac{\partial V_X}{\partial x} \right) \cos(2\theta) \end{aligned} \quad (8)$$

一方、 $V_R(\theta)$  を次の関数で近似することを考える。

$$V_R(\theta) = A_1 + A_2 \sin(\theta) + A_3 \cos(\theta) + A_4 \sin(2\theta) + A_5 \cos(2\theta) \quad (9)$$

(9)式は  $V_R(\theta)$  を  $\theta$  についてフーリエ級数に展開したときの0次、1次及び2次調波成分と考えられる。各成分の物理的意味は、第2図に示すように、0次調波成分は原点における水平



第2図 VAD 曲線のフーリエ級数の各調波成分と風速場の関係 (Browning and Wexler 1968 より引用)

発散に，1次調波成分は風向風速に，2次調波成分は水平変形と伸張軸の方向に関係している。(8)式と(9)式を比較すると，係数  $A_1 \sim A_5$  は次式のようなになる。

$$A_1 = -\frac{1}{2} r \cos(\theta_e) \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) + V_F \sin(\theta_e) \quad (10)$$

$$A_2 = -V_{x0} \cos(\theta_e) \quad (11)$$

$$A_3 = -V_{y0} \cos(\theta_e) \quad (12)$$

$$A_4 = -\frac{1}{2} r \cos(\theta_e) \left( \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \quad (13)$$

$$A_5 = -\frac{1}{2} r \cos(\theta_e) \left( \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) \quad (14)$$

Browning and Wexler<sup>2)</sup> は， $V_R(\theta)$  を走査円上で方位角  $\theta$  の関数としてフーリエ調和解析

を用いて、次式のように係数  $A_1 \sim A_5$  を求めた。一回の VAD 走査で方位角 1 度毎に 360 方位のデータを取得するとすると、

$$A_1 = \frac{1}{360} \sum V_R(\theta_i) \quad (15)$$

$$A_2 = \frac{1}{180} \sum V_R(\theta_i) \sin(\theta_i) \quad (16)$$

$$A_3 = \frac{1}{180} \sum V_R(\theta_i) \cos(\theta_i) \quad (17)$$

$$A_4 = \frac{1}{180} \sum V_R(\theta_i) \sin(2\theta_i) \quad (18)$$

$$A_5 = \frac{1}{180} \sum V_R(\theta_i) \cos(2\theta_i) \quad (19)$$

ただし、 $\sum$  は  $i=1 \sim 360$  についての総和である。

このフーリエ調和解析を用いた VAD 解析は、風速場の運動学的性質を求めるのにたいへん有効な方法で、これまでよく用いられてきた。しかしながらこの方法は走査円上のデータの欠落が多くなると誤差が大きくなり、例えば筋状雲のような現象にはこの方法を適用できない場合がある。そこで VAD の走査円上に沿うドップラー速度を、最小二乗法を用いて (9) 式により直接近似する方法を考案した。この方法では、一つの走査円に沿って 360 個のデータのうち数 10 個程度のデータしかない場合でも、非常によい精度で近似できる。理論上は最低 5 個のデータがあれば計算できるが、実際の計算は 50 個をしきい値として、それ以上の場合について行った。(9) 式の最小二乗法による近似の方法についてはアペンディックスに示した。走査円上にデータの欠落がまったく無い場合は最小二乗法とフーリエ調和解析による方法は同じ結果を与える。

最小二乗法を用いて得られた (9) 式の係数  $A_1 \sim A_5$  を用いて、(10) 式から (14) 式により、レーダー上の風速場の運動的諸量は以下のように求められる。

水平発散：  $\text{Div } V_H$

$$\begin{aligned} \text{Div } V_H &= \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) \\ &= \frac{2}{r} V_F \tan(\theta_e) - \frac{2}{r} A_1 / \cos(\theta_e) \end{aligned} \quad (20)$$

水平速度：  $V_H$

$$\begin{aligned} V_H &= (V_{x0}^2 + V_{y0}^2)^{1/2} \\ &= (A_2^2 + A_3^2) / \cos(\theta_e) \end{aligned} \quad (21)$$

風向：  $\phi$

$$\phi = \tan^{-1}(A_2/A_3) \quad : A_3 > 0 \quad (22)$$

$$\phi = \tan^{-1}(A_2/A_3) + \pi \quad : A_3 < 0 \quad (23)$$

水平変形: Def  $V_H$

$$\begin{aligned} \text{Def } V_H &= \left\{ \left( \frac{\partial V_X}{\partial y} + \frac{\partial V_Y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_Y}{\partial y} - \frac{\partial V_X}{\partial x} \right)^2 \right\}^{1/2} \\ &= \frac{2}{r} (A_4^2 + A_5^2)^{1/2} / \cos(\theta_0) \end{aligned} \quad (24)$$

伸長軸の方向:  $\delta$

$$\delta = \frac{1}{2} \tan^{-1}(A_4/A_5) \quad : A_5 < 0 \quad (25)$$

$$\delta = \frac{1}{2} \tan^{-1}(A_4/A_5) + \frac{1}{2} \pi \quad : A_5 > 0 \quad (26)$$

他の運動学的量の一つに渦度がある。しかしドップラーレーダーは動径成分のみを測定し、接線成分は測定できないので、原点を中心とした渦度はVADから得ることはできない。

水平発散を求める式(20)には降水粒子の落下速度  $V_F$  が含まれているが、 $V_F$  は粒子の終端速度と風速の鉛直速度の和である。このためVAD観測において仰角  $\theta_0$  を大きくとりすぎると、水平発散を求める際に鉛直風速の効果が無視できなくなる。一方、仰角をあまり小さくすると走査円の半径が大きくなりすぎて前述の仮定が成り立たなくなる。実際には15度から20度程度の仰角が用いられる。このとき3kmの高さでは走査円の半径は11kmから8km程度で、また鉛直風速の効果についても充分無視できる。

最小二乗法による  $V_R(\theta)$  の近似は、VADの実測値と近似による理論値との相関係数によって評価される。後で述べるような実測値の適当な平滑化と、正しい折り返し補正、さらにノイズデータの除去により、相関係数は普通0.98から0.99以上になる。それ以下の場合でも適当な近似曲線を与えている場合があるが、少ないデータが偏って存在していたりすることで異常値を計算していることが多い。Testud 他<sup>3)</sup> は、VADの解析には方位角90度毎の各領域に少なくとも5個のデータが必要であるとしている。相関係数による評価は一つの目安であり、小さい相関係数が得られたり、得られた値が適当でないように思われるときは、実測値と計算値をグラフに表して比較検討するべきである。

### III. 実測値の平滑化及び自動折り返し補正

ドップラーレーダーの測定可能な最大のドップラー速度をNyquist速度、または折り返し速度という。レーダーの繰り返し周波数を  $F$ 、波長を  $\lambda$  とすると、折り返し速度  $V_N$  は次式で与えられる。

$$V_N = F\lambda/4 \quad (27)$$

本研究のドップラーレーダーの折り返し速度は  $16 \text{ ms}^{-1}$  である。真のドップラー速度  $V_R$  の絶対値が  $V_N$  を超えたとき、 $V_R \pm 2V_N$ ,  $V_R \pm 4V_N \dots$  のドップラー速度になる。例えば  $+18 \text{ ms}^{-1}$  は  $-14 \text{ ms}^{-1}$  に、 $-36 \text{ ms}^{-1}$  は  $-4 \text{ ms}^{-1}$  となる。この折り返されているドップラー速度を補正して真のドップラー速度に直すことを折り返し補正という。この補正の方法にはゾンデにより観測した高層風と比較する方法や、データを計算機で表示しながら計算機と人間の対話形式で

補正する方法があるが、前者はゾンデのデータが無い場合不可能で、後者はデータ数が多いとき多大な労力と時間を要する。そこで今回ドップラー速度データのみを用いて計算機による自動折り返し補正を考案した。具体例は VI に示す。

VAD のドップラー速度の実測値は、近似されるべき理論曲線を中心としたランダムノイズを含んでいる。このランダムノイズがなんらかの理由により大きい場合は平滑化をし、また明かなノイズの部分は除去する必要がある。また折り返しの前後の値の間に、ちょうど中間付近の値がある場合がある。これは自動折り返し補正の際に大きな障害になるので除去する必要がある。これらの目的のために実測値について、動径方向及び円周方向に以下のような移動平均を行う。

連続する 3 つの値を取り出し、その平均を中央の位置の値とする。平均するときゼロのドップラー速度は除く。これはドップラー速度が実際にゼロであるのか、降水粒子が無いために見かけ上ゼロと観測されたのか区別がつかないからである。またゼロでない値の数が 1 つ以下のとき、平均値はゼロとする。

折り返しをしているところの移動平均は、折り返し前後の中間付近の値を与える。この値と、上に述べた異常に大きなランダムノイズ及び折り返し前後の中間にあるノイズを除くため、平均する 3 個または 2 個のデータの差の絶対値の総和を求めて、それがあるしきい値より大きい場合は平均値をゼロとする。以上の操作を動径方向と円周方向について 1 回またはノイズの大きい場合は 2 回行う。次にこのように整頓されたデータに対して折り返し補正を行う。

自動折り返し補正の原理は以下のようなものである。円周方向についても動径方向についても基本的な考え方は、注目する値の一つ前及び二つ前のゼロでない値と比較して、注目する値、その値に 32.0 加えた値及び 32.0 引いた値の三つのうち前の値に最も近いものを選ぶというものである。ここで 32.0 は測定可能なドップラー速度の 2 倍で、折り返した場合この値分だけ増減する。この操作により折り返しのため不連続なドップラー速度は連続なものとなる。円周方向については、上の補正をした後、全てのデータの平均値を求めて、その絶対値があるしきい値より大きい場合、全てのゼロでないデータから 32.0 を引くかまたは加えるかして、マイナス成分である  $A_1$  が適当な値になるようにする。動径方向については、地上にごく近いところでは折り返していない真値であると仮定して、レーダーに近い方から補正をする。実際の計算ではまず円周方向について補正し、ついで動径方向について補正する。

動径方向の折り返し補正について他の方法としては、注目する値の手前数個のゼロでない値に最小二乗法で直線近似し、注目する値のところの期待される値を補外計算する。その計算値と比較して  $\pm 32.0$  加えるのが適当かどうかを判断する方法もある。他にもいくつかの方法が考えられるが現時点では上に述べた方法が最も良い。

以上の補正をしたデータについて (9) 式で与えられる理論曲線を当てはめたとき、計算値から大きくかけ離れた値がある場合がある。このような値は適当なしきい値を与えて、それを超えて計算値から離れたものは除く。



#### IV. 風速の鉛直速度の計算

個々の対流や大小さまざまな乱流に伴う上昇下降流をのぞいた平均的な鉛直流を求めるためには連続の式を用いて水平発散を積分する。Ogura and Phillips<sup>4)</sup>によると非弾性系の連続の式は、

$$-\frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{W}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (28)$$

これより、高度  $Z$  での鉛直流速  $W(Z)$  は、 $\text{Div } V_H = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y}$  であるから、

$$W(Z) = \frac{\rho_0}{\rho} W_0 - \frac{1}{\rho} \int_{z_0}^z \rho(\zeta) \text{Div } V_H(\zeta) d\zeta \quad (29)$$

ここで  $\rho_0$ ,  $W_0$  はそれぞれ  $Z=Z_0$  での大気密度と鉛直速度である。

この式を用いて  $W(Z)$  を計算するためには、ゾンデから得られる空気密度の鉛直分布  $\rho(Z)$  が必要である。しかしながら  $\rho(Z)$  が必ずしも得られているわけではない。そこでスケールハイト  $H$  を用いて (29) 式を書き換えると、

$$W(Z) = W_0 \exp(Z/H) - \exp(Z/H) \int_{z_0}^z \exp(-\zeta/H) \text{Div } V_H(\zeta) d\zeta \quad (30)$$

となる。ここで大気気体定数を  $R$ , 重力加速度を  $g$ , 温度を  $T$  とすると、スケールハイト  $H$  は、 $H=RT/g$  である。 $T=273$  とすると、 $H$  は 8 km になる。

さらに (30) 式を差分形式に書き直すと、

$$W(Z) = W_0 \exp(Z/H) - \exp(Z/H) \sum \exp(-Z_i/H) \text{Div } V_H(Z_i) \Delta Z \quad (31)$$

式 (31) により、地上では  $W(0)=0$  として水平発散を地上から積分すれば  $W(Z)$  の鉛直分布が得られる。

(31) 式による積分では、 $\text{Div } V_H(Z)$  が地上から連続にわかっていなければならない。しかしながら実際のデータではある高度で降水粒子が存在しないために、 $\text{Div } V_H(Z)$  が得られないことがある。このような場合は  $\text{Div } V_H(Z)$  を  $Z$  の関数として適当な多項式で近似して、その多項式を解析的に積分する。またはラグランジュ補間法やスプライン補間法などで補間式を求めて内挿する方法もある。このとき補間式の適用上の注意は補間式を求めた範囲内での内挿に限るべきことである。

#### V. 拡張 VAD 法

##### 1. 二仰角 VAD 法

以上の VAD 法においては、ある一つの仰角で一回の VAD 走査をして得られたドップラー速度を用いて風速場の運動学的特性を求めるというものであった。このとき降水粒子の落下速度は、雪の場合は落下速度を  $-1 \text{ ms}^{-1}$  と仮定し、雨の場合はレーダー反射因子からそれに対応する平均速度を仮定した。それに対してこの二仰角 VAD 法と次に述べる多仰角 VAD 法では降水粒子の落下速度  $V_F$  を未知数として与え、複数の仰角の複数の VAD 走査から水平発散

と  $V_F$  の両方を求めるというものである。横山他<sup>5)</sup> は層状性降水雲を一台のドップラーレーダーで観測し、上に述べた Browning and Wexler<sup>2)</sup> の方法を応用し、2 仰角の VAD から水平風の収束発散を求めた。

いま二つの仰角  $\theta_{e1}$ ,  $\theta_{e2}$  で走査した二つの VAD からある高度  $h$  において (9) 式の  $A_1$  がそれぞれ得られたとする。それらを  $A_{11}$ ,  $A_{12}$  とすると、それぞれの (10) 式に対応するものは、 $r = h \cot(\theta_e)$  であることを考慮すると、

$$A_{11} = -\frac{1}{2} h \operatorname{Div} V_H \cos(\theta_{e1}) \cot(\theta_{e1}) + V_F \sin(\theta_{e1}) \quad (32)$$

$$A_{12} = -\frac{1}{2} h \operatorname{Div} V_H \cos(\theta_{e2}) \cot(\theta_{e2}) + V_F \sin(\theta_{e2}) \quad (33)$$

ここで高度  $h$  における水平発散と降水粒子の落下速度は水平方向に一様な高さのみの関数であるとする。これらの二つの式より  $\operatorname{Div} V_H$  と  $V_F$  は、

$$\operatorname{Div} V_H = \frac{2\{A_{11} \sin(\theta_{e2}) - A_{12} \sin(\theta_{e1})\} \sin(\theta_{e1}) \sin(\theta_{e2})}{h \sin(\theta_{e1} + \theta_{e2}) \sin(\theta_{e1} - \theta_{e2})} \quad (34)$$

$$V_F = \frac{A_{11} \sin(\theta_{e1}) \cos^2(\theta_{e2}) - A_{12} \sin(\theta_{e2}) \cos^2(\theta_{e1})}{\sin(\theta_{e1} + \theta_{e2}) \sin(\theta_{e1} - \theta_{e2})} \quad (35)$$

のように求められる。これを各高度について計算する。式 (34), (35) からわかるように、二つの仰角の差が小さいと分母がゼロに近くなり計算値の誤差が大きくなる。2 仰角の差は 10 程度あるのが望ましい。

## 2. 多仰角 VAD 法

Srivastava 他<sup>6)</sup> は中緯度のスコールラインに伴う降水のドップラーレーダー観測の解析において、一台のドップラーレーダーの VAD 法の拡張として多仰角の VAD を用いて水平発散と降水粒子の落下速度を計算した。以下の方法の基本的な考え方はそれに同じである。

仰角の異なる  $i$  回の VAD 走査を行い、それぞれについて (9) 式の係数  $A_1$  が得られたとする。各  $i$  回目の VAD の高さ  $h$  に対応する  $A_{1i}$  についての (10) 式は、 $r = h \cot(\theta_e)$  であることを考慮すると、

$$A_{1i} = -\frac{1}{2} h \operatorname{Div} V_H \cos(\theta_{ei}) \cot(\theta_{ei}) + V_F \sin(\theta_{ei}) \quad (36)$$

(36) 式を書き直すと、

$$A_{1i} \operatorname{cosec}(\theta_{ei}) = -\frac{1}{2} h \cot^2(\theta_{ei}) \operatorname{Div} V_H + V_F \quad (37)$$

$$Y_i = A_{1i} \operatorname{cosec}(\theta_{ei}) \quad (38)$$

$$X_i = -\frac{1}{2} h \cot^2(\theta_{ei}) \quad (39)$$

とおくと、(37) 式は、

$$Y_i = \operatorname{Div} V_H X_i + V_F \quad (40)$$

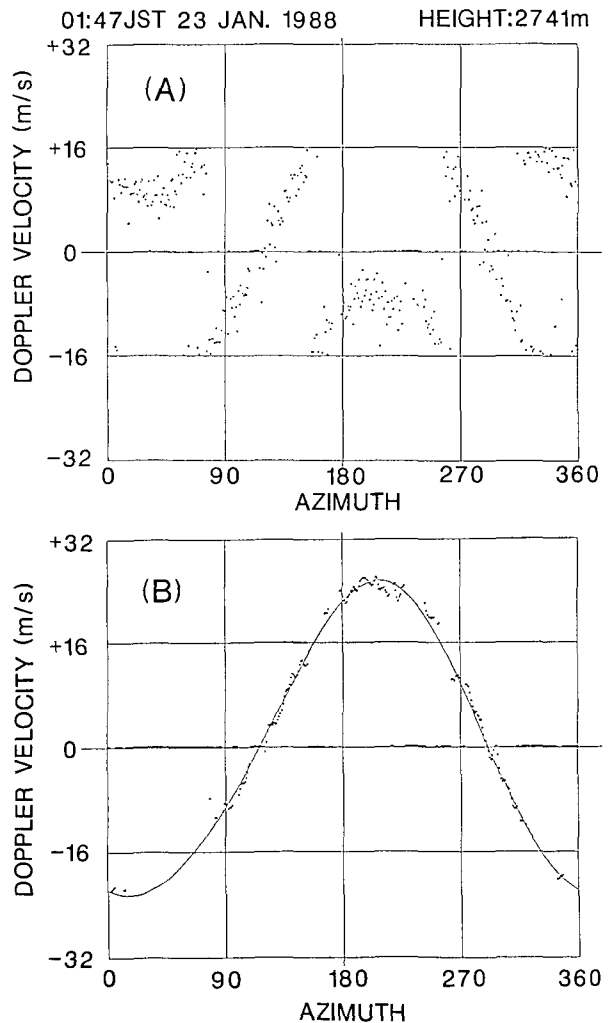
$i$ 回のVADから得られた $i$ 組の $(X_i, Y_i)$ について、最小二乗法を用いて最もよくあてはまる回帰直線を求める。その傾きが水平発散になり、 $Y$ 切片が降水粒子の落下速度になる。この方法ではとるべき仰角に制限はなく、むしろ一度の観測で十分な仰角の範囲が必要である。また仮定が成り立っているかどうかは $(X_i, Y_i)$ の相関係数などで評価するべきである。

## VI. 最小二乗法を用いたVAD解析の例

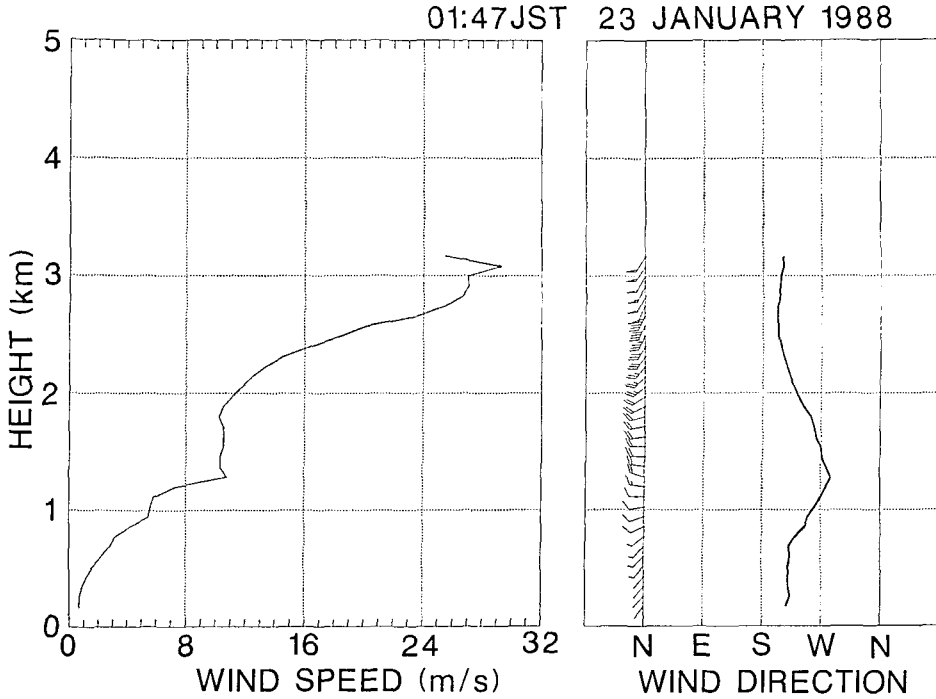
VADのドップラー速度を最小二乗法を用いて(9)式で近似した例を示す。またそれらが得られた風向風速の分布を示す。データは1988年1月23日に札幌で観測したもので、温帯低気圧に伴う降雪がみられたときのものである。このとき使用したVADの仰角は20度である。

第3(A)図は横軸に方位角をとり、高度2742mのドップラー速度の分布を示したものである。ドップラー速度の分布に明らかな不連続がみられることから、この高度の風速は折り返し速度を超えていることがわかる。ドップラー速度の分布は非常にばらつきが大きく、またノイズも多い。このデータに上で述べたような平滑化、折り返し補正及びノイズの除去を行い、(9)式で近似したものが第3(B)図である。このときしきい値として与えるパラメータは適当な値を選んだ。図からわかるようにドップラー速度のばらつきは平滑化されて小さくなり、折り返し補正をしたデータはほぼ正弦曲線の形をしている。(9)式の曲線は、かなりの数のデータの欠落があるにもかかわらず、非常によく近似している。このときの相関計数は0.9969であった。

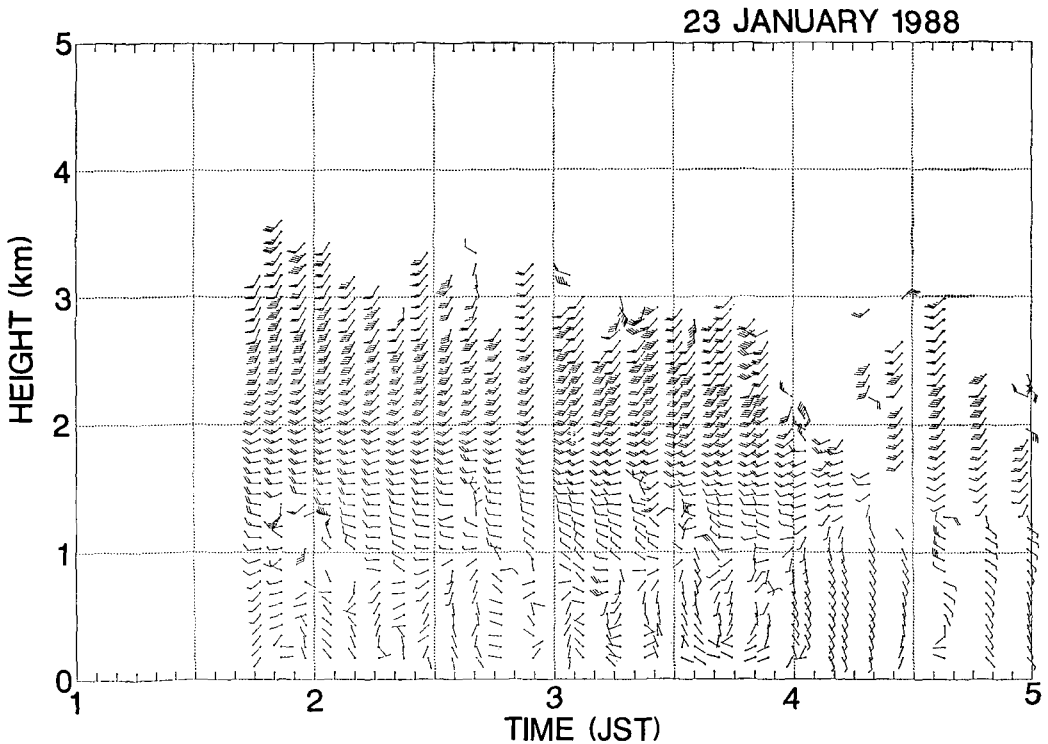
この(9)式の関数曲線の係数 $A_1 \sim A_5$ から風速場の運動学的量の計



第3図 (A) 仰角20度で観測した高度2741mの走査円に沿うドップラー速度を方位角の関数として表したもの。速度分布には明らかな不連続があることからドップラー速度の折り返しがあることがわかる。観測は1988年1月23日1時47分に行った。(B) 平滑化処理、折り返し補正およびノイズの除去を行ったデータ(点)に、最小二乗法を用いて(9)式の曲線を近似したもの(実線)



第4図 1988年1月23日1時47分のデータについて、最小二乗法を用いたVAD解析により得られた風向(右図)風速(左図)の鉛直プロファイル



第5図 1988年1月23日の低気圧通過に伴う降雪について、最小二乗法を用いたVAD解析により得られた風向風速の時間高度断面

算を各高度について行った結果得られた風向風速の鉛直プロファイルを図4に示す。高度1.5 kmより下では風速は弱く風向は上になるほど時計回りに回転していること、この高度より上では逆に風向は反時計回りに回転しており、風速は非常に強いシアアを持っていることなどがわかる。また2 kmから3 kmの風速プロファイルは、ハイパーボリックタンジェント型であることがわかる。このことはシアアの最も強い2.5 km付近にシアアの不安定の起こる可能性を示唆している。

このようなVAD観測を約6分間隔で連続的に行った結果得られた風向風速の時間高度断面を図5に示す。これまでのゾンデ観測などでは得られなかった風向風速の詳細な分布と変動が明らかである。この時間帯では1.5 kmより上では風向は反時計回りに回転し、下では時計回りに回転している。これは上空では寒気の移流があったことを意味し、この上空寒気の移流は大気の成層を不安定にし、シアアの強い2 kmから3 kmの層でシアア不安定が起こりやすくなる。1 km以下では風速は小さく4時頃から急に南南東の風が吹き始めたことがわかる。このようにVADの解析から詳しい風速場の特徴が得られた。

## VII. 結 語

一台のドップラーレーダーを用いて風速場の運動学的量を測定する方法として、最小二乗法を用いたVAD解析の方法およびドップラー速度の自動折り返し補正のアルゴリズムを開発した。またそれを用いた解析例を示した。

このVAD法では、レーダー上の水平風の風向風速、水平発散、及び変形の場合とその伸長軸の方向が、各高度毎に得られる。さらに水平発散を積分することで、鉛直流の速度を求めることができる。これらの各量はドップラー速度を走査円に沿ってフーリエ級数に展開したとき、その第2次調波成分までの係数と関係づけられる。この係数を得るために、与えられたドップラー速度のデータを最もよく近似する曲線の係数を最小二乗法を用いて求めた。これによりかなりの数のデータの欠落があっても、正確な値を求めることが可能になった。

ドップラー速度の解析には折り返し補正の問題があるが、ばらつきやノイズの多いデータの平滑化及びノイズの除去を含めた自動補正のアルゴリズムを開発した。この方法により折り返し補正については、人間がみて判断できる程度のものについては充分正確な補正が可能になった。

水平発散を積分して鉛直流速を求める際に、大気の密度成層を考慮する方法を示した。また、複数の仰角を用いる拡張VAD法について示した。

Lhermitte and Atlas<sup>7)</sup>によって初めてドップラーレーダーを用いた測風法が示されて以来、一台のドップラーレーダーによる観測で風速場の運動学的特徴を調べるのにVAD法は大変有効な方法として用いられてきた。今回このVAD法についてこれまで開発してきたアルゴリズム及びその応用である拡張VAD法について示した。今後の課題としては、例えば折り返し補正の方法のさらに有効でかつ計算の早い方法や、鉛直流を求めるためのより精度のよい水平発散の積分の方法の開発などがある。またそれぞれの現象について、観測における仰角の設定や、有効な観測の時間間隔の選択なども今後の課題である。今回まとめたVAD法では走査

円に沿って降水粒子の落下速度は一樣と仮定したが、現実には必ずしもこのような仮定がよい近似で成り立たない場合もある。Browning and Wexler<sup>2)</sup>によると、降水粒子の落下速度の非一樣性による水平発散の誤差を充分小さくするためには、仰角を雪の場合は 27 度以下に、雨の場合では 9 度以下にしなければならない。このような降水粒子の落下速度の非一樣性をどのように扱うかも今後の課題である。また拡張 VAD 法では通常の VAD 法よりも観測に時間がかかり、観測する降水系の時間的定常性の仮定が成り立たなくなる。この問題を解決するためにはより高速で観測できるドップラーレーダーの開発が必要である。

## Appendix

最小二乗法による (9) 式の係数  $A_1 \sim A_5$  の計算。

$i$  番目の方位角  $\theta_i$  に対応するドップラー速度の (9) 式による計算値と実測値との差の二乗の総和  $R$  は、ゼロでない実測値を  $V_{Ri}$  とすると、

$$R = \sum \left\{ V_{Ri} - A_1 - A_2 \sin(\theta_i) - A_3 \cos(\theta_i) - A_4 \sin(2\theta_i) - A_5 \cos(2\theta_i) \right\}^2 \quad (A1)$$

ここで  $\Sigma$  はゼロでない実測値のドップラー速度についてのみの総和である。ゼロでない  $n$  個のデータの全てに最もよくあてはまる式というのは、 $R$  を最小にするような式である。

(A1) 式は係数  $A_1 \sim A_5$  に関する二次式であるから、 $R$  を最小にする条件は  $R$  の  $A_1 \sim A_5$  についての偏微分が同時にゼロになることである。 $R$  の  $A_1 \sim A_5$  についての偏導関数をとると、

$$\frac{\partial R}{\partial A_1} = -2\Sigma(V_{Ri} - P_i) = 0 \quad (A2)$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_2} = -2\Sigma(V_{Ri} - P_i) \sin(\theta_i) = 0 \quad (A3)$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_3} = -2\Sigma(V_{Ri} - P_i) \cos(\theta_i) = 0 \quad (A4)$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_4} = -2\Sigma(V_{Ri} - P_i) \sin(2\theta_i) = 0 \quad (A5)$$

$$\frac{\partial R}{\partial A_5} = -2\Sigma(V_{Ri} - P_i) \cos(2\theta_i) = 0 \quad (A6)$$

ただし、 $P_i$  は

$$P_i = A_1 + A_2 \sin(\theta_i) + A_3 \cos(\theta_i) + A_4 \sin(2\theta_i) + A_5 \cos(2\theta_i) \quad (A7)$$

である。式 (A2)~(A6) の 5 個の連立方程式は、未知数  $A_1 \sim A_5$  についての正規方程式である。式 (A2)~(A6) を行列を用いて表すと、

$$SA = V \quad (A8)$$

ただし、

$$S = (S_{ij}) \quad (A9)$$

$$A = (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5)^T \quad (A10)$$

$$V = (V_i)^T \quad (\text{A11})$$

ここで“ $T$ ”は転置行列である。未知数  $A_1 \sim A_5$  を求めるためには (A8) より、

$$A = S^{-1} V \quad (\text{A12})$$

ただし、行列  $S$  の成分は以下の通りである。

$$\begin{aligned} S_{11} &= \Sigma i \\ S_{22} &= \Sigma \sin^2(\theta_i) \\ S_{33} &= \Sigma \cos^2(\theta_i) \\ S_{44} &= \Sigma \sin^2(2\theta_i) \\ S_{55} &= \Sigma \cos^2(2\theta_i) \\ S_{12} = S_{21} &= \Sigma \sin(\theta_i) \\ S_{13} = S_{31} &= \Sigma \cos(\theta_i) \\ S_{14} = S_{41} &= \Sigma \sin(2\theta_i) \\ S_{15} = S_{51} &= \Sigma \cos(2\theta_i) \\ S_{23} = S_{32} &= \Sigma \sin(\theta_i) \cos(\theta_i) \\ S_{24} = S_{42} &= \Sigma \sin(\theta_i) \sin(2\theta_i) \\ S_{25} = S_{52} &= \Sigma \sin(\theta_i) \cos(2\theta_i) \\ S_{34} = S_{43} &= \Sigma \cos(\theta_i) \sin(2\theta_i) \\ S_{35} = S_{53} &= \Sigma \cos(\theta_i) \cos(2\theta_i) \\ S_{45} = S_{54} &= \Sigma \sin(2\theta_i) \cos(2\theta_i) \end{aligned}$$

また、行列  $V$  の成分は以下の通りである。

$$\begin{aligned} V_1 &= \Sigma V_i \\ V_2 &= \Sigma V_i \sin(\theta_i) \\ V_3 &= \Sigma V_i \cos(\theta_i) \\ V_4 &= \Sigma V_i \sin(2\theta_i) \\ V_5 &= \Sigma V_i \cos(2\theta_i) \end{aligned}$$

(A12) 式の右辺を計算することにより、係数  $A_1 \sim A_5$  を得ることができる。

#### 文 献

- 1) 藤吉康志・遠藤辰雄・山田知充・若浜五郎 1986 降雪観測用高速三次元ドップラーレーダー, 低温科学, 物理篇, **45**, 133-137.
- 2) Browning, K. A. and Wexler, R. 1968 The determination of kinematic properties of a wind field using Doppler radar. *J. Appl. Meteor.*, **7**, 105-113.

- 3) Testud, J., Breger, G., Amayenc, P., Chong, M., Nutten, B. and Sauvaget, A. 1980 A Doppler radar observation of a cold front: Three-dimensional air circulation, related precipitation system and associated wavelike motion. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 78-98.
- 4) Ogura, Y. and Phillips, N. A. 1962 Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **19**, 173-179.
- 5) 横山辰夫・青柳二郎・松浦和夫・鯉沼正一 1987 層状性降水雲の立体構造 (I) 1台のドップラーレーダーによる観測, 日本気象学会講演予稿集, 250.
- 6) Srivastava, R. C., Matejka, T. J., Lorello, T. J. 1986 Doppler radar study of the trailing anvil region associated with a squall line. *J. Atmos. Sci.*, **43**, 356-377.
- 7) Lhermitte, R. M. and Atlas, D. 1961 Precipitation motion by pulse Doppler. Proc. Ninth Weather Radar Conf., Boston, Amer. Meteor. Soc., 218-223.

### Summary

The Velocity Azimuth Display (VAD) is a radar scanning mode in which a radar beam is directed at a constant elevation angle and is rotated around a vertical axis. A VAD analysis has been developed to determine kinematic properties of a wind field using a single Doppler radar. We propose in this paper, a technique and a numerical procedure of the VAD analysis based on a least-squares-fitting method. We have also developed a numerical procedure of correcting an aliased Doppler velocity.

Lhermitte and Atlas (1961) first described how a single Doppler radar could be used to measure the horizontal wind field in widespread precipitation. Then Browning and Wexler (1968) proposed a technique, which is based on a harmonic analysis, for measuring kinematic properties of a wind field in a situation of widespread homogeneous precipitation using a single Doppler radar. Assuming that the horizontal wind field is representable by its first-order Taylor expansion, the VAD is fully described by the zeroth, the first and the second harmonic component of a Fourier series that is an expansion of Doppler velocities as a function of the azimuth. According to Browning and Wexler (1968), divergence is obtainable from the magnitude of the zeroth harmonic; wind speed and direction obtainable from the amplitude and phase of the first harmonic; deformation and the axis of dilatation obtainable from the amplitude and phase of the second harmonic. The harmonic analysis used to determine Fourier coefficients necessitates a uniform distribution of Doppler velocity data along the scanning circle of the VAD. Therefore, gaps of data due to the lack of precipitation particles lead to a crucial error in the determination of the coefficients. On the contrary, the least-squares-fitting method (see appendix) proposed in this paper works correctly even though there are gaps in the distribution of Doppler velocity. Practically, we perform calculation of the VAD analysis for the data including 50 points at least.

In order to obtain the vertical velocity using a single Doppler radar, the horizontal divergence of the continuity equation is integrated from the surface. The procedure of integration of the horizontal divergence considering the air density is also presented in this paper.

We have developed an algorithm in order to make an automatic correction of aliased Doppler velocities. Before correcting aliased data, obtained data were smoothed by a running mean method in the radial and the azimuthal direction with three non-zero data points. If the variance of the three data averaged was larger than a given threshold, we deleted the data as a noise. The basis of correcting aliased velocities is as follows. If the Doppler velocities  $VR_i$  and  $VR_{i-1}$  are not zero, we compare  $VR_{i-1}$  with  $VR_i$ ,  $VR_i+32$ , and  $VR_i-32$  and choose



the closest one to  $VR_{i-1}$  of the three, where 32 is two times the Nyquist velocity of the Doppler radar. If  $VR_{i-1}$  is zero, we take non-zero  $VR_k (k < i-1)$  which is the closest one to  $VR_{i-1}$  instead of  $VR_{i-1}$ . We performed this correcting procedure in the azimuthal direction first and in the radial direction next.

The VAD analysis with a single scan, which was proposed by Browning and Wexler (1968), needs or assumes particle fall velocities. In contrast, Yokoyama (1986) presented an extension of the VAD method in which both the horizontal divergence and the particle fall velocities are derived from two VAD scans of two different elevation angles. Meanwhile, Srivastava *et al.* (1985) developed an EVAD (Extended VAD) method. Assuming that the horizontal divergence and particle fall velocities are a function of only height, they determined both the divergence and fall velocities from numbers of VAD scans. The two extended methods do not require knowledge of the particle fall velocities.

An example of the VAD analysis is presented in this paper. We observed a snowfall associated with a midlatitude cyclone on 23 January 1988. The distribution of radial velocities at a height of 2741 m is shown in Fig. 3 a, and its distribution after correcting aliased velocities in Fig. 3 b. The least-squares-fitting method gives a best fitting curve in Fig. 3 b (solid line). The VAD analysis successfully gives the profiles of wind direction and speed (Fig. 4). The time-height cross section of wind profiles (Fig. 5) shows a detailed horizontal wind field. Above a height of 1.5 km the wind is backing, which means cold air advection; below the level the wind is veering, which means warm air advection. The wind in the layer of 2 km~3 km altitude has a hyperbolic tangent profile, which strongly suggests a possibility that shear instability and shear-induced waves occur at a height of 2.5 km.